Über die Lichtstreuung an elektrischen Feldern nach der Theorie des Positrons. II

Über die Lichtstreuung an elektrischen Feldern nach der Theorie des Positrons. (II)[1])

von **N. Kemmer**[2]) und **G. Ludwig.**

(5. IV. 37.)

Im Anschluss an die im ersten Teil beschriebenen Rechnungen wurde die Ausdehnung der Untersuchung auf den Fall der Streuung am Coulombfeld eines Kerns unternommen. Es zeigte sich, dass die vollständige Rechnung sehr langwierig wird, selbst wenn man die Voraussetzung (I, 1) (langwelliges Licht) aufrecht erhält und die Born'sche Näherung für das Coulombfeld verwendet. Andererseits erschienen die wichtigsten Züge des zu erwartenden Resultats auch ohne Rechnung leicht erkennbar; insbesondere ist ausser Zweifel, dass der Wirkungsquerschnitt für alle nach (I, 1) zulässigen Wellenlängen weit unter der Grenze des Beobachtbaren liegt. Die Durchführung der Rechnung wurde darum unterlassen.

In der vorliegenden Notiz möchten wir die ohne Mühe erkennbaren Hauptzüge des Resultats kurz aufzählen, insbesondere im Hinblick darauf, dass an dem Problem vielerorts gearbeitet wurde, eine Zusammenfassung des Bekannten aber nicht veröffentlicht zu sein scheint.

Die Ansätze von (I) können bis einschliesslich Gl. (I, 11) übernommen werden. Im Fall des Coulombfeldes ist die Fourieramplitude gegeben durch

$$V(\mathfrak{g}) = -Ze \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{g^2}\,. \tag{1}$$

Gleichung (I, 2) ist natürlich nicht mehr erfüllt.

Es lassen sich dann unmittelbar folgende Aussagen machen:

1. Das Integral über den $\mathfrak{g}$-Raum ist konvergent, der Wirkungsquerschnitt ergibt sich als endlich. Für $g = \infty$ ist nämlich die Konvergenz wegen (1) trivial; für $g = 0$ folgt sie aber unmittelbar aus (I, 11), wenn man (I, 15) beachtet. *Dies gilt einschliesslich*

---

[1]) Vgl. die in Helv. Phys. Acta X, 112, 1937 erschienene Arbeit gleichen Titels, die als I zitiert wird. Literaturangaben daselbst.

[2]) Jetzt Beit Scientific Research Fellow, Imperial College of Science and Technology, London.

des Falles $\mathfrak{k} = \mathfrak{k}'$, d. h. es kann auch für „Vorwärtsstreuung“ keine Unendlichkeit auftreten, wie sie etwa bei einer Winkelabhängigkeit vom Typus $\left(\sin\frac{\Theta}{2}\right)^{-4}$ (Rutherford'sche Streuformel) bestehen kann.

2. Der Ausdruck (I, 23) für die Grössenordnung des Wirkungsquerschnitts[1]) kann für das Coulombfeld nicht mehr gültig sein, da die darin auftretende Gesamtenergie E des Feldes hier unendlich ist. Aus Dimensionsgründen kann offenbar statt dessen nur die Grösse $Z^2 e^2 \cdot \left(\frac{\hbar}{m\,c}\right)^{-1}$ auftreten, wo Z die Kernladungszahl bedeutet. Somit wird grössenordnungsmässig:

$$q \sim \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^6 \cdot \left(\frac{Z}{\lambda}\right)^4. \tag{2}$$

Es ist bemerkenswert, dass das Wirkungsquantum in (2) nicht eingeht.

3. Die Winkelabhängigkeit der Wahrscheinlichkeitsamplitude lässt sich in der Form

$$a \sim c_1\,(\mathfrak{e}\,\mathfrak{e}') + c_2(\mathfrak{h}\,\mathfrak{h}')$$

angeben, wo

$$\mathfrak{h} = \frac{1}{k}\,[\mathfrak{k}\,\mathfrak{e}] \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{h}' = \frac{1}{k}\,[\mathfrak{k}'\,\mathfrak{e}']$$

die Richtungen der magnetischen Vektoren sind. Wegen der Konvergenz des Resultats für $\mathfrak{k} = \mathfrak{k}'$ folgt nämlich, dass man unter der Voraussetzung (I, 1) auch in der Fourieramplitude des Coulombfeldes (1) nach $\mathfrak{k}$ und $\mathfrak{k}'$ entwickeln darf. Dann findet man für die Winkelabhängigkeit aus unseren Gleichungen unmittelbar:

$$a \sim c_1(\mathfrak{e}\,\mathfrak{e}') + c_2(\mathfrak{h}\,\mathfrak{h}') + c_3\,\frac{1}{k^2}\,(\mathfrak{k}\,\mathfrak{k}')\,.$$

Nun kann man aber aus physikalischen Gründen leicht einsehen, dass die Konstante c_3 verschwinden muss. Deutet man nämlich im Sinne der in I unter 3. zitierten Arbeiten unseren Effekt so um, dass man ihn auf die Existenz einer (elektrischen und magnetischen) Polarisation des Vakuums zurückführt, so ist sofort klar, dass in der „quasistatischen“ Näherung (I, 1) die Richtung $\mathfrak{k}\,(\sim[\mathfrak{E}\,\mathfrak{H}])$ erst in höherer Potenz der Feldstärken auftritt als wir hier betrachten. Andererseits liegt kein Grund vor, dass c_2 verschwinden müsste, da die auf das Dirac'sche Vakuum wirkenden

---

[1]) Bei dieser Gelegenheit möge ein störender Druckfehler in der Gleichung (I, 23) berichtigt werden; wie aus (I, 22) unmittelbar ersichtlich ist, muss in (I, 23) $\left(\frac{\hbar\,\nu}{m\,c^2}\right)^4$ statt $\left(\frac{\hbar\,\nu}{m\,c^2}\right)^2$ gelesen werden.

Lorentzkräfte in keiner sinnvollen Näherung gegenüber den elektrischen Kräften vernachlässigt werden können. Tatsächlich wird man auch bei Benutzung des Ansatzes (I, 18) und zentralsymmetrischem Feld bereits zu Termen mit $(\mathfrak{h}\mathfrak{h}')$ geführt. Somit ergibt sich für den Wirkungsquerschnitt *nicht* reine Dipolabhängigkeit, sondern

$$q \sim (c_1^2 + c_2^2)\,(1 + \cos^2\vartheta) + 2 c_1 c_2 \cos\vartheta\,.$$

4. Ohne ausführliche Rechnung bleiben also gerade nur die beiden dimensionslosen Konstanten c_1 und c_2 unbestimmt. Es lässt sich über deren Grösse nichts Genaues aussagen, nach den Erfahrungen bei anderen Effekten (siehe z. B. (I, 20)) dürften sie wahrscheinlich klein gegen die Einheit sein. Nimmt man $c_1 \sim c_2 \sim 1$, so ist

$$q \sim 10^{-76} \cdot \left(\frac{Z}{\lambda}\right)^4 [\mathrm{cm}^2]$$

und selbst beim Einsetzen von $Z = 100$, $\lambda = 10^{-10}$ cm, ergibt sich gerade nur 10^{-28} cm^2 als Wirkungsquerschnitt. Für kurze Lichtwellen ist freilich unsere Näherung (I, 1) ungültig, eine sehr erhebliche Vergrösserung des Wirkungsquerschnitts bei Benutzung einer besseren Näherung ist aber wohl für praktisch zugängliche λ unwahrscheinlich. Eine experimentelle Feststellbarkeit des Effektes ist also nicht zu erwarten.

Zusammenfassung. Für den Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Licht der Wellenlänge λ am Kern der Ladung $Z\,|\,e\,|$ ergibt die Theorie des Positrons ohne genauere Rechnung den Ausdruck

$$q = \left(\frac{e^2}{m c^2}\right)^6 \cdot \left(\frac{Z}{\lambda}\right)^4 \cdot [(c_1^2 + c_2^2)\,(1 + \cos^2\vartheta) + 2 c_1 c_2 \cos\vartheta)]\,,$$

falls $\lambda \gg \frac{h}{m c}$ vorausgesetzt wird. Die Zahlenwerte der Konstanten c_1 und c_2 könnten nur mit Mühe berechnet werden; sie dürften kaum gross gegen eins sein (wahrscheinlich viel kleiner), und der Effekt ist dann der experimentellen Prüfbarkeit sicher nicht zugänglich, es sei denn, dass man Wellenlängen zur Verfügung hat, die die Ungleichung $\lambda \gg \frac{h}{m c}$ erheblich verletzen ($\lambda \sim 10^{-12}$ cm).

Der eine von uns (N. K.) möchte auch hier bestens für die Zuwendung danken, die ihm aus den Mitteln der Jubiläumsstiftung für die Universität Zürich gewährt wurde.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität,
Physikalisches Institut der E. T. H.