Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 11 (1938)
Heft: II

Artikel: Interactions entre circuits fermées à courants continus
Autor: Wolfke, M.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110846

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Interactions entre circuits fermés à courants continus

par **M. Wolfke** (Varsovie).

(6. I. 38.)

La communication de M. A. Piccard[1]) à la 118e Assemblée Annuelle de la Société Helvétique des Sciences Naturelles à Genève a donné lieu à une discussion, au cours de laquelle j'ai énoncé la thèse suivante.

On sait que le principe de l'égalité des actions et des réactions n'est pas valide pour deux éléments des courants, qui agissent l'un sur l'autre conformément à la loi de Biot-Savart[2]), mais ce principe est tout de même juste pour des circuits fermés, composés de ces éléments.

Comme je n'ai trouvé dans la littérature traitant cette question aucune démonstration directe, je me propose de publier ici un calcul, que j'ai effectué.

Soient deux circuits fermés, que nous allons désigner par les indices 1 et 2. Les circuits peuvent être simples ou avec des dérivations quelconques.

Posons qu'un élément du circuit 1 de longueur dl_1 et de section ds_1 agit sur un élément du circuit 2 de longueur dl_2 et de section ds_2, d'après la loi de Biot-Savart formulée par Grassmann[3]), avec la force $d\mathfrak{F}_{1,2}$:

$$d\mathfrak{F}_{1,2} = \frac{\mu \cdot dv_1 \cdot dv_2}{r^3} [\mathfrak{i}_2 [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{r}]],$$

où nous avons écrit pour l'élément de volume du conducteur dans le premier circuit $dv_1 = dl_1 \cdot ds_1$, pour celui dans le second $dv_2 = dl_2 \cdot ds_2$. Le rayon vecteur $\mathfrak{r}$ est dirigé de l'élément du premier circuit vers l'élément du second; $\mathfrak{i}_1$ et $\mathfrak{i}_2$ sont les vecteurs des densités du courant et μ la perméabilité du milieu environnant.

---

[1]) A. Piccard, Helv. Phys. Acta **10**, 325 (1937).

[2]) Cf. C. Schaefer, "Einführung in die Theoretische Physik", III, 1 (1932), p. 220.

[3]) H. Grassmann, Pogg. Ann. **64**, 1 (1845); cf. C. Schaefer, l. c. p. 219.

De même l'élément du second circuit agit sur celui du premier avec la force $d\mathfrak{F}_{2,1}$:

$$d\mathfrak{F}_{2,1} = -\frac{\mu \cdot d v_1 \cdot d v_2}{r^3} [\mathfrak{i}_1 [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{r}]].$$

Les résultantes des forces avec lesquelles le premier circuit agit sur le second et le second sur le premier seront données par les intégrales prises pour l'espace conducteur entier du premier et du second circuit. On a alors:

$$\mathfrak{F}_{1,2} = \mu \iiint\limits_{(1)} d v_1 \iiint\limits_{(2)} \frac{d v_2}{r^3} [\mathfrak{i}_2 [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{r}]];$$

$$\mathfrak{F}_{2,1} = -\mu \iiint\limits_{(1)} d v_1 \iiint\limits_{(2)} \frac{d v_2}{r^3} [\mathfrak{i}_1 [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{r}]].$$

Pour démontrer que les deux forces sont égales entre elles et de sens inverse nous considérons la somme des intégrales ci-dessus:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_{1,2} + \mathfrak{F}_{2,1}.$$

Une simple transformation donne:

$$[\mathfrak{i}_2 [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{r}]] - [\mathfrak{i}_1 [\mathfrak{i}_2 \mathfrak{r}]] = [\mathfrak{r} [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{i}_2]],$$

d'où il résulte que:

$$\mathfrak{F} = \mu \iiint\limits_{(1)} d v_1 \iiint\limits_{(2)} \frac{d v_2}{r^3} [\mathfrak{r} [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{i}_2]].$$

Il suffit de discuter une seule composante de la somme des deux résultantes, par exemple $\mathfrak{F}_x$:

$$\mathfrak{F}_x = \mu \iiint\limits_{(1)} d v_1 \iiint\limits_{(2)} \frac{d v_2}{r^3} [\mathfrak{r} [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{i}_2]]_x.$$

La fonction à intégrer peut être transformée de la façon suivante:

$$\frac{1}{r^3} [\mathfrak{r} [\mathfrak{i}_1 \mathfrak{i}_2]]_x =$$

$$= \frac{\mathfrak{i}_{1,x}}{r^3} (\mathfrak{i}_{2,x} \mathfrak{r}_x + \mathfrak{i}_{2,y} \mathfrak{r}_y + \mathfrak{i}_{2,z} \mathfrak{r}_z) - \frac{\mathfrak{i}_{2,x}}{r^3} (\mathfrak{i}_{1,x} \mathfrak{r}_x + \mathfrak{i}_{1,y} \mathfrak{r}_y + \mathfrak{i}_{1,z} \mathfrak{r}_z) =$$

$$= \mathfrak{i}_{2,x} \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\mathfrak{i}_1}{r}\right) - \mathfrak{i}_{1,x} \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\mathfrak{i}_2}{r}\right),$$

où nous avons ajouté et retranché $\frac{\mathfrak{i}_{1,x}\mathfrak{r}_x}{r^3}$ et remplacé $\frac{\mathfrak{i}_{1,x}\mathfrak{r}_x}{r^3}$, ... par $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathfrak{i}_1}{r}\right)_x$, ... De telle façon l'intégrale $\mathfrak{F}_x$ se décompose en deux intégrales comme suit:

$$\mathfrak{F}_x = \mu \iiint\limits_{(2)} d v_2 \cdot \mathfrak{i}_{2,x} \iiint\limits_{(1)} d v_1 \cdot \operatorname{div}\left(\frac{\mathfrak{i}_1}{r}\right)$$
$$- \mu \iiint\limits_{(1)} d v_1 \cdot \mathfrak{i}_{1,x} \iiint\limits_{(2)} d v_2 \cdot \operatorname{div}\left(\frac{\mathfrak{i}_2}{r}\right).$$

Les intégrales ci-dessus peuvent être transformées au moyen du théorème de Green et deviennent:

$$\mathfrak{F}_x = \mu \iiint\limits_{(2)} d v_2 \cdot \mathfrak{i}_{2,x} \iint\limits_{(1)} d S_1 \cdot \frac{\mathfrak{i}_{1,n}}{r} - \mu \iiint\limits_{(1)} d v_1 \cdot \mathfrak{i}_{1,x} \iint\limits_{(2)} d S_2 \cdot \frac{\mathfrak{i}_{2,n}}{r}.$$

Les intégrales doubles doivent être prises pour les surfaces entières qui limitent l'espace conducteur du premier et de même du second circuit; $d S_1$ et $d S_2$ sont des éléments de ces surfaces et $\mathfrak{i}_{1,n}$ et $\mathfrak{i}_{2,n}$ les composantes normales à la surface du conducteur du vecteur de la densité du courant.

Lorsque le régime est stationnaire, la composante du vecteur de la densité du courant normale à la surface du conducteur doit être sur toute la sruface du conducteur égale à zéro: $\mathfrak{i}_{1,n} = 0$ et $\mathfrak{i}_{2,n} = 0$. Il résulte alors que les deux intégrales elles-mêmes doivent être égales à zéro. Nous obtenons donc comme résultat:

$$\mathfrak{F}_x = 0.$$

Ce résultat est indépendent du choix de la composante, ce qui nous amène à la conclusion, que la résultante des forces du premier circuit agissant sur le second et l'inverse sont égales à zéro, c'est-à-dire que *la force avec laquelle le premier circuit agit sur le second est égale à celle du second circuit agissant sur le premier et de sens inverse,* ce qu'il fallait démontrer.

Il est évident que ces forces peuvent en générale former un couple de forces.