

Note sur la mesure de précision des réseaux hexagonaux: Zn

Autor(en): **Weigle, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **7 (1934)**

Heft I

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-110356>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Note sur la mesure de précision des réseaux hexagonaux : Zn

par J. Weigle.

7. XI. 33.

Nous avons montré, dans l'article précédent, comment on peut calculer avec précision les constantes des réseaux rhomboédriques, au moyen d'une extrapolation judicieusement choisie. Dans la présente note, nous appliquerons la même méthode aux réseaux hexagonaux.

On remarquera que, jusqu'ici, la plupart des cristaux hexagonaux mesurés aux rayons X ne sont connus qu'avec une précision de 1% à 1‰¹⁾

Cela ne provient pas en général de l'inexactitude des expériences, mais bien plutôt de la façon dont les constantes sont calculées à partir des données expérimentales. Si d est la distance séparant les plans réticulaires $h_1 h_2 h_3$ d'un réseau hexagonal on a :

$$\frac{4 \sin^2 \Theta}{\lambda^2} = \frac{1}{d^2} = \frac{4}{3 a^2} (h_1^2 + h_2^2 + h_1 h_2) + \frac{h_3^2}{a_3^2} \quad (1)$$

où a et a_3 sont respectivement le paramètre de base et la hauteur de l'hexagone élémentaire (figure 1), Θ est l'angle de BRAGG et λ la longueur d'onde des rayons X. En mesurant Θ et en connaissant λ , on peut alors, déterminer a et a_3 (si l'on connaît les plans sur lesquels les rayons X se sont réfléchis) au moyen de deux réflexions sur des plans d_1 et d_2 différents. On a en effet :

$$\begin{aligned} a^2 &= p_1 q_2 - p_2 q_1 \left/ \frac{q_2}{d_1^2} - \frac{q_1}{d_2^2} \right. \\ a_3^2 &= p_1 q_2 - p_2 q_1 \left/ \frac{p_1}{d_2^2} - \frac{p_2}{d_1^2} \right. \end{aligned} \quad (2)$$

en posant

$$\frac{4}{3} (h_1^2 + h_2^2 + h_1 h_2) = p \quad h_3^2 = q.$$

En général, cette manière de calculer peut multiplier considé-

¹⁾ Voir en particulier le *Strukturbericht*, EWALD et HERMANN, Akad. Verlagsges. Leipzig, 1931.

ablement les erreurs expérimentales, comme nous le verrons ci-dessous. On a préféré jusqu'ici poser

$$\frac{a_3}{a} = c$$

et choisir empiriquement c de façon à obtenir pour a des valeurs constantes données par les différentes équations (1) que fournissent les nombreuses réflexions des rayons X. Cette méthode, qui est longue et peu précise, peut donner des résultats inexacts. Il suffit en effet d'une erreur systématique (comme une erreur sur la mesure du rayon de la chambre) pour fausser considérablement les valeurs qu'on obtient. D'autre part, cette méthode n'est pas

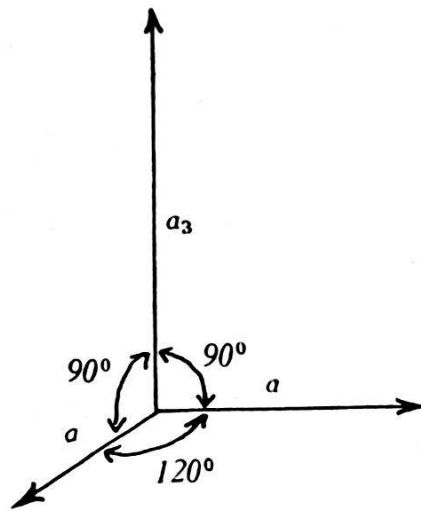


Fig. 1.

suffisamment sélective car plusieurs valeurs de C peuvent toutes fournir des a relativement constants. Les mesures aux rayons X sur la dilatation thermique des cristaux, que nous avons entrepris au laboratoire, nous ont obligés à trouver une méthode différente et beaucoup plus précise.

Nous admettrons¹⁾ que, lorsque les angles Θ sont relativement grands, l'erreur Δd qu'on fait sur la mesure de d soit donnée par

$$\frac{\Delta d}{d} = A \cos^2 \Theta$$

$A = \text{constante.}$

Cette erreur produit, sur a et a_3 , les erreurs:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{A}{\frac{q_1}{d_2^2} - \frac{q_2}{d_1^2}} \left(\frac{q_1}{d_2^2} \cos^2 \Theta_2 - \frac{q_2}{d_1^2} \cos^2 \Theta_1 \right) \quad (4)$$

¹⁾ Voir H. SAÏNI, Helv. Phys. Acta **6**, 597, 1933.

$$\frac{\Delta a_3}{a_3} = \frac{A}{\frac{p_1}{d_2^2} - \frac{p_2}{d_1^2}} \left(\frac{p_1}{d_2^2} \cos^2 \Theta_2 - \frac{p_2}{d_1^2} \cos^2 \Theta_1 \right). \quad (5)$$

On peut calculer celles-ci et tracer a et a_3 en fonction des membres de droite de ces équations. Comme ceux-ci sont tantôt positifs et tantôt négatifs, la droite qui, théoriquement doit représenter les variables, coupe l'axe des a pour la valeur interpolée exacte de l'inconnue. Cependant comme les calculs sont relativement longs, on peut aussi ne calculer qu'une des variables a_3 par exemple et replacer la valeur exacte ainsi obtenue dans les différentes équations (1). On obtient alors que l'erreur sur l'autre variable a est donnée par

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{d^2} - q y \right)} \left(\frac{A \cos^2 \Theta}{d^2} - q \frac{\Delta a_3}{a_3} \right).$$

En général, l'erreur sur a_3 étant de l'ordre de 1 pour 40.000, on peut négliger le second terme de la parenthèse et écrire

$$\frac{\Delta a}{a} \sim \frac{A \cos^2 \Theta}{2 d^2 \left(\frac{1}{d^2} - q y \right)}. \quad (6)$$

On peut alors porter les valeurs de a en fonction de $\frac{\Delta a}{a}$ et obtenir par extrapolation ($\cos^2 \Theta = 0$) la vraie valeur de a .

Appliquons cette méthode au Zinc. OWEN et IBALL¹⁾ ont déterminé, dans une chambre de SEEMANN-BÖHLIN semblable à

Table I.

	Sin Θ		Plans	d	$a \cdot 10^{-8}$ cm.	(6)
1	0.98411	CoK α_1	105	0.90709	2.6598	- 18
	0.98624	α_2		0.90710	2.6602	- 16
2	0.98719	α_1	114	0.90426	2.6589	- 5.5
	0.98931	α_2		0.90429	2.6591	- 4.6
3	0.95042	NiK α_1	210	0.87043	2.6592	- 9.7
	0.95266	α_2		0.87041	2.6591	- 9.2
4	0.96517	α_1	211	0.85713	2.6590	- 7
	0.96729	α_2		0.85724	2.6591	- 6.5
5	0.98277	α_1	204	0.84177	2.6595	- 7.4
	0.98506	α_2		0.84177	2.6595	- 7

¹⁾ OWEN et IBALL, Phil. Mag. **105**, 479, 1933.

celle que nous employons, les constantes réticulaires du Zinc. Les erreurs systématiques commises par ces auteurs seront donc semblables à celles étudiées par SAÏNI¹⁾ et pourront être mises sous la forme (3). On trouvera dans la table I les $\sin \Theta$ et les plans auxquels ceux-ci correspondent comme ils sont donnés dans le travail de OWEN-IBALL.

Nous avons calculé les d par la relation de BRAGG en tenant compte de la correction due à l'indice de réfraction. Pour cela, nous avons pris comme longueur d'ondes λ' pour les $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ du cobalt 1.78534 et 1.78924 et pour le nickel 1.65454 et 1.65839, qui sont les valeurs λ que donne ERIKSSON²⁾, corrigées par la relation

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 - \frac{\delta}{\sin^2 \Theta}} \quad \text{et} \quad \frac{\delta}{\lambda^2} = 0,9 \frac{2,72 \rho Z}{M} 10^{-6}.$$

Dans cette expression ρZ et M sont respectivement la densité, le nombre d'électrons par atome et le poids moléculaire du

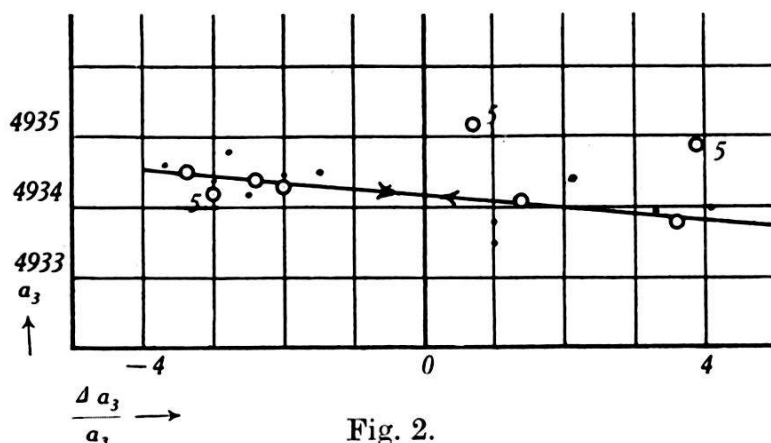


Fig. 2.

zinc. Nous avons calculé au moyen de ces chiffres les valeurs de a_3 par l'équation (2) en combinant entre elles les valeurs de d données dans la table I. On trouvera dans la table II les résultats obtenus pour les lignes $K\alpha_1$. En effet, comme nous l'avons remarqué dans le travail précédent, les lignes $K\alpha_2$ ne peuvent apparemment pas être mesurées avec suffisamment de précision pour donner de bons résultats. La seconde rangée de la table II donne les valeurs de $\frac{\Delta a_3}{a_3}$ en unités arbitraires. Dans la figure 2, nous avons tracé a_3 en fonction de l'erreur $\frac{\Delta a_3}{a_3}$. Les points entourés d'un cercle sont ceux donnés par la table, tandis que les autres proviennent des combinaisons des lignes $K\alpha_2$ soit entre

¹⁾ SAÏNI. Loc. cit.

²⁾ ERIKSSON, Zeitschr. f. Phys **48**, 360, 1928.

elles soit avec les lignes $K\alpha_1$. On remarquera que les valeurs de a_3 fournies par le plan 204 ($NiK\alpha$) se situent tout à fait en dehors des valeurs données par les autres plans. Il est probable qu'OWEN et IBALL ont commis une erreur, soit dans la mesure de θ , soit encore dans l'attribution de cette réflexion au plan 204. Il est en effet très difficile, dans ces hauts ordres de réflexion, de reconnaître avec des valeurs approchées de a et a_3 les différents plans qui donnent naissance aux réflexions. A part ce plan, les autres

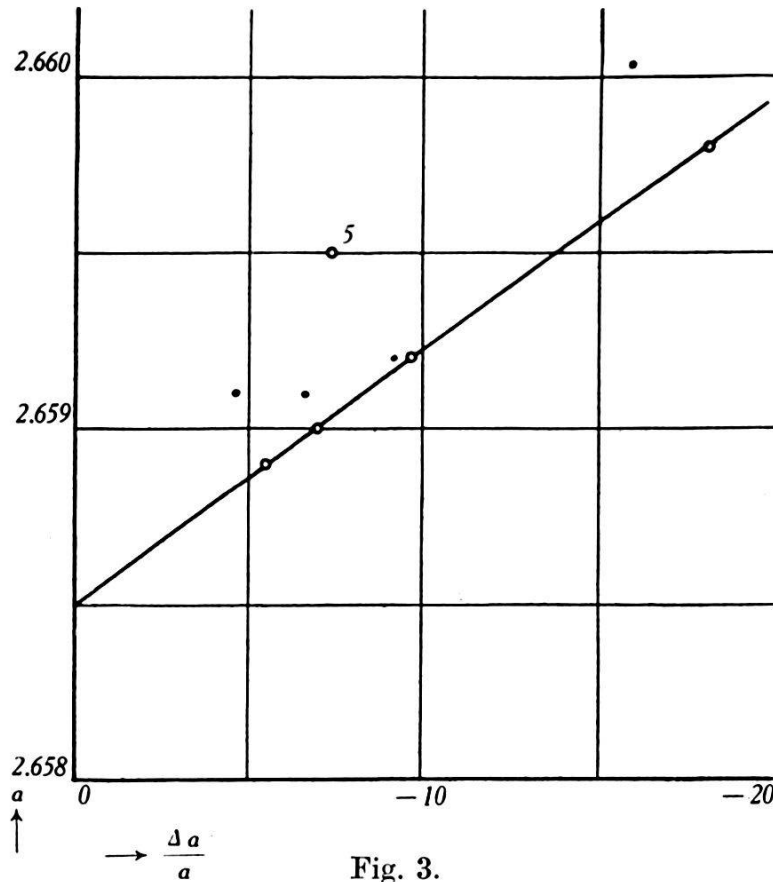


Fig. 3.

valeurs de a_3 se placent sur une droite comme la théorie le voulait et livrent pour $\frac{\Delta a_3}{a_3} = 0$ la valeur:

$$a_3 = 4.9341_5 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Table II.

	$a_3 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$	$\Delta a_3/a_3$		$a_3 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$	$\Delta a_3/a_3$
1 → 2	4.9345	-3.4	2 → 3	4.9337	+ 3.6
1 → 3	4.9343	-2	2 → 4	4.9341	+ 1.4
1 → 4	4.9344	-2.4	2 → 5	4.9308	+35
1 → 5	4.9342	-3	3 → 4	4.9216	+65
			3 → 5	4.9349	+ 3.9
			4 → 5	4.9352	+ 0.7

En calculant a au moyen de cette valeur extrapolée de a_3 , on obtient les chiffres de la cinquième colonne de la table I. En portant ces valeurs en fonction de $\frac{\Delta a}{a}$ (donnée dans la sixième colonne) on a la figure 3, qui donne pour a extrapolée:

$$a = 2.6585_0 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Dans cette figure, les points entourés d'un cercle représentent comme dans la figure 2, les valeurs obtenues par les lignes $K\alpha_1$. Les autres proviennent de $K\alpha_2$.

En résumé nous estimons ces valeurs de a et a_3 (obtenues par extrapolation) justes à environ 0.002% alors qu'OWEN et IBALL ne donnent leurs valeurs qu'à 0.02% près. D'autre part ils donnent pour le rapport $\frac{a_3}{a} = c$ la valeur 1.856 à 0.1% près alors que notre méthode permet d'obtenir 1.8559₉ à 0.005% près environ.

Laboratoire REIGER.

Institut de Physique, Université de Genève.

Note ajoutée à la correction: STENZEL et WEERTS (*Zeit. für Krist.* 84, 20, 1933) ont obtenu pour le zinc les valeurs

$$a = 2,6590 \pm 0,0005$$

$$a_3 = 4,9351 \pm 0,0009$$

$$c = 1,8560 \pm 0,0007.$$