

# Versuch einer relativistischen Fassung des Kausalitätsprinzips

Autor(en): **Scherrer, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **10 (1937)**

Heft II

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-110738>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Versuch einer relativistischen Fassung des Kausalitätsprinzips

von W. Scherrer, Bern.

(9. II. 37.)

---

## I. Einleitung.

Nach der „klassischen“ Wellenmechanik kann man die wasserstoffähnlichen Atomprobleme in folgender Weise ansetzen:

Ein an einer bestimmten Raumstelle ruhender Partikel  $K$  (Kern) erzeugt ein Potential  $\varphi(x, y, z)$  gemäss der an den übrigen Stellen gültigen Gleichung

$$\Delta \varphi = 0.$$

Ein zweiter, prinzipiell nicht räumlich fixierbarer Partikel  $E$  (Elektron), wird beschrieben durch eine Wellenfunktion  $\psi(x, y, z)$  gemäss der Gleichung

$$\Delta \psi = \varphi \cdot \psi.$$

Der Betrag  $|\psi|$  liefert ein Mittel zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit für das Vorhandensein von  $E$  in der Umgebung der Raumstelle  $(x, y, z)$ . Diese ungleiche Behandlung zweier innerhalb derselben Zeitphase existierender Partikel hat für den unvoreingenommenen Betrachter etwas Stossendes. Dass sie nicht als widerspruchsvoll abgelehnt wird, verdankt sie natürlich in erster Linie ihren Erfolgen. Der Widerspruch wird aber unerträglich bei dem Versuch, *gleichartige* Partikel dieser Behandlung zu unterwerfen. Hier liegt möglicherweise die Hauptschwierigkeit der wellenmechanischen Zwei- und Mehrkörperprobleme.

Eine einfache Überlegung zeigt, dass ein wesentlicher Zug dieses Widerspruchs in dem hier implicite in verschiedenen Rollen auftretenden Zeitbegriff gesucht werden muss.

Die Forderung nach der Möglichkeit bestimmter Aussagen ist in der Physik ebenso unentbehrlich wie die Verwendung von Axiomen in der Mathematik. Es liegt aber wohl im Wesen einer bestimmten Aussage über das wirkliche Geschehen, dass sie sich nur auf die Vergangenheit beziehen kann — auf Dinge, die wir erfahren haben.

Umgekehrt liegt es im natürlichen Sinn jeder Wahrscheinlichkeitsaussage, dass sie sich auf die Zukunft bezieht.

Der Widerspruch der „klassischen“ Wellenmechanik liegt also darin, dass sie beide Arten von Aussagen in die selbe Zeitphase — die Gegenwart — verlegt.

Es ist nun höchst bemerkenswert, dass in den Grundlagen der Relativitätstheorie ein sozusagen automatisch wirkender Zwang zur Korrektur vorliegt:

1. Das Verbot von Überlichtgeschwindigkeiten lässt jeden Ansatz über die Wechselwirkung koexistierender Phasen als sinnlos erscheinen.

2. Der indefinite Charakter der Distanz

$$R^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (1)$$

verunmöglicht die Konstruktion materieller Teilchen von invarianter Gestalt.

3. Die klassische Fassung der physikalischen Kausalität erscheint in dem Lichte der Relativitätstheorie als eine ganz unnatürliche Begriffsbildung. Ein Schnitt  $t = \text{konstant}$  — die Gegenwart — soll für die ganze Zukunft bestimmend sein; und die Vergangenheit? Die klassische Auffassung steht auch in Widerspruch zu Punkt 1), insofern sie die volle Kenntnis der Gegenwart voraussetzt.

## II. Begriff des Atoms.

In der Geometrie sind Punkt und Raum komplementäre Begriffe, von denen keiner ohne den andern in sinnvoller Weise bestehen kann. Alle bis jetzt durchgeführten physikalischen Theorien haben das Gemeinsame, dass sie die Wirklichkeit in den Rahmen eines metrischen Raumes einspannen. Als zusätzliches Element tritt der Begriff der Substanz auf. Die Substanz verfügt über die zu ihrem logischen Wesen gehörige — wenn auch gelegentlich beanstandete — Alternative, eine vorgegebene Raumstelle entweder besetzt oder nicht besetzt zu halten. So wie der Punkt das Grenzelement aller geometrischen Gestalten ist, dem selbst keine Gestalt mehr zugeschrieben werden kann, so ist auch das Atom — das Unteilbare — das Grenzelement aller Substanz. Der Versuch, ihm selbst Gestalt zuschreiben zu wollen, widerspricht seinem logischen Wesen. Es ist dazu da, um Gestalt zu erzeugen.

Auch in dieser Beziehung scheint mir nun die relativistische Metrik einen Hinweis auf die Quantentheorie zu enthalten. Der Punkt dieser Metrik ist nämlich das „Jetzt-Hier“. Das ihm entsprechende substantielle Korrelat ist offenbar eine in einem bestimmten Zeitmoment an einer bestimmten Raumstelle auftretende

Wirkung. Die Idee eines derartigen Wirkungsatoms scheint mir den logischen und anschaulichen Bedürfnissen der Quantentheorie entgegenzukommen. Gleichzeitig aber werden sich hier wohl schwerwiegende Bedenken erheben in bezug auf die Möglichkeit, aus diesem Begriff heraus die Existenz eines stabilen Raumatoms, wie er nach den Erfahrungen nötig scheint, zu entwickeln. Zahlreiche vergebliche Versuche haben mich veranlasst, die Annahme eines „Trägheitsgesetzes“ in dem Sinne, dass das Vorhandensein einer Wirkung in einem bestimmten Weltpunkt ihr Vorhandensein auf der durch diesen Punkt laufenden positiven Zeitachse nach sich ziehe, zu verwerfen. Sie führt nämlich wiederum auf alle oben erwähnten Schwierigkeiten. Ich kann mich des Eindruckes nicht erwehren, dass schon bei der Wahl der Grundhypothesen diese Schwierigkeiten von vorneherein ausgeschaltet werden sollten. Mein Vorschlag für das einfachste Schema eines „Raumatoms“ ist nun folgender:

Die Aussage, im Nullpunkt des Koordinatensystems befinde sich zur Zeit  $t = 0$  ein ruhendes Raumatom, ist gleichbedeutend mit der Hypothese, dass ein genügend langes Stück der negativen Zeitachse mit Wirkungselementen bedeckt sei. Über die Vergangenheit also wird eine vollkommen bestimmte Annahme getroffen. Über die Zukunft hingegen wissen wir nichts Bestimmtes. Wir stellen lediglich die Frage nach der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Wirkungen im Kegel der Zukunft.

Es ist ohne weiteres einleuchtend, dass dieses Schema verallgemeinert werden kann auf ein beliebig bewegtes Atom, auf mehrere Atome, ja auf beliebig gestaltete Wirkungskontinua. Was davon brauchbar sein wird, kann natürlich erst die Durchführung eines konkreten Ansatzes lehren.

### III. Ein Ansatz zu einer skalaren Theorie.

Zwecks Gewinnung eines mathematisch bestimmten Ansatzes lassen wir uns von der in der Einleitung gegebenen Skizze der nichtrelativistischen Wellenmechanik leiten. Schon aus Gründen der Einfachheit soll dieser Versuch mit Hilfe skalarer Grössen durchgeführt werden. Doch scheint mir folgendes Argument auch grundsätzlich für den skalaren Ansatz zu sprechen: Ein anderer Ansatz würde gewissermassen die Einführung formbildender Elemente (und wenn es nur Linienelemente sind) verlangen, und die natürliche Freiheit der in die Vergangenheit zu legenden Anfangsbedingungen müsste wohl durch Einschränkungen beengt werden.

Da das Ganze einen Versuch darstellt, dessen detaillierte Ausgestaltung nur anhand wirklich gerechneter Beispiele erfolgen kann, beschränke ich mich notgedrungen auf eine summarische Beschreibung des vermutlich einzuschlagenden Verfahrens.

1. Man wähle als Beobachtungsepoche den Weltpunkt

$$(x, y, z, t) = (0, 0, 0, 0).$$

2. Man gebe im zugehörigen Vergangenheitskegel eine beliebige Verteilung von Wirkungselementen vor.

3. Man bestimme zu diesen Elementen als Ladungen ein Potential  $\Phi$ , das „ausserhalb“ die Gleichung

$$\square \Phi \equiv \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

erfüllt.

4. Man betrachte das durch  $\Phi$  im Zukunftskegel entworfene Feld und bestimme hierzu eine Wellenfunktion im  $\Psi$  gemäss der Gleichung

$$\square \Psi = \Phi \cdot \Psi. \quad (3)$$

Von dieser Wellenfunktion wird man wohl verlangen müssen, dass sie im ganzen Zukunftskegel endlich bleibt. Geeignet normiert, sollte sie ein Mass für die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens einer Wirkung an einer gegebenen Weltstelle sein.

Zum Schluss sei noch die in Betracht kommende Wellengleichung für zwei spezielle Fälle angegeben.

a) *Einzelnes Wirkungszentrum.*

Für das Potential  $\Phi$  ergibt sich aus (2) die „Grundlösung“

$$\Phi = C + \frac{\varepsilon}{R^2} \quad (4)$$

wo  $R^2$  den Ausdruck (1) darstellt. Die Wellengleichung lautet also

$$\square \Psi = \left( C + \frac{\varepsilon}{R^2} \right) \Psi. \quad (5)$$

Diese Gleichung wäre also massgebend für die durch das Eintreffen eines einzelnen Quantums ausgelösten Wirkungen. Es ist vielleicht bemerkenswert, dass aus dimensionellen Gründen  $\varepsilon$  eine reine Zahl sein muss.

## b) Ein im Raum ruhendes Atom.

Wir treffen die einfachste Annahme, indem wir dasselbe als eine die ganze negative Zeitachse beanspruchende Belegung von der „Massendichte“  $\mu$  ansehen. Zuzufolge der „Zylindersymmetrie“ können wir uns auf irgend eine „Rotationsebene“ beschränken und setzen abgekürzt

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Das Potential im Punkte  $(r, t)$  ergibt sich durch Integration über die Grundlösungen (4) zu

$$\Phi = \int_{-\infty}^0 \frac{\mu \varepsilon c d\tau}{c^2(t-\tau)^2 - r^2}$$

oder

$$\Phi = \frac{\varepsilon \mu}{2r} \operatorname{Lg} \left( \frac{ct+r}{ct-r} \right) + C \quad (6)$$

und die Wellengleichung (3) lautet

$$\square \Psi = \left\{ C + \frac{\eta}{2r} \operatorname{Lg} \left( \frac{ct+r}{ct-r} \right) \right\} \Psi \quad (7)$$

wo  $\eta = \varepsilon \mu$  ist.

Nun führen wir räumliche Polarkoordinaten ein:  $r, u, v$  und separieren durch den Ansatz

$$\Psi(u, v, r, t) = X(u, v) U(r, t) \quad (8)$$

Eine Abweichung gegenüber der Gleichung von SCHRÖDINGER liefert nur die auch die Zeit enthaltende Radialgleichung

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r^2} U \\ & = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \left[ C + \frac{\eta}{2r} \operatorname{Lg} \left( \frac{ct+r}{ct-r} \right) \right] U \end{aligned} \quad (9)$$

Sie ist vermutlich nicht separierbar.

Ihre einfachste Näherung für  $r \ll ct$  lautet:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r^2} U = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \left[ C + \frac{\eta}{t} \right] U \quad (10)$$

Diese Gleichung kann wieder separiert werden vermittels der

Setzung  $U = V(r) W(t)$ . Es liegt im Sinne der Näherung, nur die Gleichung in  $t$  beizubehalten. Sie lautet offenbar

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 W}{dt^2} + \left( C + \frac{\eta}{t} \right) W = 0 \quad (11)$$

Das ist im wesentlichen die Schrödinger'sche Gleichung für die Nebenquantenzahl Null und mit der Zeit als Variable. Entsprechend unseren Festsetzungen wird man für  $W(t)$  Endlichkeit auf der positiven  $t$ -Achse verlangen müssen. Darin mag man ein Symptom erblicken, dass der hier eingeschlagene Weg einer Weiterführung fähig ist. Gleichzeitig leuchtet ein, dass in vielen Punkten eine Umdeutung erforderlich wäre. Wird Gleichung (9) in einer passenden Näherung den Spin ergeben? Vom nichtrelativistischen Standpunkt aus liegt hier ein Einkörperproblem im buchstäblichen Sinne vor. Man beachte aber die Belegung, deren Länge — eventuell Struktur — noch diskutiert werden kann.

Falls der hier gemachte Vorschlag entwicklungsfähig ist, muss auch mit der Möglichkeit gerechnet werden, dass sich die Zahl der zur physikalischen Beschreibung notwendigen Elementarpartikel verringert, eventuell bis auf die hier als untereinander gleich vorausgesetzten Wirkungselemente. Alles Übrige müsste dann in der Struktur des im Zukunftskegel liegenden Wellenfeldes enthalten sein.

Der Leser wird bemerkt haben, dass die auseinandergesetzte Auffassung einer geometrischen Denkweise entspringt. Bei der Auswertung und detaillierten Deutung hoffe ich auf die Mitwirkung der Analytiker und Physiker.