

Interactions entre circuits fermées à courants continus

Autor(en): **Wolfke, M.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **11 (1938)**

Heft II

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-110846>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Interactions entre circuits fermés à courants continus

par M. Wolfke (Varsovie).

(6. I. 38.)

La communication de M. A. PICCARD¹⁾ à la 118e Assemblée Annuelle de la Société Helvétique des Sciences Naturelles à Genève a donné lieu à une discussion, au cours de laquelle j'ai énoncé la thèse suivante.

On sait que le principe de l'égalité des actions et des réactions n'est pas valide pour deux éléments des courants, qui agissent l'un sur l'autre conformément à la loi de Biot-Savart²⁾, mais ce principe est tout de même juste pour des circuits fermés, composés de ces éléments.

Comme je n'ai trouvé dans la littérature traitant cette question aucune démonstration directe, je me propose de publier ici un calcul, que j'ai effectué.

Soient deux circuits fermés, que nous allons désigner par les indices 1 et 2. Les circuits peuvent être simples ou avec des dérivations quelconques.

Posons qu'un élément du circuit 1 de longueur dl_1 et de section ds_1 agit sur un élément du circuit 2 de longueur dl_2 et de section ds_2 , d'après la loi de Biot-Savart formulée par GRASSMANN³⁾, avec la force $d\mathcal{F}_{1,2}$:

$$d\mathcal{F}_{1,2} = \frac{\mu \cdot dv_1 \cdot dv_2}{r^3} [i_2 [i_1 \mathbf{r}]],$$

où nous avons écrit pour l'élément de volume du conducteur dans le premier circuit $dv_1 = dl_1 \cdot ds_1$, pour celui dans le second $dv_2 = dl_2 \cdot ds_2$. Le rayon vecteur \mathbf{r} est dirigé de l'élément du premier circuit vers l'élément du second; i_1 et i_2 sont les vecteurs des densités du courant et μ la perméabilité du milieu environnant.

¹⁾ A. PICCARD, *Helv. Phys. Acta* **10**, 325 (1937).

²⁾ Cf. C. SCHAEFER, "Einführung in die Theoretische Physik", III, 1 (1932), p. 220.

³⁾ H. GRASSMANN, *Pogg. Ann.* **64**, 1 (1845); cf. C. SCHAEFER, l. c. p. 219.

De même l'élément du second circuit agit sur celui du premier avec la force $d\mathcal{F}_{2,1}$:

$$d\mathcal{F}_{2,1} = - \frac{\mu \cdot dv_1 \cdot dv_2}{r^3} [\mathbf{i}_1 [\mathbf{i}_2 \mathbf{r}]].$$

Les résultantes des forces avec lesquelles le premier circuit agit sur le second et le second sur le premier seront données par les intégrales prises pour l'espace conducteur entier du premier et du second circuit. On a alors:

$$\mathcal{F}_{1,2} = \mu \int \int \int_{(1)} dv_1 \int \int \int_{(2)} \frac{dv_2}{r^3} [\mathbf{i}_2 [\mathbf{i}_1 \mathbf{r}]];$$

$$\mathcal{F}_{2,1} = - \mu \int \int \int_{(1)} dv_1 \int \int \int_{(2)} \frac{dv_2}{r^3} [\mathbf{i}_1 [\mathbf{i}_2 \mathbf{r}]].$$

Pour démontrer que les deux forces sont égales entre elles et de sens inverse nous considérons la somme des intégrales ci-dessus:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_{1,2} + \mathcal{F}_{2,1}.$$

Une simple transformation donne:

$$[\mathbf{i}_2 [\mathbf{i}_1 \mathbf{r}]] - [\mathbf{i}_1 [\mathbf{i}_2 \mathbf{r}]] = [\mathbf{r} [\mathbf{i}_1 \mathbf{i}_2]],$$

d'où il résulte que:

$$\mathcal{F} = \mu \int \int \int_{(1)} dv_1 \int \int \int_{(2)} \frac{dv_2}{r^3} [\mathbf{r} [\mathbf{i}_1 \mathbf{i}_2]].$$

Il suffit de discuter une seule composante de la somme des deux résultantes, par exemple \mathcal{F}_x :

$$\mathcal{F}_x = \mu \int \int \int_{(1)} dv_1 \int \int \int_{(2)} \frac{dv_2}{r^3} [\mathbf{r} [\mathbf{i}_1 \mathbf{i}_2]]_x.$$

La fonction à intégrer peut être transformée de la façon suivante:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^3} [\mathbf{r} [\mathbf{i}_1 \mathbf{i}_2]]_x = \\ & = \frac{i_{1,x}}{r^3} (i_{2,x} r_x + i_{2,y} r_y + i_{2,z} r_z) - \frac{i_{2,x}}{r^3} (i_{1,x} r_x + i_{1,y} r_y + i_{1,z} r_z) = \\ & = i_{2,x} \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\mathbf{i}_1}{r} \right) - i_{1,x} \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\mathbf{i}_2}{r} \right), \end{aligned}$$

où nous avons ajouté et retranché $\frac{i_{1,x} r_x}{r^3}$ et remplacé $\frac{i_{1,x} r_x}{r^3}$, ... par $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i_1}{r} \right)_x$, De telle façon l'intégrale \mathfrak{F}_x se décompose en deux intégrales comme suit :

$$\mathfrak{F}_x = \mu \int \int \int_{(2)} d v_2 \cdot i_{2,x} \int \int \int_{(1)} d v_1 \cdot \operatorname{div} \left(\frac{i_1}{r} \right) - \mu \int \int \int_{(1)} d v_1 \cdot i_{1,x} \int \int \int_{(2)} d v_2 \cdot \operatorname{div} \left(\frac{i_2}{r} \right).$$

Les intégrales ci-dessus peuvent être transformées au moyen du théorème de GREEN et deviennent :

$$\mathfrak{F}_x = \mu \int \int \int_{(2)} d v_2 \cdot i_{2,x} \int \int_{(1)} d S_1 \cdot \frac{i_{1,n}}{r} - \mu \int \int \int_{(1)} d v_1 \cdot i_{1,x} \int \int_{(2)} d S_2 \cdot \frac{i_{2,n}}{r}.$$

Les intégrales doubles doivent être prises pour les surfaces entières qui limitent l'espace conducteur du premier et de même du second circuit; $d S_1$ et $d S_2$ sont des éléments de ces surfaces et $i_{1,n}$ et $i_{2,n}$ les composantes normales à la surface du conducteur du vecteur de la densité du courant.

Lorsque le régime est stationnaire, la composante du vecteur de la densité du courant normale à la surface du conducteur doit être sur toute la surface du conducteur égale à zéro: $i_{1,n} = 0$ et $i_{2,n} = 0$. Il résulte alors que les deux intégrales elles-mêmes doivent être égales à zéro. Nous obtenons donc comme résultat :

$$\mathfrak{F}_x = 0.$$

Ce résultat est indépendant du choix de la composante, ce qui nous amène à la conclusion, que la résultante des forces du premier circuit agissant sur le second et l'inverse sont égales à zéro, c'est-à-dire que *la force avec laquelle le premier circuit agit sur le second est égale à celle du second circuit agissant sur le premier et de sens inverse*, ce qu'il fallait démontrer.

Il est évident que ces forces peuvent en générale former un couple de forces.