Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 10 (1937)

Heft: II

Artikel: "Dunkle Streifen in den Spektren von akustischen und optischen Doppelgittern" : theoretische Ergänzungen und weitere Versuche zu einer Arbeit von P. Cermak und H. Schoeneck

Autor: Bär, R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110736

„Dunkle Streifen in den Spektren von akustischen und optischen Doppelgittern"; Theoretische Ergänzungen und weitere Versuche zu einer Arbeit von P. Cermak und H. Schoeneck[1])

von **R. Bär.**

(12. IX. 36.)

Zusammenfassung. Von Cermak und Schoeneck wurde kürzlich gefunden, dass in den Beugungsspektren, die beim Durchgang des Lichtes durch zwei hintereinandergestellte Ultraschallwellen- oder Strichgitter zustande kommen, noch dunkle Streifen auftreten. Hier wird nun gezeigt, dass diese Streifen „Interferenzen gleicher Neigung" sind zwischen Lichtbündeln, die von jedem einzelnen der beiden Gitter in verschiedene Ordnungen gebeugt werden, und zwar derart, dass ihre Austrittsrichtungen nach dem Durchgang durch beide Gitter wieder zusammenfallen. Die Streifen treten in Übereinstimmung mit der Theorie nicht nur bei stehenden, sondern auch bei parallelen fortschreitenden Ultraschallwellen auf; sie verschwinden dagegen bei antiparallelen fortschreitenden Wellen. Die Streifen bleiben auch noch sichtbar, wenn die Gitterkonstanten der beiden Gitter in einem kleinen rationalen Verhältnis zueinander stehen.

§ 1.

Vor kurzem haben Cermak und Schoeneck[1]) (C.-S.) in einer „Dunkle Streifen in den Spektren von akustischen und optischen Doppelgittern" betitelten Arbeit Erscheinungen beschrieben, die auftreten, wenn Licht durch zwei gleiche, parallel hintereinander gestellte Gitter hindurchgeht. Es zeigen sich dann — und zwar ist der Versuch sowohl mit optischen Strichgittern als auch mit Ultraschallwellen in Flüssigkeiten ausführbar — in den Beugungsspektren äquidistante Streifen oder Streifensysteme. Der Effekt stellt, da er in den Beugungsspektren selbst auftritt, eine im Unendlichen gelegene Interferenzerscheinung dar. Er ist also wesentlich verschieden von den jüngst von mir[2]) beschriebenen „Stroboskopischen Erscheinungen beim Durchgang des Lichtes durch zwei Ultraschallwellen"; diese sind nämlich eine in der Austrittsebene des Lichtes aus den Schallwellen stattfindende periodische Änderung der Lichtintensität. Anderseits ist die von mir (besonders zu den in § 3 jener Arbeit beschriebenen Experimenten) benutzte Versuchsanordnung so ähnlich der von C.-S. angegebenen, dass es doch angebracht schien, die Experi-

[1]) P. Cermak und H. Schoeneck, Ann. d. Phys. **26**, 465 (1936).

[2]) R. Bär, Helv. Phys. Acta **9**, 678 (1936).

mente dieser Autoren zu wiederholen und zu prüfen, ob irgendwelche Beziehungen zwischen beiden Erscheinungen bestehen. Die Versuche hatten zwar das erwartete Ergebnis, dass die beiden Effekte nichts miteinander zu tun haben (vgl. § 3); sie sollen aber doch kurz beschrieben werden, da sie eine gewisse Ergänzung der C.-S.'schen Experimente darstellen.

C.-S. vermeiden es zwar, sicher mit Absicht, ihre Versuche durch eine theoretische Erklärung zu belasten; sie wissen aber natürlich auch, dass das nach dem Durchgang durch beide Gitter als Beugungsspektrum n^{ter} Ordnung zur Beobachtung gelangende Licht aus einer Anzahl verschiedener kohärenter Lichtbündel zusammengesetzt ist, nämlich aus allen Bündeln, die zuerst vom ersten Gitter in eine beliebige n_1^{te} Ordnung und dann vom zweiten Gitter in dessen $n_2^{\text{te}} = (n - n_1)^{\text{te}}$ Ordnung gebeugt werden (vgl. unten § 2). Eine Bemerkung der Autoren, dass „zwischen den zusammenwirkenden Bündeln sehr hohe Gangunterschiede vorhanden sind", kann nur diese Bedeutung haben. Tatsächlich lassen sich nun die meisten von C.-S. gefundenen Versuchsergebnisse aus diesem Umstand erklären.

Wir gehen im folgenden zuerst auf die Theorie der Erscheinung näher ein (§ 2), hauptsächlich weil dieselbe für das Verständnis der weiteren Versuche notwendig ist. Es zeigt sich, dass man mit elementaren Überlegungen der Strahlenoptik weitgehend auskommt, und zwar wahrscheinlich deshalb, weil der Effekt eine Fraunhofer'sche Beugungserscheinung ist. In § 3 werden dann Versuche beschrieben, die zeigen, dass die Streifen in Übereinstimmung mit der Theorie nicht nur bei stehenden, sondern auch bei parallelen fortschreitenden Ultraschallwellen auftreten, dagegen nicht bei antiparallelen fortschreitenden Wellen. In § 4 werden die Versuche ausgedehnt auf den Fall des Durchgangs des Lichtes durch ein Strichgitter und ein Ultraschallwellengitter. In § 5 wird gezeigt, dass die Streifen auch noch sichtbar bleiben, wenn die Gitterkonstanten der beiden Gitter nicht gleich sind, sondern in einem kleinen rationalen Verhältnis zueinander stehen. Schliesslich wird in § 6 (Nachtrag) die Frage diskutiert, ob der Effekt zur Messung von Schallwellenlängen verwendet werden kann.

§ 2.

Fällt Licht der Wellenlänge λ unter einem Einfallswinkel α_1 auf ein optisches Strichgitter (Gitterkonstante $= d$), so gilt für den Austrittswinkel β_1

$$\sin \beta_1 - \sin \alpha_1 = n_1 \cdot \lambda / d. \tag{1}$$

Trifft das austretende Licht dann auf ein zweites, parallel gestelltes gleiches Gitter, so wird der Eintrittswinkel $\alpha_2 = \beta_1$ und für den Austrittswinkel β_2 gilt daher

$$\sin \beta_2 - \sin \alpha_1 = (n_1 + n_2) \cdot \lambda/d. \tag{2}$$

Alle Lichtbündel, für die

$$n_1 + n_2 = n \tag{3}$$

ist, gelangen also in dasselbe Spektrum n^{ter} Ordnung. Diese Beziehung gilt für beliebige Eintrittswinkel α_1, d. h. zu jedem Eintrittswinkel α_1 berechnet sich aus (2) und (3) ein Austrittswinkel β_2, und umgekehrt gehört zu jedem β_2, solange der Winkelbereich für α_1 einen bestimmten Betrag nicht überschreitet, nur ein α_1.

Zwischen den zu einem bestimmten n-Wert gehörenden Bündeln finden nun „Interferenzen gleicher Neigung“ statt. Dieselben sind bekanntlich ohne Verwendung eines Spaltes sichtbar. Schon dieser Umstand stimmt mit den Beobachtungen überein: Die von C.-S. beobachteten Streifen treten nämlich bei weitem Spalt auf (ein Spalt muss hier vorhanden sein, damit die verschiedenen Spektren sich nicht überlappen), ferner ist die Streifenbreite von der Spaltbreite unabhängig und ebenso die Streifenrichtung von der Spaltrichtung.

Um weitere Aussagen über diese Interferenzen machen zu können, muss man den Gangunterschied Δ zweier interferierender Bündel mit den Wertepaaren n_1, n_2 und n_1', n_2' berechnen. Da nun jeder einzelne Gitterpunkt beim Auftreffen einer Lichtwelle wie ein Selbstleuchter nach allen Richtungen strahlt, d. h. alle Ordnungen gleichzeitig emittiert, so ist dieser Gangunterschied gleich demjenigen, den die beiden Bündel beim Auftreffen auf das zweite Gitter besitzen. Sei l der senkrechte Abstand der Gitter, so wird

$$\Delta = l/\lambda \cdot (1/\cos \beta_1' - 1/\cos \beta_1). \tag{4}$$

Wir wollen im folgenden nun alle vorkommenden Winkel als so klein voraussetzen, dass $\sin x$ durch x und $\cos x$ durch $1 - x^2/2$ ersetzt werden darf. Dann geht (1) in

$$\beta_1 = n_1 \lambda/d + \alpha_1 \tag{5}$$

und (4) in

$$\Delta = l/2\,\lambda \cdot (\beta_1^2 - \beta_1'^2) \tag{6}$$

über; also wird der Gangunterschied als Funktion des Einfallswinkels

$$\Delta = l/d \cdot (n_1 - n_1')\,[(n_1 + n_1')\,\lambda/2\,d + \alpha_1]. \tag{7}$$

Jetzt können wir den Streifenabstand berechnen, d. h. diejenige Änderung $d\beta_2 = S$ des Austrittswinkels, die zur Änderung $d\Delta = 1$ des Gangunterschiedes gehört. Wegen (2) ist

$$d\beta_2 = d\alpha_1, \tag{8}$$

also wird

$$d\Delta/d\beta_2 = 1/S = d\Delta/d\alpha_1 = l/d \cdot (n_1 - n_1')$$

und

$$S = d/l\,(n_1 - n_1'). \tag{9}$$

Setzt man diesen Wert in (7) ein, so wird

$$\Delta = [(n_1 + n_1')\,\lambda/2\,d + \alpha_1]/S. \tag{10}$$

Befindet sich zwischen den beiden Gittern ein Medium mit dem Brechungsindex ε, so muss l durch εl, λ durch λ/ε und β_1 durch β_1/ε ersetzt werden. Dann sieht man aus (6), dass der Gangunterschied unverändert bleibt. Dagegen ändert sich der Streifenabstand: weil α_1 und β_2 ungeändert bleiben, wird aus (7)

$$\Delta = l/d \cdot (n_1 - n_1')\,[(n_1 + n_1')\,\lambda/2\,d + \varepsilon\alpha_1], \tag{7'}$$

und man erhält für den Streifenabstand

$$\boxed{S = \varepsilon d/l\,(n_1 - n_1').} \tag{11}$$

Komplizierter wäre nun die Diskussion des Ausdrucks (7) oder (7'); derselbe kann aber auch noch nicht das Aussehen der Streifen erklären, weil die verschiedene Grösse der Amplituden der einzelnen interferierenden Lichtbündel nicht berücksichtigt ist[1]).

§ 3.

Wenn man diese nur für Strichgitter geltenden Überlegungen auf Ultraschallwellengitter anwenden will, so muss man folgende zwei abweichenden Eigenschaften der Schallgitter berücksichtigen. Erstens ist die Strichgitterformel (1) zu ersetzen durch

$$\sin(\beta_1 - \alpha_1) = n_1\,\lambda\,\cos\alpha_1/d. \tag{12}$$

---

[1]) Anm. bei der Korrektur (17. II. 37): Für Gitter, bei denen die 0te Ordnung sehr viel stärker ist als die übrigen, treten nur die Interferenzen zwischen den Bündeln ($n_1 = n, n_2 = 0$) und ($n_1' = 0, n_2 = n$) merklich auf. Dann erhält man $S = d/ln$, d. h. im wesentlichen die von C.-S. empirisch gefundene Formel, welche nur für $n \neq 0$ Streifen liefert. Treten die höheren Ordnungen dagegen stark auf, so sind wahrscheinlich die Interferenzen zwischen n_1 und $n'_1 = -n_1$ in allen Ordnungen die wichtigsten. Dann wird für alle n (inkl. $n = 0$) $\Delta = l/d \cdot 2\,n_1\alpha_1$, d. h. Δ wird unabhängig von λ; ferner wird $S = d/2\,ln_1$. Die Streifen haben also für alle Farben dieselbe Lage und ihr Abstand ist in allen Ordnungen gleich gross.

In der von uns benützten Näherung gehen aber (1) und (12) in dieselbe Gleichung (5) über. Die Formeln für Gangunterschied und Streifenabstand behalten daher in dieser Näherung auch für Schallgitter ihre Gültigkeit und man erhält sogar noch dieselben C.S.'schen Streifen, wenn man das Licht durch ein Strich- und ein Schallgitter hindurchgehen lässt. Einen wesentlichen Einfluss hat dagegen der zweite Umstand, der berücksichtigt werden muss: Bei der Beugung an den Schallwellen erfährt das Licht noch eine Dopplerverschiebung, welche die Kohärenzverhältnisse der interferierenden Bündel kompliziert. Hier können nun auch einige Versuche angestellt werden, die eine gewisse Ergänzung der schon von C.-S. ausgeführten bilden; durch dieselben erfährt die Theorie eine weitere qualitative Bestätigung.

Durch den Dopplereffekt erhält das an einer fortschreitenden Schallwelle der Frequenz Ω in die $\pm n^{\text{te}}$ Ordnung gebeugte Licht bekanntlich die Frequenzänderung

$$\delta \nu_{\pm n} = \pm n \Omega$$

(das positive Vorzeichen gilt für Ablenkung in Richtung der Schallwelle). Aus dem einfallenden Licht der Frequenz ν_0 wird also in der $\pm n^{\text{ten}}$ Ordnung Licht der Frequenz

$$\nu_{\pm n} = \nu_0 \pm n \Omega .$$

Dann sind also alle Beugungsspektren untereinander inkohärent und nicht interferenzfähig. Findet die Lichtbeugung dagegen an einer stehenden Schallwelle statt, so wird[1]) jede einzelne Lichtfrequenz ν_0 in jedem Beugungsspektrum in eine ganze Serie diskreter Linien aufgespalten, und zwar wird für $n =$ gerade Zahl (einschliesslich 0)

$$\nu_n = \nu_0 \pm 2 k \Omega \qquad (k = 0, 1, 2 \ldots)$$

und für $n =$ ungerade Zahl $= 2m + 1$

$$\nu_{2m+1} = \nu_0 \pm (2k + 1) \Omega .$$

Die Beugungsspektren zerfallen also in zwei Gruppen: die geraden Spektren (einschliesslich der 0^{ten} Ordnung) haben gemeinsame Lichtfrequenzen und sind untereinander interferenzfähig; dasselbe gilt wieder innerhalb der Gruppe der ungeraden Spektren. Dagegen enthält kein Spektrum der einen Gruppe gemeinsame Frequenzen mit einem Spektrum der andern Gruppe und Inter-

[1]) R. Bär, Helv. Phys. Acta **8**, 591 (1935). — C. V. Raman und N. S. Nagendra Nath, Proc. Ind. Acad. Sci. (A) **3**, 75 (1936). — F. Levi, Helv. Phys. Acta **9**, 208 (1936).

ferenzen zwischen zwei Spektren aus verschiedenen Gruppen können daher nicht auftreten.

Geht das Licht nacheinander durch zwei Ultraschallwellen hindurch und findet dabei eine Lichtbeugung in die $n_1{}^{\text{te}}$ bzw. $n_2{}^{\text{te}}$ Ordnung statt, so kommen als Dopplereffekte $\delta\nu_n$ des in die $n^{\text{te}} = (n_1 + n_2)^{\text{te}}$ Ordnung gebeugten Lichtes alle möglichen (algebraischen) Summen der beiden einzelnen Dopplereffekte $\delta\nu_{n1}$ und $\delta\nu_{n2}$ vor. Man hat daher jetzt folgende vier Fälle zu unterscheiden: Das Licht geht durch I. zwei stehende Schallwellen, II. eine stehende und eine fortschreitende Welle, III. zwei parallele fortschreitende Wellen, IV. zwei antiparallele fortschreitende Wellen.

I. Zwei stehende Wellen. Man sieht leicht, dass in jedem Beugungsspektrum n nur Lichtbündel auftreten, die *teilweise* untereinander kohärent sind. Interferenzstreifen müssen also auftreten, was auch durch den Versuch bestätigt wird. Derselbe wurde schon von C.-S. und zwar in der Weise ausgeführt, dass Licht nach dem Durchgang durch eine stehende Ultraschallwelle an einem senkrecht in den Strahlengang gebrachten Spiegel in sich zurückreflektiert wurde und dieselbe Schallwelle nochmals durchlief. Der Versuch lässt sich selbstverständlich auch ohne Spiegel mit zwei stehenden Schallwellen durchführen, die dann von zwei mit demselben Sender betriebenen Piezoquarzen emittiert werden.

II. Eine stehende und eine fortschreitende Welle. Man erhält dasselbe Resultat wie im Falle I; der Versuch kann natürlich nur mit zwei Quarzen ausgeführt werden und bestätigt die Theorie.

III. Zwei parallele fortschreitende Wellen. Hier erhält man *vollständige* Kohärenz der in demselben Beugungsspektrum auftretenden Lichtbündel; die Streifen müssen daher besonders gut sichtbar sein. Der Versuch lässt sich auch in der Versuchsanordnung mit Spiegel ausführen, wurde aber von C.-S. nicht angestellt. Die Streifen sind erwartungsgemäss besonders schön zu sehen.

IV. Zwei antiparallele fortschreitende Wellen. Hier erhält man für alle Beugungsspektren vollständige Inkohärenz; es dürfen also keine Streifen auftreten, was durch den Versuch auch bestätigt wird.

Zu den Resultaten III und IV ist noch zu bemerken, dass die Verhältnisse bei diesen C.-S.'schen Interferenzstreifen also gerade umgekehrt liegen wie bei den von mir beschriebenen stroboskopischen Streifen: diese letzteren treten nämlich gerade bei antiparallelen Schallwellen auf und verschwinden bei parallelen Wellen. Die Versuche beweisen also ausserdem noch, dass die beiden Erscheinungen nichts miteinander zu tun haben.

§ 4.

Besonders deutlich zeigen sich die durch den Dopplereffekt veränderten Kohärenzverhältnisse, wenn man zur Lichtbeugung ein Strichgitter und ein Schallwellengitter verwendet. Da das Strichgitter das Licht ohne Frequenzänderung beugt, so zeigt das nach dem Durchgang durch beide Gitter in die n^{te} Ordnung gebeugte Licht noch den unveränderten Dopplereffekt des Schallgitters. Die einzelnen in der n^{ten} Ordnung auftretenden Bündel sind also, wenn man eine fortschreitende Welle als Schallgitter verwendet, immer inkohärent. Sie sind dagegen (vgl. § 3) gruppenweise kohärent, wenn man eine stehende Schallwelle zur Beugung benutzt. Im erstern Falle müssen die Interferenzen vollkommen verschwinden, im letztern dagegen gut sichtbar sein. Ferner muss der maximale Streifenabstand hier halb so gross sein wie beim analogen Versuch mit zwei Strichgittern, weil die beiden Lichtbündel, zwischen denen Interferenzen stattfinden sollen, nur kohärent sind, wenn $n_1 - n_1'$ eine gerade Zahl ist. Der Versuch ist leicht ausführbar und hat qualitativ (der Streifenabstand wurde nicht gemessen) das erwartete Ergebnis: bei stehenden Schallwellen treten Interferenzstreifen auf; sobald man aber in den Flüssigkeitstrog vor die reflektierende Wand, an der sich die stehenden Schallwellen ausbilden, einen schallabsorbierenden Leinenbausch bringt, verschwinden die Streifen vollständig. Bilder, die dieses Versuchsergebnis demonstrieren, sind für eine etwas abgeänderte Versuchsanordnung in § 5 wiedergegeben.

§ 5.

C.-S. haben ohne Erfolg den Versuch gemacht, die Interferenzstreifen beim Durchgang des Lichtes durch zwei Strichgitter zu erhalten, deren Gitterkonstanten d_1 und d_2 sich wie 4 : 5 verhalten. Dies scheint verständlich, weil das rationale Verhältnis 4 : 5 schon relativ gross ist. Für kleinere rationale Verhältnisse müssen aber, wie wir zeigen wollen, Streifen auftreten.

Sei allgemein die Gitterkonstante $d_2 = g/h \cdot d_1$ (g und $h =$ ganze Zahlen), so wird aus Gleichung (2) jetzt

$$\sin \beta_2 - \sin \alpha_1 = (n_1 + h/g \cdot n_2) \cdot \lambda/d_1. \tag{13}$$

Streifen treten auf, wenn es zwei Bündel n_1, n_2 und n_1', n_2' gibt, derart dass

$$n_1' + h/g \cdot n_2' = n_1 + h/g \cdot n_2 \tag{14}$$

wird. Man hat also bei gegebenen Werten von n_1 und n_2 zur Bestimmung von n_1' und n_2' die diophantische Gleichung

$$g n_1' + h n_2' = g n_1 + h n_2. \tag{15}$$

Ihre Lösungen sind

$$\begin{aligned} n_1' &= n_1 + h t \\ n_2' &= n_2 - g t \end{aligned} \qquad (t = 1, 2, 3 \ldots). \tag{16}$$

a

b

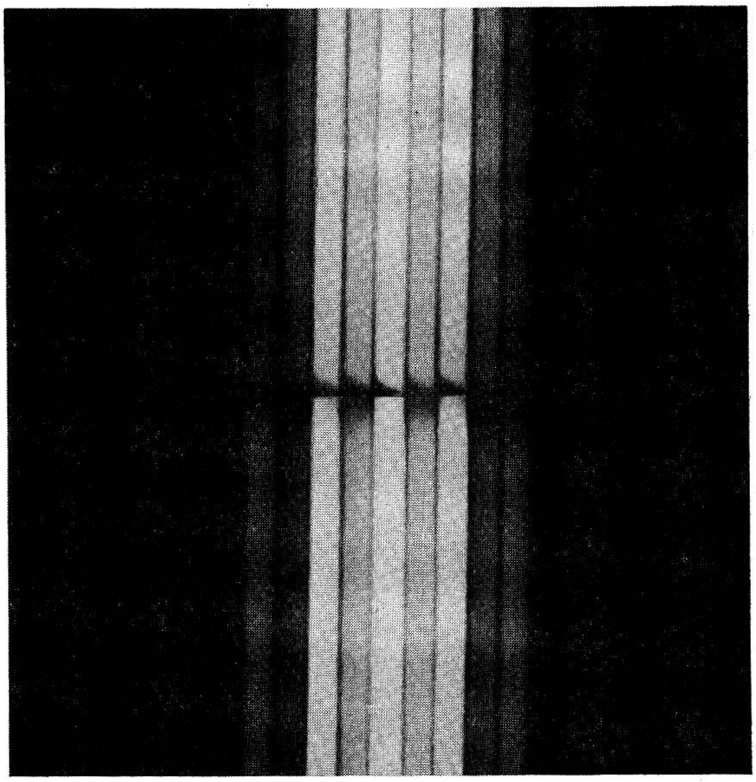

Fig. 1.

a) „Interferenzstreifen gleicher Neigung“ beim Durchgang von Na-Licht durch ein Strichgitter und eine *stehende* Ultraschallwelle. Strichgitterkonstante = 0,01 cm, Schallwellenlänge = 0,02 cm.

b) Dasselbe mit *fortschreitender* Schallwelle: die Interferenzstreifen verschwinden.

Für $d_1 : d_2 = 4 : 5$ wird $g = 5$ und $h = 4$, also sind die weiteren interferierenden Lichtbündel wahrscheinlich schon sehr lichtschwach. Für das Verhältnis 1 : 2 dagegen sind die Streifen leicht zu erhalten.

Zum Versuch wurden ein Strichgitter und ein stehendes Ultraschallwellengitter hintereinander aufgestellt (zwei Strichgitter mit diesem Verhältnis der Gitterkonstanten waren nicht vorhanden). Die Gitterkonstante des Strichgitters war 0,01 cm, diejenige des Schallgitters 0,02 cm. In Fig. 1a sind die bei Na-Licht auftretenden Streifen wiedergegeben. Wird durch Anbringen eines absor-

*

bierenden Leinenbausches vor der reflektierenden Glaswand das Zustandekommen stehender Schallwellen verhindert, so verschwinden, wie Fig. 1b zeigt, die Streifen vollständig, und zwar aus dem in § 4 angegebenen Grunde.

§ 6.

(Nachtrag bei der Korrektur; 4. 2. 37.) Was schliesslich noch die Frage betrifft, ob man den Effekt zur Messung von Schallwellenlängen verwenden kann, so scheint die Methode der Messung aus dem Streifenabstand (Formel (9) bzw. (11)) wohl keiner sehr grossen Genauigkeit fähig zu sein, weil darin der schlecht definierte Abstand der beiden Schallgitter eingeht. Eine andere Möglichkeit, die aber auch keine genaueren Resultate liefern dürfte, ist die folgende: Wenn man das Licht durch ein Schallgitter und ein Strichgitter hindurchgehen lässt, so sollten nach unsern bisherigen Überlegungen die C.S.'schen Streifen nur dann entstehen, wenn die Gitterkonstanten der beiden Gitter *genau* gleich sind (bzw. *genau* in einem kleinen rationalen Verhältnis zueinander stehen). Kennt man also die Konstante des Strichgitters, so müsste man bei Veränderung der Schallfrequenz (Ziehen des Piezoquarzes) mit Hilfe des Auftretens der Streifen die Schallwellenlänge genau bestimmen können. Tatsächlich beobachtet man aber, wenn man den Versuch ausführt, dass die Streifen in einem beträchtlichen Frequenzbereich bestehen bleiben. Der Grund hierfür ist wohl in erster Linie das geringe Auflösungsvermögen der zu diesen Versuchen verwendbaren Gitter. Das zu den in den §§ 4 und 5 beschriebenen Experimenten benutzte Strichgitter hatte nur 1 cm Länge, besass also nur ca. 100 Striche; die C.S.'schen Streifen waren hier in einem Frequenzbereich von ca. 5% sichtbar. Die übrige Optik hätte die Verwendung eines Gitters von ca. 500 Strichen gestattet, aber auch damit wäre die Schallwellenlänge erst auf ca. 1% genau bestimmbar gewesen. Bei grösseren Schallfrequenzen würde die Methode zwar cet. par. entsprechend genauere Resultate liefern. Voraussichtlich wird aber die Schallabsorption doch keine wesentliche Steigerung der Messgenauigkeit zulassen, weil die Realisierung stehender Ultraschallwellengitter von gleicher absoluter Länge mit wachsender Frequenz infolge der Absorption immer schlechter wird.

Physikalisches Institut der Universität Zürich.