

Robuste Schätzverfahren für die Ausgleichung geodätischer Netze

Autor(en): **Wicki, Fridolin**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **99 (2001)**

Heft 3

PDF erstellt am: **10.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-235746>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Robustes Schätzverfahren für die Ausgleichung geodätischer Netze

Die Methode der kleinsten Quadrate, die gebräuchlichste Methode für die Ausgleichung geodätischer Netze, liefert bei normalverteilten Beobachtungen die optimalen Schätzergebnisse. Bei nicht normalverteilten Beobachtungen, unter anderem aufgrund von groben Fehlern, führt sie jedoch rasch zu unbrauchbaren Resultaten, dies im Gegensatz zu robusten Schätzverfahren. Der in diesem Artikel beschriebene Schätzer wurde entwickelt, um den speziellen Erfordernissen geodätischer Netze Rechnung zu tragen.

La méthode des plus petits carrés, la méthode la plus usuelle pour la compensation de réseaux géodésiques, fournit dans le cadre d'observations normalement réparties les résultats d'estimation optimaux. Dans le cadre d'observations non réparties normalement, entre autre à cause d'erreurs grossières, elle conduit rapidement à des résultats non utilisables, contrairement à des procédés d'estimation robustes. La méthode d'estimation décrite dans l'article a été développée afin de tenir compte des exigences spéciales des réseaux géodésiques.

Il metodo dei minimi quadrati, cioè il metodo più comune di compensazione delle reti geodetiche, fornisce i risultati di stima ottimali in presenza di osservazioni con ripartizione normale. Per contro, in caso di osservazioni senza ripartizione normale, tra l'altro anche in seguito ad errori grossolani, questo metodo porta inevitabilmente a dei risultati inutilizzabili. In questi casi, si addicono meglio dei metodi di stima robusti. Il metodo di stima robusto descritto in questa presentazione è stato sviluppato per tener conto delle esigenze specifiche delle reti geodetiche.

F. Wicki

1. Charakteristik geodätischer Netze

In modernen geodätischen Netzen werden verschiedenste Arten von Beobachtungen frei kombiniert. Diese Beobachtungen sind fast – jedoch nicht vollständig – normalverteilt und die Anzahl grober Fehler ist (bedingt durch geeignete Messanordnungen und umfassende Kontrollen vor der Ausgleichung) vergleichsweise tief.

Die zu schätzenden unbekannt Parameter sind die Koordinaten der Neupunkte und zusätzliche Parameter, die von den einzelnen Messtypen benötigt werden, um die Beziehung zwischen den gemessenen Größen und dem Koordinatensystem herzustellen.

Die immer grösseren Netze mit den un-

terschiedlichsten Unbekannten und einer immer umfangreicheren Anzahl verschiedenster Beobachtungstypen machen eine intuitive Beurteilung der Qualität einer Ausgleichung und das Auffinden grober Fehler zunehmend schwieriger oder gar unmöglich. Mit Hilfe robuster Schätzverfahren, die weniger sensibel auf grobe Fehler reagieren als die Methode der kleinsten Quadrate (MdkQ), wird die Beurteilung der Qualität der Beobachtungen und der Schätzergebnisse vereinfacht. In geodätischen Netzen ist die Überbestimmung normalerweise relativ gering. Bedingt durch die Netzgeometrie können Beobachtungen auftreten, deren lokaler Redundanzanteil z_i (vgl. Kap. 2.1) relativ klein ist, die also durch die übrigen Beobachtungen des Netzes nur schwach kontrolliert werden. Diese Beobachtungen bezeichnet man in der robusten Statistik als Hebelbeobachtungen. Sie sind besonders kritisch, da man grobe Fehler

in diesen Beobachtungen nur sehr schwer lokalisieren kann, diese jedoch einen grossen negativen Einfluss auf die Schätzergebnisse haben können.

2. BIBER-Schätzer

Das im folgenden beschriebene robuste Schätzverfahren, der BIBER-Schätzer, wurde für die Ausgleichung geodätischer Netze entwickelt und im Ausgleichungsprogramm LTOP des Bundesamtes für Landestopographie implementiert. Es ist in der Lage, grobe Fehler auch in Hebelbeobachtungen zu lokalisieren.

Der Name BIBER-Schätzer ergibt sich aus dessen Struktur, die den Einfluss fehlerhafter Beobachtungen unter Berücksichtigung der standardisierten Verbesserungen (5) begrenzt (vgl. Abb. 1).

2.1 Funktionales Modell

Die Grundlage für den BIBER-Schätzer bildet, analog zur MdkQ, das Gauss-Markov-Modell mit unkorrelierten Beobachtungen:

$$v_i = \sum_{j=1}^u (a_{ij}x_j) - l_i \quad (1)$$

Zur Vereinfachung der im Folgenden aufgeführten Formeln wurde, ohne Einschränkung der Allgemeinheit, das mathematische Modell transformiert, so dass die Gewichtsmatrix P zur Einheitsmatrix E wird. Somit gilt $p_i = 1$ für $i = 1, \dots, n$. Man spricht in diesem Fall von einer homogenisierten Darstellung.

Dabei sind:

- v_i Verbesserungen (Elemente des Vektors \vec{v})
- a_{ij} Koeffizienten der linearen Gleichungen (Elemente der Designmatrix A)
- x_j Unbekannte (Elemente des Vektors \vec{x})
- l_i Beobachtungen (Elemente des Vektors l)
- p_i homogenisierte Gewichte der Beobachtungen (Elemente der Diagonalmatrix $P = E$)
- σ_0 Standardabweichung der Gewichtseinheit



BIBER
bounded
influence
by
standardized
residuals

Abb. 1: BIBER-Schätzer.

- n Anzahl Beobachtungen
- u Anzahl Unbekannte
- n-u Redundanz
- z_i lokaler Redundanzanteil, $z_i = (q_w)_{ii}$
- $(q_w)_{ii}$ Kofaktoren der Verbesserungen (Diagonalelemente der Matrix $Q_w = E - A(A^T A)^{-1} A^T$)

Zur Beurteilung der Robustheit eines Schätzers ist der Einfluss, den eine Beobachtung auf das Schätzergebnis ausübt, von besonderem Interesse. Ist dieser Einfluss, der sich als Funktion der Verbesserungen (Ψ -Funktion) beschreiben lässt, beschränkt, ist das Schätzverfahren robust. Für die MdkQ mit $\Psi(v_i) = v_i$ ist diese Voraussetzung bekanntermassen nicht erfüllt (vgl. Abb. 2).

Für den BIBER-Schätzer wurde die Ψ -Funktion wie folgt gewählt:

$$\Psi_{k_i}(v_i) = \begin{cases} v_i & \text{für } |v_i| < k_i \\ \text{sign}(v_i) k_i & \text{für } |v_i| \geq k_i \end{cases} \quad (2)$$

Jede Verbesserung wird anhand eines Grenzwertes k_i geprüft. Fällt die Verbesserung ins Intervall $[-k_i, +k_i]$, so wird die entsprechende Beobachtung gleich behandelt, wie wenn nach der MdkQ ausgeglichen würde. Andernfalls wird der Einfluss dieser Beobachtung auf das Schätzergebnis konstant gehalten. Sie hat auf das Schätzergebnis, unabhängig von der Grösse der groben Fehler, den gleichen Einfluss wie eine Beobachtung mit einer Verbesserung $v_i = k_i$ (vgl. Abb. 2). Um einen Schätzer zu erhalten, der die vom Netzdesign abhängige Qualität der

Verbesserungen mitberücksichtigt, wird für jede Beobachtung in Funktion des lokalen Redundanzanteils z_i (bzw. der Standardabweichung der Verbesserungen σ_{v_i}) ein eigener Grenzwert k_i berechnet.

$$k_i = c \sigma_{v_i} = c \sigma_0 \sqrt{z_i} \quad (3)$$

Somit wird bei Hebelbeobachtungen mit einem kleinen z_i der Grenzwert k_i ebenfalls klein, was die «Trennfähigkeit» des Schätzers erhöht und diesem erlaubt, grobe Fehler auch in Hebelbeobachtungen zu lokalisieren (Abb. 2). Für die Normalgleichungen des BIBER-Schätzers ergibt sich:

$$\sum_{i=1}^n \Psi_{k_i}(v_i) a_{ij} = 0 \quad (4)$$

mit $j \in (1, \dots, u)$

Die Bedeutung des konstanten Grenzwertes c wird sehr anschaulich, wenn man sich die Definition

$$w_i = \frac{v_i}{\hat{\sigma}_{v_i}} \quad (5)$$

der standardisierten Verbesserung w_i vor Augen führt und diese Beziehung in (2) und (3) einsetzt. Für die Ψ -Funktion des BIBER-Schätzers lässt sich dann gleichbedeutend mit (2) schreiben:

$$\Psi_c(w_i) = \begin{cases} w_i & \text{für } |w_i| < c \\ \text{sign}(w_i) c & \text{für } |w_i| \geq c \end{cases} \quad (6)$$

Der für die standardisierten Verbesserun-

gen w_i konstante Grenzwert c kann vom Benutzer, abhängig von der Güte der Beobachtungen, frei gewählt werden. Erfahrungsgemäss erweist sich ein Wert im Bereich $2.5 \leq c \leq 4$ als sinnvoll.

2.2 Berechnungsverfahren

Um das in (4) beschriebene, nichtlineare Gleichungssystem berechnen zu können, müssen alle Beobachtungen (bzw. deren standardisierte Verbesserungen) eindeutig einem der drei Intervalle $[-\infty < w_i \leq -c]$, $[-c < w_i < c]$ und $[c < w_i < \infty]$ zugeordnet werden können. Diese Zuordnung ist nur iterativ möglich, da die Verbesserungen untereinander korreliert sind und somit eine mit einem groben Fehler behaftete Beobachtung auch bei einer anderen, «fehlerlosen» Beobachtung grosse Verbesserungen und somit eine falsche Intervallzuordnung bewirken kann. Infolge dieses «Verschmierungeffektes» wird für die Lösung des Gleichungssystems (4) das folgende Vorgehen angewandt:

1. Schritt: Ausgleichung nach der MdkQ

Es wird angenommen, dass nur ein relativ kleiner Teil der Beobachtungen einen groben Fehler aufweist. Es ist jedoch nicht bekannt, welche Beobachtungen dies betrifft. Daher werden anfänglich alle Beobachtungen als dem mittleren Intervall $[-c < w_i < c]$ angehörend angenommen. Eine Ausgleichung, bei der alle Beobachtungen im mittleren Intervall liegen, entspricht einer Ausgleichung nach der MdkQ.

2. Schritt: Auswahl der Beobachtung mit dem maximalen w_i

Die Frage, welche der Beobachtungen mit einem $|w_i| \geq c$ tatsächlich einen groben Fehler aufweist, kann nicht eindeutig beantwortet werden. Häufig liegt der Fehler jedoch bei der Beobachtung, deren w_i betragsmässig am grössten ist.

3. Schritt: Berechnung der neuen Unbekannten und der neuen Verbesserung

Die neuen, robust geschätzten Unbekannten \vec{x}_{ROB} und Verbesserungen \vec{v}_{ROB} werden mit reduziertem Einfluss der im 2. Schritt ausgewählten Beobachtung be-

rechnet. Diese Reduktion kann, führt man sich die Beziehung

$$\bar{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P \bar{l} \quad (7)$$

der MdkQ vor Augen, erreicht werden, indem für die betreffende Beobachtung eines der folgenden Elemente verändert wird:

1. der Anteil an den Normalgleichungen (ATPA)
2. die Beobachtung l_i
3. das Gewicht p_i

Eine Veränderung der Normalgleichungen oder der Gewichtsmatrix P erfordert für jede Iteration eine neue Inversion der Normalgleichungsmatrix (oder zumindest eines Teils dieser Matrix), was bei einer grossen Anzahl Beobachtungen und Unbekannten zu einem sehr grossen Berechnungsaufwand führt.

Bei der anderen sich bietenden Möglichkeit, der Modifikation der Beobachtungen, wird die Normalgleichungsmatrix nicht verändert. Damit muss die Inversion, falls die Näherungswerte der Unbekannten (und somit die Linearisierung) relativ gut stimmen, nur einmal im 1. Schritt vollzogen werden. Dieses Verfahren wurde in LTOP integriert.

Die Schritte 2 und 3 werden nun so lange wiederholt, bis alle Verbesserungen eindeutig einem der drei Intervalle zugeordnet sind. Mit der letzten Berechnung erhält man die gewünschten, robust geschätzten Unbekannten.

Die mathematischen Beziehungen der ersten beiden Möglichkeiten sind in [Wicki 1998] dargestellt. Im folgenden wird das 3. Berechnungsverfahren «Modifikation der Gewichte» kurz umschrieben.

Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass durch die iterative Neugewichtung der Beobachtungen das funktionale Modell der robusten Ausgleichung mit dem BIBER-Schätzer formal völlig identisch zur Ausgleichung nach der MdkQ ist.

Nach der Auswahl der Beobachtung mit maximaler standardisierter Verbesserung w_i muss das «fiktive» Gewicht p_i^*

$$p_i^* = \frac{k_i}{|v_i|} \quad (8)$$

gefunden werden, das den Einfluss der Beobachtung so reduziert, dass für die entsprechende Beobachtung genau eine

Verbesserung der Grösse k_i resultiert (vgl. Abb 2).

Danach wird dieses p_i^* in die Einheitsmatrix integriert. Anschliessend werden die Unbekannten und Verbesserungen mit dieser «fiktiven» Gewichtsmatrix P^* analog der MdkQ berechnet.

$$\bar{x}_{\text{ROB}} = (A^T P^* A)^{-1} A^T P^* \bar{l} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{\text{TOT}} = A \bar{x}_{\text{ROB}} - \bar{l} \quad (10)$$

$$\vec{v}_{\text{ROB}} = P^* \vec{v}_{\text{TOT}} \quad (11)$$

Im Vektor \vec{x}_{ROB} sind die robust geschätzten Unbekannten enthalten. Im Vektor \vec{v}_{ROB} steht für jede Beobachtung entweder die Verbesserung v_i im herkömmlichen Sinn als Differenz der gemessenen und ausgeglichenen Beobachtung (für $|v_i| < k_i$) oder die Grenzwerte k_i (für $|v_i| \geq k_i$). Der Vektor \vec{v}_{TOT} enthält die tatsächlich an den Beobachtungen angebrachten Verbesserungen.

Die ganze Prozedur wird so lange wiederholt, bis alle Verbesserungen v_i im Intervall $[-k_i, k_i]$ enthalten sind.

Anschaulich wird bei diesem Schätzverfahren das Gewicht fehlerhafter Beob-

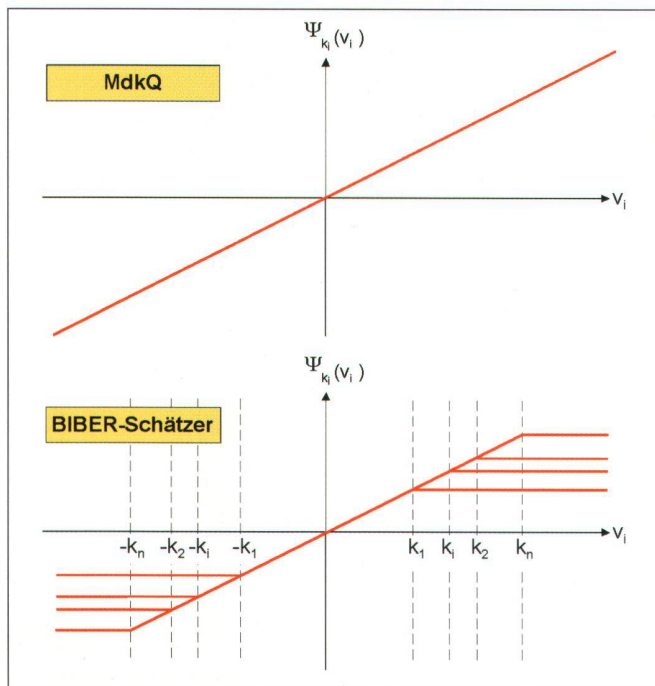


Abb. 2: Ψ -Funktion der MdkQ und des BIBER-Schätzers.

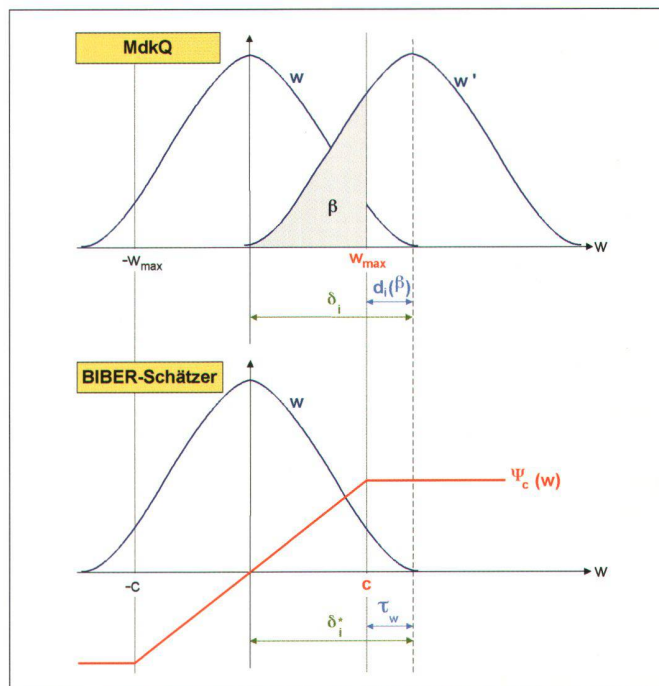


Abb. 3: Vergleich der Zuverlässigkeitsmodelle bei der MdkQ und beim BIBER-Schätzer.

achtungen verkleinert und dadurch deren Einfluss auf das Schätzergebnis reduziert. Treten keine groben Fehler auf, ist $p_i^* = 1$ für $i = 1, \dots, n$ und man erhält eine Ausgleichung nach der MdkQ.

3. Zuverlässigkeit

3.1 Definition

Die Definition der Zuverlässigkeit, die man für die Ausgleichung nach der MdkQ verwendet [Baarda 1968], stützt sich auf die Wahrscheinlichkeit, mit welcher allfällige grobe Fehler gefunden werden. Robuste Ausgleichsmodelle nehmen in Kauf, dass grobe Fehler oder sonst abweichende Messwerte vorhanden sein können. Somit erübrigt sich im Prinzip eine gesonderte a posteriori-Analyse der Beobachtungen und es kann keine Wahrscheinlichkeit für das Finden grober Fehler berechnet werden. Die herkömmliche Definition der Zuverlässigkeit ist daher nicht mehr anwendbar.

Interessant bleibt jedoch nach wie vor die Frage, wie gross die maximale Verfälschung der zu schätzenden Parameter bei Auftreten eines groben Fehlers sein kann. Aus dieser Fragestellung leitet sich die folgende Definition ab:

Der Maximaleinfluss, den ein grober Fehler, unter Berücksichtigung der zufälligen Fehler, auf die unbekannt Parameter der robusten Schätzung mit dem BIBER-Schätzer ausüben kann, wird als äussere Zuverlässigkeit bezeichnet (14).

Die geringste Beobachtungsverfälschung (13), die zum Maximaleinfluss führt, ersetzt die innere Zuverlässigkeit der MdkQ.

3.2 Der Einfluss eines groben Fehlers

Im bekannten Modell

$$\nabla l_i = -\frac{\sigma_0^2}{\sigma_{v_i}} \delta_i \quad (12)$$

mit $\delta_i = \mathbf{w}_{\max} + \mathbf{d}_i(\beta)$

der Ausgleichung nach der MdkQ (vgl. Abb. 3) wird neben den groben Fehlern durch die Einführung des Irrtumsrisikos 2.

Art β auch der Einfluss zufälliger Fehler berücksichtigt. Diese zufälligen Fehler müssen, um die Resultate der Zuverlässigkeit des BIBER-Schätzers mit jenen der MdkQ vergleichbar zu machen, bei der robusten Ausgleichung ebenfalls berücksichtigt werden. Dies wird erreicht, indem der Einfluss eines groben Fehlers um die empirisch festgelegte Vergrösserung, den Unsicherheitsfaktor τ_w , erhöht wird.

$$\nabla l_i^* = -\frac{\sigma_0^2}{\sigma_{v_i}} \delta_i^* \quad (13)$$

mit $\delta_i^* = \mathbf{c} + \tau_w$

Setzt man den Grenzwert $c = w_{\max}$ und $\tau_w = d_i(\beta)$, werden die Zuverlässigkeitsbetrachtungen der beiden Modelle vergleichbar (vgl. Abb. 3).

Für den maximalen Einfluss eines groben Fehlers auf die zu schätzenden Parameter lässt sich gemäss (9) mit (13) schreiben:

$$\nabla \bar{x}_{i\text{ROB}}^* = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}^* \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}^* \nabla l_i^* \quad (14)$$

4. Beispiel

In einem Netz aus der geodätischen Praxis, bei dem nachträglich 6 grobe Fehler eingeführt wurden (Tab. 1), soll das Verhalten des BIBER-Schätzers dargestellt werden.

In diesem Netz werden mit 47 Beobachtungen (19 Richtungen, 4 Distanzen und 24 GPS-Lagekoordinaten) 21 Unbekannte (8 Lagekoordinaten, 6 Orientierungen, 1 Masstab der Distanzen, 4 Translatio-

Typ	Beobachtung	Fehler
Richtung	324.2 – 324.3	+ 1.0 ⁹
Distanz	327.0 – 327.1	+ 1.0 m
GPS-Station	324.2	Y + 0.1 m X + 0.1 m
GPS-Station	327.1	Y + 1.0 m X + 1.0 m

Tab. 1: eingeführte grobe Fehler.

Typ	Beobachtung	$v_{i\text{TOT}}$
Richtung	324.2 – 324.3	- 0.9919 ⁹
Distanz	327.0 – 327.1	- 0.986 m
GPS-Station	324.2	Y - 0.094 m X - 0.075 m
GPS-Station	327.1	Y - 0.982 m X - 0.993 m

Tab. 2: Verbesserungen $v_{i\text{TOT}}$ der Beobachtungen mit eingeführten groben Fehlern.

Punkt	BIBER-Schätzer		MdkQ	
	dy [mm]	dx [mm]	dy [mm]	dx [mm]
324.2	+ 7	+ 21	+ 51	- 40
324.8	+ 26	+ 4	+ 227	- 45
327.1	+ 14	+ 7	+ 448	+ 261

Tab. 3: Koordinatendifferenzen zwischen den Ausgleichungen mit dem BIBER-Schätzer bzw. nach der MdkQ mit groben Fehlern und einer Ausgleichung nach der MdkQ ohne grobe Fehler.

nen, 1 Drehung und 1 Masstab der GPS-Sessionen) berechnet (vgl. Abb. 4).

Die groben Fehler werden im Abriss der robusten Ausgleichung eindeutig lokalisiert und deren tatsächliche Grösse durch die Verbesserungen $v_{i\text{TOT}}$ (10) mit hoher Genauigkeit ausgewiesen (Tab. 2).

Die Ergebnisse der Ausgleichung mit dem BIBER-Schätzer und der MdkQ werden verglichen mit den Resultaten einer Berechnung nach der MdkQ ohne die eingeführten groben Fehlern.

Der BIBER-Schätzer liefert, im Gegensatz zur MdkQ, brauchbare Schätzergebnisse. Sie weichen nur geringfügig von den «korrekten» Koordinaten ab (Tab. 3).

5. Schlussfolgerung

Dank seinem mehrjährigen praktischen Einsatz wurde die Tauglichkeit des BIBER-Schätzers bestätigt. Dieser Schätzer ist heute im Bereich der Ausgleichung von geodätischen Netzen ein Werkzeug des täglichen Gebrauches und sehr viele der in diesem Fachgebiet in der Schweiz täti-

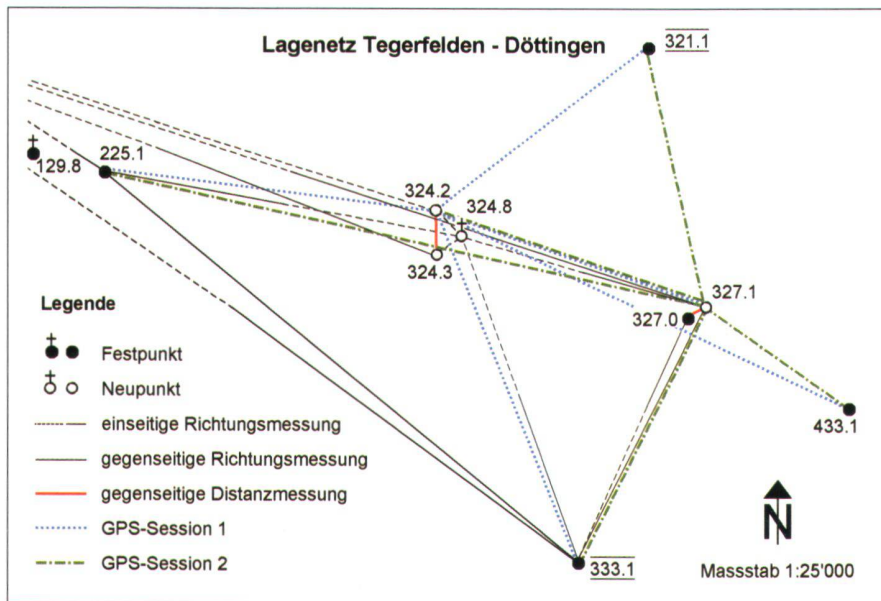


Abb. 4: Netzplan des Netzes Tegerfelden-Döttingen.

gen Geodäten wissen seine Vorteile zu schätzen.

In Analogie zum Biber, der den Menschen wegen seiner phantomhaften Lebensweise – man sieht ihn nicht, wohl aber sein Werk – zu faszinieren vermag, wirkt der BIBER-Schätzer ebenfalls im Verborgenen. Seine Aufteilung der Beobachtungen in «gute» und «fehlerbehaftete» erfolgt für den Benutzer unsichtbar, sein Wirken zeigt sich in guten Schätzergebnissen und der zuverlässigen, raschen und automatischen Kennzeichnung grober Fehler. Der Schätzer leistet daher einen wesentlichen Beitrag, die Kosten bei der Auswertung geodätischer Messungen zu reduzieren.

Selbstverständlich wird der BIBER-Schätzer die MdkQ in der Ausgleichung geodätischer Netze nicht verdrängen, er bietet jedoch eine praxistaugliche und zweckmässige Ergänzung und Alternative.

Sein primäres Einsatzgebiet ist die sehr einfache und effiziente Lokalisierung grober Fehler in komplexen, aus ver-

schiedenen Beobachtungstypen und sehr vielen Beobachtungen bestehenden Netzen. Häufig wird der BIBER-Schätzer der Schätzung nach der MdkQ vorgeschaltet, um grobe Fehler in den Beobachtungen einfach, effizient und automatisch aufdecken zu können.

Im weiteren bietet dieser Schätzer aber auch Gewähr für gute Schätzergebnisse bei nicht ausreichend normalverteilten Daten. In solchen Fällen kann der BIBER-Schätzer als Ersatz für eine Schätzung nach der MdkQ Verwendung finden.

Literaturverzeichnis:

- Baarda, W. (1968) A testing procedure for use in geodetic networks, Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, Vol. 2, Nr. 5, Delft.
- Borutta, H. (1988) Robuste Schätzverfahren für geodätische Anwendungen, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr, München.
- Carosio, A. (1979) Robuste Ausgleichung, Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, S. 293–297.

Carosio, A. (1995) Ausgleichung geodätischer Netze mit Verfahren der robusten Statistik, Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, S. 188–191.

Caspary, W. (1988) Fehlverteilungen, Methode der kleinsten Quadrate und robuste Alternativen, Zeitschrift für Vermessungswesen, S. 123–133.

Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J., Stahel, W. A. (1986) Robust statistics, the approach based on influence functions, John Wiley and Sons, New York.

Huber, P. J. (1964) Robust Estimation of a location parameter, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 35, S. 73–101.

Huber, P. J. (1981) Robust Statistics, John Wiley and Sons, New York.

Koch, K.-R. (1996) Robuste Parameterschätzung, Allgemeine Vermessungsnachrichten, S. 1–18.

Marazzi, A. (1993) Algorithms, Routines and S Functions for Robust Statistics, Wadsworth and Brooks/Cole, Pacific Grove, California.

Wicki, F. (1991) Zuverlässigkeitstheorie, Beurteilungskriterien für die Zuverlässigkeit von geodätischen Netzen, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 176.

Wicki, F. (1992) Robuste Ausgleichung geodätischer Netze, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 189.

Wicki, F. (1992) Robuste M-Schätzer und Zuverlässigkeit, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 190.

Wicki, F. (1998) Robuste Schätzverfahren für die Parameterschätzung in geodätischen Netzen, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Mitteilungen Nr. 67.

Dr. Fridolin Wicki
Bundesamt für Landestopographie
Eidgenössische Vermessungsdirektion
Seftigenstrasse 264
Postfach
CH-3084 Wabern
fridolin.wicki@lt.admin.ch
www.swisstopo.ch