Ein Ansatz für die Wechselwirkung von Elementarteilchen

Autor(en): **Scherrer, Willy**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **14 (1941)**

Heft I

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-111171

Ein Ansatz für die Wechselwirkung von Elementarteilchen

von **Willy Scherrer, Bern.**

(20. I. 41.)

Eine befriedigende und widerspruchslose Formulierung der Wechselwirkung zwischen zwei und mehr Elementarteilchen ist meines Wissens bis jetzt noch nicht gelungen. Hier soll nun in knapper Form ein Vorschlag gemacht werden, der — wie ich glaube — gute Aussichten bietet. Eine nähere Erläuterung muss ich mir für einen späteren Zeitpunkt vorbehalten.

Der Ansatz beruht auf folgenden drei Grundsätzen:

I. Jedes Teilchen genügt einer besonderen Wellengleichung.

Es gibt also so viele Wellengleichungen wie Teilchen.

II. Das auf ein individuelles Teilchen wirkende Vektorpotential ist bis auf einen universellen Faktor gleich dem Materiewellenstrom aller übrigen Teilchen.

Feld und Materie werden also identifiziert. Hingegen ist zu beachten, dass für ein bestimmtes Teilchen die eigene Materiewelle nicht als Feld angesehen wird. Der verfängliche Begriff des Eigenfeldes wird also von vorneherein ausgeschlossen.

III. Als Differentialgleichung verwenden wir die relativistische Wellengleichung von Schrödinger).*

Der Ansatz soll nun für zwei Teilchen aufgeschrieben werden. Zuerst werden in einer Tabelle die den einzelnen Teilchen zugeordneten Grössen zusammengestellt. Dabei bediene ich mich der komplexen Schreibweise für den Ortsvektor der speziellen Relativitätstheorie.

$$(x, y, z, ict) = (x_1, x_2, x_3, x_4)\,. \tag{1}$$

Nun sei

$$L \tag{2}$$

eine universelle Länge, deren Zurückführung auf die bekannten Konstanten sich aus einer Lösung ergeben muss.

*) Ob diese für eine erste Orientierung naheliegende *Form* des Ansatzes wirklich zweckmässig ist, kann natürlich erst eine genauere Untersuchung zeigen.

	1. Teilchen	*2. Teilchen*	
Koordinaten	x_k	x_k	(3)
Masse	M	N	(4)
Ladung	$\varepsilon \cdot e$	$\eta \cdot e$	(5)
Wellenfunktion	u	v	(6)
Teilchenstrom	$s_k = \frac{1}{i}\left(u^* \frac{\partial u}{\partial x_k} - u \frac{\partial u^*}{\partial x_k}\right)$	$t_k = \frac{1}{i}\left(v^* \frac{\partial v}{d x_k} - v \frac{\partial v^*}{\partial x_k}\right)$	(7)
Vektorpotential	$U_k = \frac{\hbar c}{i e} L^2 s_k$	$V_k = \frac{\hbar c}{i e} L^2 t_k$	(8)
Feldstärken	F_{kl}	G_{kl}	(9)

Zu dieser Tabelle muss folgendes bemerkt werden:

1) Nach (3) sollen die Wellenfunktionen in den Differentialgleichungen immer auf dieselbe Weltstelle bezogen sein. Damit ist jede direkte Fernwirkung ausgeschaltet.

2) In (4) sind vorläufig verschiedene Massen eingesetzt. Ob sich zwischen ihnen eine Relation ergibt, muss die weitere Untersuchung lehren.

3) In (5) ist e die positiv gerechnete Elementarladung, während ε und η die das Vorzeichen der Ladung bestimmenden reellen Einheiten ± 1 darstellen.

4) Entsprechend Grundsatz II ist dem Vektorpotential in (8) das Vorzeichen entzogen worden. Wegen des alternierenden Charakters des Teilchenstroms ist aber immer noch ein Vorzeichen verfügbar.

Die angegebenen Grössen setzen wir nun entsprechend den gewählten Grundsätzen in zwei Schrödinger-Gleichungen ein. Im Ergebnis schreiben wir aber nicht das Vektorpotential, sondern den Teilchenstrom, weil ja nach unserer Auffassung in ihm die reale Bedeutung des Vektorpotentials liegt.

Wir erhalten somit folgendes Gleichungspaar:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_k} - \varepsilon L^2 t_k\right)\left(\frac{\partial}{\partial x_k} - \varepsilon L^2 t_k\right) u = \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \cdot u \tag{10a}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_k} - \eta L^2 s_k\right)\left(\frac{\partial}{\partial x_k} - \eta L^2 s_k\right) v = \frac{N^2 c^2}{\hbar^2} v . \tag{10b}$$

Die Ausübung der Operatoren auf die Wellenfunktionen liefert

$$\boxed{\begin{aligned} &\Box u - 2\varepsilon L^2 t_k \frac{\partial u}{\partial x_k} + \left(L^4 t_k t_k - \varepsilon L^2 \frac{\partial t_k}{\partial x_k}\right) u = \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} u \qquad (11) \\ &\Box v - 2\eta L^2 s_k \frac{\partial v}{\partial x_k} + \left(L^4 s_k s_k - \eta L^2 \frac{\partial s_k}{\partial x_k}\right) v = \frac{N^2 c^2}{\hbar^2} v \qquad (12) \end{aligned}}$$

Formt man nun den Operator

$$u^* \Box u - u \Box u^*$$

auf Grund von (11) um, so erhält man nach bekanntem Schema gemäss unseren Bezeichnungen

$$\frac{\partial s_k}{\partial x_k} = 2\,\varepsilon\, L^2\, t_k\, s_k\,. \tag{13}$$

Analog folgt aus (12)

$$\frac{\partial t_k}{\partial x_k} = 2\,\eta\, L^2\, s_k\, t_k\,. \tag{14}$$

Durch Addition folgt:

$$\frac{\partial (s_k + t_k)}{\partial x_k} = 2\,(\varepsilon + \eta)\, L^2\, s_k\, t_k\,. \tag{15}$$

Die Gleichungen (13), (14) und (15) liefern nun folgende Aussagen:

1) Für das einzelne Teilchen gilt der Satz von der Erhaltung der Materie nicht.

2) Für das aus zwei Teilchen bestehende System gilt der Satz nur dann, wenn die Ladungen entgegengesetzt sind.

Vielleicht ergibt sich hier ein Verständnis für die sog. „Paarerzeugung".

Führen wir noch die Abkürzung

$$K = \frac{\hbar c}{i e} L^2 \tag{16}$$

ein, so liefern die bekannten Regeln der Maxwell'schen Theorie für die Feldstärken der einzelnen Teilchen

$$F_{kl} = 2\,K \left(\frac{\partial u^*}{\partial x_k}\frac{\partial u}{\partial x_l} - \frac{\partial u}{\partial x_k}\frac{\partial u^*}{\partial x_l}\right) \tag{17}$$

$$G_{kl} = 2\,K \left(\frac{\partial v^*}{\partial x_k}\frac{\partial v}{\partial x_l} - \frac{\partial v}{\partial x_k}\frac{\partial v^*}{\partial x_l}\right) \tag{18}$$

also eigentliche Flächentensoren. Diese Eigenschaft ist für die Elementarteilchen charakteristisch. Für das Gesamtfeld

$$\Phi_{kl} = F_{kl} + G_{kl} \tag{19}$$

trifft sie nicht mehr zu. Wir haben hier eine Parallele zu experimentell bekannten Eigenschaften des Spins.

Führen wir noch den Gesamtstrom

$$\sigma_k = s_k + t_k \tag{20}$$

ein, so lauten die Maxwell'schen Gleichungen für das Gesamtfeld

$$\frac{\partial \Phi_{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial \Phi_{li}}{\partial x_k} + \frac{\partial \Phi_{ik}}{\partial x_l} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi_{ik}}{\partial x_k} = -K \left\{ \Box\, \sigma_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \sigma_k}{\partial x_k} \right) \right\}. \tag{22}$$

Auf die Auswertung der rechten Seite von (22) gemäss (11) und (12) sei hier verzichtet, da es sich nur um eine formale Kontrolle des phänomenologischen Stromes handeln würde. Für uns sind ja durch die Wellenfunktionen Teilchenstrom und Vektorpotential gleichzeitig gegeben und damit auch die Feldstärken. Jedenfalls ist es bemerkenswert, dass die Maxwell'schen Gleichungen als solche vollkommen unangetastet bleiben.

Die Lorenzkonvention erhält durch (20) und (15) eine inhaltliche Bedeutung. Sie lautet ja

$$\frac{\partial \sigma_k}{\partial x_k} = 0$$

und muss also im Erhaltungsfalle bestehen.

Zum Schlusse weise ich noch darauf hin, dass die ursprünglichen komplexen Schrödingergleichungen infolge der Ersetzung des Vektorpotentials durch den Teilchenstrom in *reelle* Gleichungen übergehen.

Mathematisches Institut der Universität Bern.