

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 14 (1941)  
**Heft:** IV

**Artikel:** Studie über die dynamische Linse  
**Autor:** Meier, Franz / Dessauer, Friedrich  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-111182>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 21.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Studie über die dynamische Linse\*)

von Franz Meier und Friedrich Dessauer.

(15. V. 1941.)

§ 1. Linsen und Linsensysteme der geometrischen Optik sind anders gebaut als Linsen der Natur. Diese, verwirklicht in den Augen der Tiere, sind veränderlich. Die Wirbellosen und Fische akkomodieren durch Verstellung des Linsenabstandes von der Retina, die übrigen Wirbeltiere aber durch *Variation des Krümmungsradius*.

Der Gedanke liegt nahe, zu untersuchen, ob physikalisch analoge Linsenkonstruktionen möglich und erfolgversprechend sind. Wäre die Durchführung möglich, so brächte sie erhebliche Vorteile: nicht nur die stetige Variation der Brechkraft, sondern noch eine Reihe anderer. Der Gedanke, statt starre, dynamische Linsen zu konstruieren, ist, soweit wir dies feststellen konnten, nur selten aufgetaucht. In der Physik fanden wir eine einzige Stelle: einen Vorlesungsversuch von GREINACHER<sup>1)</sup> mit einer dünnwandigen Cuvette aus Glas, deren Wände durch Druck etwas gewölbt werden. In alten Patentschriften um die Wende des Jahrhunderts wird der Gedanke einige Male gestreift. Aber es scheint nirgends zu einer Verwirklichung und zu einer systematischen Behandlung des Problems gekommen zu sein.

In der gewöhnlichen, meist sphärischen Linse der Optik sind in der starren Form des Linsenkörpers mehrere Grundkonzeptionen vereinigt: Der *Linsenkörper* trägt zur Aufgabe der Linse bei durch seine physikalischen Materialeigenschaften, insbesondere durch seine Brechungs- und seine Dispersionscharakteristik. Die äussere *Form* und zugleich die *Grenze* der Linse gegenüber dem umgebenden, meist optisch dünneren Medium, ist natürlich starr und durch Bearbeitung des Linsenkörpers gewonnen. Der Übergang zur dynamischen Linse wird zweckmässig so vollzogen, dass man die Elemente trennt und jedem seine besondere Aufgabe zuweist. Wir unterscheiden infolgedessen wie folgt:

\*) Vorläufige Mitteilung.

<sup>1)</sup> H. GREINACHER, Neun einfache Demonstrations- bzw. Messversuche, ZS. f. d. phys. u. chem. Unterricht 45 (1932) S. 3.

1. *Linsenschale*, als Grenzfläche zwischen Linsenkörper und Umgebung.
2. *Linsenform*, die bei unseren Experimenten durch mechanische Druck- und Zugkräfte (aber möglicherweise auch durch andere etwa magnetische oder elektrische Einflüsse) variiert wird, und
3. *Linseninhalt* oder *Linsenfüllung*, die möglichst den ganzen, (mindestens aber den überwiegenden) Anteil an den Materialkonstanten (Brechungsindex, Dispersionszahl, Filtration usw.) übernimmt.

Nach dieser für die theoretische Behandlung der Frage gewählten Gliederung werden *Schalen* aus gut durchsichtigem Material so gewählt, dass sie von sich aus einen in hinreichender Annäherung zu vernachlässigenden Beitrag zur Brechung und Dispersion liefern und keine Störungen hinsichtlich der Durchlässigkeit herbeiführen. Sie werden also theoretisch als beliebig dünn angenommen und sollten die Eigenschaft haben, sich jeder Druckveränderung durch die Auswölbung oder Einwölbung anzupassen. Prinzipiell liefert die Kunststofftechnik einige in Betracht kommende Stoffe, die freilich in verschiedener Beziehung noch unvollkommen sind, aber doch die Durchführung dieser Untersuchungen schon gestatteten.

Die *Form* soll „dynamisch“ sein, hervorgehend aus den in Anwendung gebrachten Kräften und den mechanischen Eigenschaften der Linsenschalen. Sie soll stetig veränderlich sein, einen gewünschten Bereich von Dioptrien stetig durchlaufen und eine gewählte Krümmung während der Versuchsdauer genau einhalten.

Was die *Linsenfüllung* angeht, so zeigt sich auf Grund von Vergleichung der optischen Konstanten und von vorliegenden Arbeiten über die Füllungen starrer Hohlinsen und Hohlprismen, dass sich hier reiches Material und viele Möglichkeiten der Füllung mit gasförmigen und insbesondere flüssigen Stoffen bieten<sup>1)</sup>. Allgemein ergibt sich, dass die Flüssigkeiten bei einem gegebenen Brechungsindex meist grössere Dispersion, bei gegebener Dispersion meist kleineren Brechungsindex haben; aber es gibt Ausnahmen. Bei Lösungen als wirksamen Linsenfüllungen gibt es interessante Zusammenhänge zwischen Konzentration, Brechungsindex und Dispersion.

Günstig ist für mehrere in Frage kommenden Flüssigkeiten ihre Lichtdurchlässigkeit im U.V.-Gebiet, die praktische Druckunabhängigkeit der optischen Konstanten, die Möglichkeit, die

<sup>1)</sup> Die folgende Arbeit enthält Tabelle und graphische Darstellung der  $n$  und  $\nu$  zahlreicher schon untersuchter Substanzen.

Linsenfällung zugleich als Filter, sogar als Monochromator zu benützen und die völlige Homogenität des Linseninhaltes. Die Schwierigkeiten der Verwirklichung der dynamischen Linse liegen in den Materialeigenschaften der Schalen und in der richtigen dynamisch veränderlichen Wölbung durch Kräfte, etwa durch Druck auf die Fällung.

Die Arbeit, obgleich sie uns sehr lange Zeit beschäftigte, ist nichts mehr, als ein erster, noch tastender Vorstoss in ein neues Gebiet.

§ 2. Bezeichnet man mit  $r$  den Radius einer kreisförmigen Linsenmembran, mit  $h$  deren Dicke, mit  $y$  die maximale Auswölbung im Membranzentrum, mit  $D$  die Brechkraft und mit  $R$  den Krümmungsradius der Linse, so geht aus der Gleichung für dünne Linsen hervor:

$$\frac{dD}{dR} = \frac{n-1}{R^2},$$

d. h. es kann zweckmässig sein, der Linse eine Vorkrümmung zu geben, um durch kleine Änderungen der Krümmung ein grosses Dioptrien-Intervall zu erhalten. Ferner führt die oben skizzierte Dreiteilung des Problems zur Forderung für Schale und Form:

$$r \gg h \ll y.$$

Das hiemit berührte Problem des Grades und der Form der Durchbiegung von dünnen Platten (Dampfkesselwänden, Membranen u. dgl.) unter einseitigem, gleichmässig verteiltem Überdruck ist vielfach behandelt. Für den vorliegenden Fall  $y \gg h$  kommen die Kirchhoffsche und andere für sehr kleine Durchbiegungen ( $y \ll h$ ) entwickelte Theorien nicht in Frage. Für grössere Durchbiegungen, speziell im Sonderfall der eingespannten und gleichförmig belasteten Kreisplatte, liegen Näherungslösungen vor von A. FÖPPL, FEDERHOFER, NADAI, TIMOSHENKO, WATERS; während HENCKY eine strenge Lösung der Differentialgleichung für den Spezialfall der „Haut“, WAY für den allgemeinen Fall  $y \geq h$  gab<sup>2)</sup>.

Aber die Lage des theoretischen Problems wird in unserem Falle gegenüber den erwähnten und anderen Untersuchungen dadurch erheblich verändert, dass es sich um Materialien von wesentlich anderen Eigenschaften handelt. Die uns zur Verfügung stehenden „Gläser“ sind Kunstharze, also Stoffe mit grossen Molekülen (Mol.-Gew. bis ungefähr 800.000), die zwischen spröde und flüssig liegen, und deren Eigenschaften ausserdem stark temperatur-

<sup>2)</sup> Genaue Literaturangaben in der ausführlichen Arbeit.

abhängig sind. Sie sind vom Ideal des Baustoffs einer Linsenmembran weit entfernt. Denn sie besitzen neben Dehnungs- und Biegeelastizität: elastische Deformationen, Nachwirkungen, plastische Verformung und Hysterese, also keinen eigentlichen Hookeschen Bereich, sondern schon bei geringen Belastungen Flieseigenschaften.

Dies hat zur Folge, dass bei der Einwirkung irgendeines einseitigen Druckes sich nicht eine Form ergibt, die einen echten Gleichgewichtszustand bedeutet. Das schematische Diagramm Fig. 1 zeigt dieses Verhalten. Es mag den Eindruck erwecken,

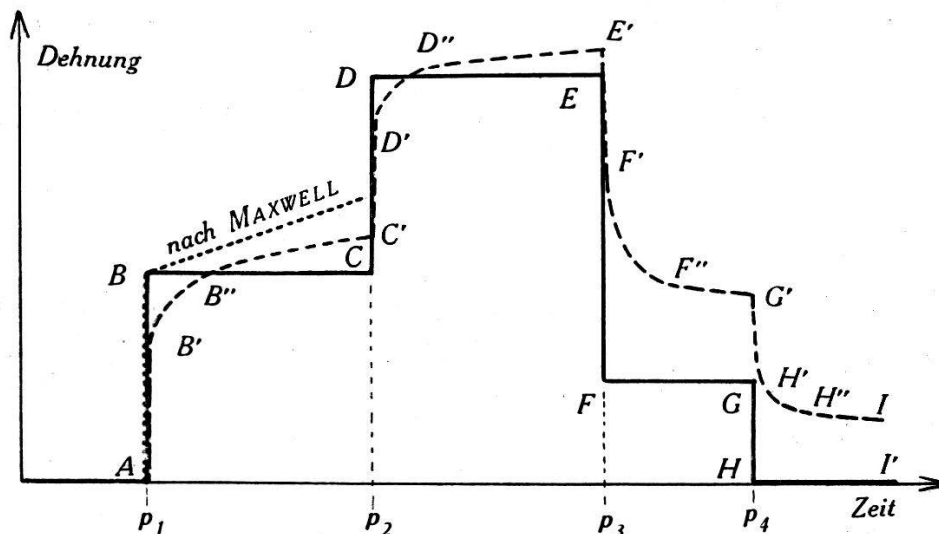


Fig. 1.

*Verhalten des Biegeppfeiles im Linsenmembran-Zentrum.*  $ABCD\dots$ : Ideal-elastisches Material bei verschiedener Belastung  $p$ .  $A'B'B''C'\dots$ : bei Kunststoffen. Es bedeuten dabei  $A'B'$  bzw.  $E'F'$  die „momentan“ verlaufende Dehnung, bzw. Rückfederung;  $B'B''$  bzw.  $F'F''$  eine zeitabhängige Nachdehnung bzw. Nachschrumpfung;  $B''C'$  eine plastische Verformung. (Die Zeit der „Momentan“-dehnung erscheint bei diesem Masstabe nicht mehr.)

als sei das Problem, eine brauchbare dynamische Linse auf diesem Wege zu erreichen, aussichtslos. Dass es dies dennoch nicht ist, ergibt folgende Überlegung, die sich an MAXWELLS<sup>3)</sup> Relaxationsgleichung anschliessen lässt:

Bedeutet  $S$  den Spannungszustand in einem einseitigen, Kräfteinflüssen ausgesetzten System,  $y$  die Verformung des Systems unter den Kräften,  $E$  einen Modul und  $\lambda$  die Relaxationszeit, so heisst die Maxwell'sche Gleichung:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dy}{dt} E - \frac{S}{\lambda} .$$

<sup>3)</sup> J. C. MAXWELL, On the Dynamical Theory of Gases, Philos. Mag. (IV) 35 (1868) 134.

Die Gleichung liefert für den Fall festgehaltener Spannung:

$$\frac{dS}{dt} = 0 : y = y_0 + \frac{S}{E} \frac{1}{\lambda} t .$$

Stellt man eine elastische Linse durch Druckeinwirkung auf irgendeine gewünschte Brennweite (Wölbung) ein und hält den Druck konstant, so geht die Linse von der im ersten Augenblick angenommenen Wölbung zeitproportional in grössere Wölbungen über, die ausser von dem hervorgerufenen Spannungszustand von den Materialkonstanten  $\lambda$  und  $E$  abhängen.

Somit wäre dieses Verfahren einer Scharfeinstellung unbrauchbar, zumal bei den „glasartigen“ Kunstharzen, die nicht einheitliche Materialkonstanten haben.

Dieselbe Gleichung liefert aber für  $\frac{dy}{dt} = 0$ , also für festgehaltene Verformung

$$S = S_0 \cdot e^{-\frac{t}{\lambda}} .$$

Lässt sich also die Form der Linse nach Scharfeinstellung festhalten, so entspannt sich die Schale nach einer  $e$ -Funktion umso schneller, je kleiner die Relaxationszahl  $\lambda$  ist. Auch eine nicht einheitliche Charakteristik der Relaxation würde daran nichts ändern. In diesem Falle also würde die „dynamische Linse“ ihre Einstellung bewahren. Dieser Weg führt zur prinzipiellen Lösung und war zu verfolgen, zumal die Bedingung — Verhinderung weiterer Verformung — annähernd zu erfüllen ist.

Die Kontrolle und Erweiterung des Maxwellschen Ansatzes durch die Erfahrung ist — in anderem Zusammenhang — mehrfach erfolgt. (KUHN, SMEKAL, HOLZMÜLLER und JENKEL, BENNEWITZ und RÖTGER u. a.<sup>4</sup>) Der Typus der Gleichung zur Beschreibung der Formänderung ist gemeinsam: Die  $y$ -Abweichung wird dargestellt durch eine Summenfunktion von 3 Gliedern

$$y = y_0 (1 + s (1 - e^{-at}) + rt),$$

worin  $y_0$  die Anfangsverformung, das mit dem Faktor  $s$  gekennzeichnete Glied die elastische Nachverformung und das mit  $r$  gekennzeichnete die plastische Verformung ausdrückt (Fig. 2).

Bei den hier in Frage kommenden Stoffen sind die Verhältnisse kompliziert und auch heute nicht vollständig geklärt, obwohl durch mehrfach verbesserte Modellvorstellungen Fortschritte erzielt sind. Die eingehendere Erörterung muss der ausführlicheren Arbeit vorbehalten werden.

<sup>1</sup>) Genaue Literaturangaben in der ausführlichen Arbeit.

Zu der durch  $y_0$  ausgedrückten „Momentandehnung“ kommen im Falle konstanten Druckes in entscheidendem Ausmass, im Falle konstanter Form in bedeutend herabgesetztem Masse die Struktureinflüsse des glasartigen Kunstharzmaterials, besonders Komponenten des plastischen Fließens als nicht-elastische Fak-

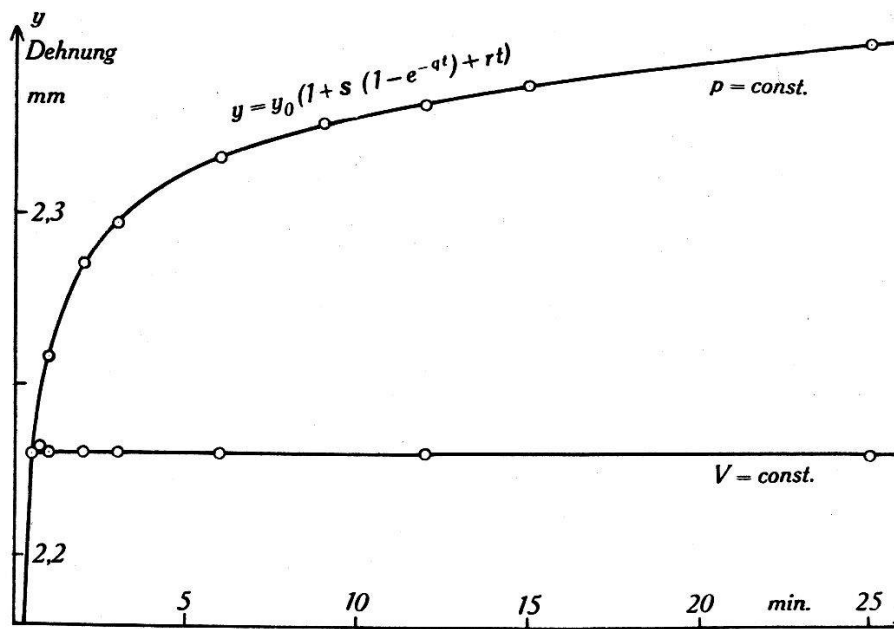


Fig.. 2.

Typus des Verhaltens bei konstantem Druck  $p$  und bei konstantem Füllungsvolumen  $V$ . Experimentelle Werte, gemessen an einer 0,5 mm dicken Melopasplatte. Die  $V = \text{konst.}$ -Kurve ist, aus Gründen der besseren Darstellung des typischen Unterschiedes im Verhalten, parallel zu sich verschoben an die Momentandehnung der  $p = \text{konst.}$ -Kurve angeschlossen.

toren. Der günstigste Fall der „Kautschukelastizität“ ist dann vorhanden, wenn von den verschiedenen  $\lambda$ -Werten, die als Ausdruck der komplexen Struktur in ein und demselben Stoffe auftreten, die Mehrzahl sehr kurz ist und die übrigen praktisch unendlich lang sind.

Bezeichnet man die erste Gruppe mit dem Index  $K$ , die andere mit  $L$ , dann ergibt sich nämlich:

$$\text{bei } \frac{dS}{dt} = 0 : t_y = (\lambda_K + \lambda_L) \frac{(y - y_0)E}{S} ;$$

$$\text{bei } \frac{dy}{dt} = 0 : t_S = (\lambda_K + \lambda_L) \ln \frac{S_0}{S}$$

(wobei  $E$  und  $S$  Summenausdrücke entsprechend den  $K$ - und  $L$ -Werten sind).

Für  $\lim \lambda_k \rightarrow 0$  und  $\lim \lambda_L \rightarrow \infty$  folgt daraus „Momentaneinstellung ohne störende Nachwirkung“, eben was Kautschukelastizität genannt wird. Die jetzigen Stoffe sind weit von der Verwirklichung dieser Forderung entfernt. Aber eine Richtung zur Weiterentwicklung ist zu erkennen. Überdies zeigen die Gleichungen den Unterschied zwischen der sehr störenden „Nach-Verformungszeit“  $t_v$  und der Entspannungszeit  $t_s$ , die beide den  $\lambda$  proportional sind, aber von denen nur die erste einen entscheidenden Nachteil für die gestellte Aufgabe bedeutet.

Kurz zusammengefasst sind die Ergebnisse dieser Überlegungen über die Linsenschalen diese:

1.  $y \gg h$ . Eventuell ist mit Vorkrümmung zu arbeiten.
2. Das Material soll möglichst „Kautschukelastizität“ haben, d. h.,  $\lim \lambda_k \rightarrow 0$  und  $\lim \lambda_L \rightarrow \infty$  sein.
3. Die plastische Komponente soll verschwindend klein sein, d. h.  $\lim r \rightarrow 0$ .
4. Die Verwirklichung hängt davon ab, ob es praktisch gelingt, den Fall  $\frac{dy}{dt} = 0$  zu realisieren.
5. Da die Durchbiegung  $y$  Funktion von vielen Variablen, insbesondere von  $p, t, T, h, \lambda, E$  und der Vorbehandlung ist, müssen die Störungen durch die nicht benützten Variablen gering gehalten werden.
6. Gewisse Fassungs-(Einspann-)Bedingungen müssen erfüllt werden.

Erst jenseits dieser Voraussetzungen, von denen die vierte die wichtigste ist, erhebt sich die Frage, ob dann eine elastische Linse von optisch brauchbaren Eigenschaften entsteht, besonders ob die Wölbungskurve optisch zu verwerten ist.

§ 3. Es ist offenbar, dass der Fall  $p = \text{konst.}$  nicht zu einer Lösung führen kann, da eine bleibende Gleichgewichtsform unter konstantem Druck nicht zustande kommt. Aber Untersuchungen des Materials bei  $p = \text{konst.}$  sind geeignet, die Materialien auf ihre Eignung für Linsenschalen zu prüfen. Solche Untersuchungen sind mit einer besonders entwickelten Apparatur in grösserem Umfange angestellt worden. Sie geben gute Anhaltspunkte über die Auswahl und die bei der Verbesserung des Materials zu erstrebenden Ziele. Hierüber soll in der oben angekündigten Arbeit berichtet werden. Dagegen ist in Figur 3 in einem Beispiel der Einfluss der Wärme auf die Membranen bei  $p = \text{konst.}$  und  $v = \text{konst.}$  dargestellt. Es wurde heisse Luft und kochendes Wasser auf die gewölbten Membranen gebracht und die Verformung kymographisch festgehalten. Sie ist bei  $p = \text{konst.}$  gross, bei  $v = \text{konst.}$  gering.



§ 4. Diese entscheidende Frage, ob die der plastischen Linsenhaut (unter dem Einfluss der auf die Füllung ausgeübten Kräfte) aufgeprägte Form optisch verwertbar ist, scheint demnach — im ersten Eindrücke — eine verneinende Antwort zu erhalten.

Aber das Problem sieht anders aus, wenn es gelingt, in der Verformung einen geeigneten *Gleichgewichtszustand* herbeizuführen, bzw. zu erzwingen. Damit dieser Gleichgewichtszustand bei einer optisch brauchbaren Wölbung eintritt, müsste er so herbeigeführt werden, dass die komplizierenden Glieder der Verformungsgleichung nicht wirken können. Ihre Kräfte müssten durch

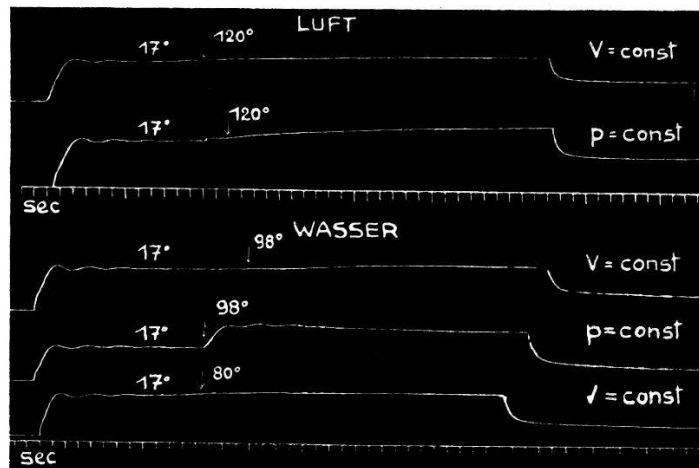


Fig. 3.

*Einfluss der Temperaturänderung auf die Durchbiegung.* Kymographische Registrierung der Veränderung des Biegungspfeiles im Plattenzentrum. In dem durch einen Pfeil markierten Zeitpunkt beginnt die Einwirkung der Heissluft bzw. des heissen Wassers. Vergrößerungsverhältnis der Ordinaten ca. 1 : 4.

Gegenkräfte aufgehoben werden, d. h. die Form muss zu einer Art Erstarrung gebracht werden, bevor die grösseren Relaxationszeiten dies ist in Annäherung möglich im Intervall  $AB'$  der Fig. 1, bzw. im Intervall  $y_0$  der Fig. 2.

Der Weg hierfür ist schon im Vorangegangenen angedeutet. Er besteht darin, dass die Wölbung nach Erreichung des gewünschten Krümmungsgrades festgehalten wird. Die Linsenwölbung ist damit fixiert. Die Haut kann als starr behandelt werden.

Unter diesen Umständen kann man — abgesehen von der Randstörung — solange  $y < r$  ist als erste Annäherung folgende übrigens bekannte Überlegung anstellen: In einem Meridianschnitt der Linsenkrümmung wirken in Richtung  $-y$  einseitige Druckkräfte, die pro Längeneinheit der  $X$ -Achse konstant sind. Auf irgendeinen Abschnitt  $x$  der  $X$ -Achse wirkt also eine Kraft  $= Kx$ .

Es sei  $S$  der Scheitel der Krümmung,  $P$  ein beliebiger Punkt

der Krümmungskurve. Das Stück  $SP$  der Krümmungskurve kann nach der Fixierung als starr angenommen und die Figur als Gleichgewichtsform behandelt werden.

Dann ist  $SP$  zustande gekommen durch eine Tangentialkraft, die bei  $S$  angreift und die  $p_0$  genannt werde, durch eine Kraft  $p_1$  in der mittleren Abszissenlage zwischen  $S$  und  $P$  und durch eine Kraft  $p_2$  tangential in  $P$ , die sich das Gleichgewicht halten und durch Verschiebung der Vektoren zum Dreieck 123 zusammengesetzt werden können.

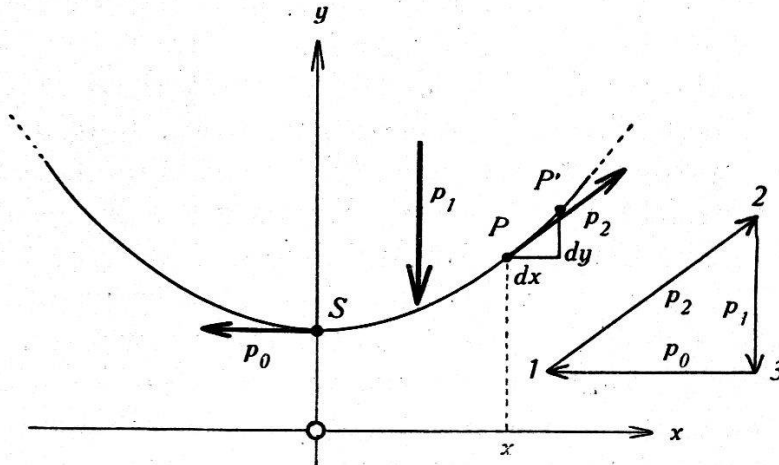


Fig. 4.

Geht man von  $P$  zu  $P'$  über, so entspricht  $dx$   $p_0$ ,  $dy$   $p_1$  und man erhält

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{kx}{p_0} \quad \text{und daraus} \quad y = \frac{k}{2 p_0} x^2,$$

also die Gleichung einer Parabel.<sup>5)</sup>

Die Erweiterung auf die Fläche liefert wegen Rotations-symmetrie (analog wie etwa bei einer Kapillarbetrachtung)

$$y = \frac{k'}{4 p_0} x^2.$$

Die technische Realisierung hat u. a. folgende Schwierigkeiten:

1. Führen Randbedingungen, also die Fassung, zu Störungen, so dass sich die parabolische Form erst in einer gewissen Entfernung vom Rande aus entwickeln kann. Dem kann durch geeignete technische Massnahmen (z. B. eine leichte Vorkrümmung

<sup>5)</sup> Die genauere Behandlung (vergl. z. B.: TEN BOSCH, Vorlesungen über Maschinenelemente, Teil V. S. 35, oder BACH, Elastizität und Festigkeit, 2. Aufl. S. 390 ff.) führt zu einer Parabel 4. Ordnung.

der Fassung oder Veränderung der Dicke der Haut am Rand) begegnet werden.

2. Die Charakteristika für die elastische Verformung; Modul  $E$  und die beiden Relaxationszeiten wirken auf die Krümmung ein. Abgesehen von der Randzone kommt überwiegend der Dehnungsmodul in Frage. Ähnlich wie bei der Betrachtung der gespannten Saite kann man den Biegemodul gegenüber dem Dehnungsmodul in erster Annäherung vernachlässigen. Von den beiden Gruppen der Relaxationszeiten soll die zweite möglichst ausgeschieden werden, d. h. Kautschukelastizität möglichst angestrebt werden oder die Einstellung möglichst rasch bewirkt werden, so dass die Faktoren  $\lambda_L$  nicht merklich zur Wirksamkeit kommen.

3. Soll das Material so beschaffen sein, und die Linse so gehandhabt werden, dass *vor* Eintritt merkbarer Gleitungen die Einstellung erreicht ist. Über die Eignung des Materials gab die Untersuchung in Paragraph 3 Aufschluss.

In dem Masstabe, wie diese Bedingungen praktisch erfüllt werden, lässt sich eine optische Krümmung erwarten. Aber nur der Versuch konnte entscheiden, wie weit mit dem jetzigen Material bei Einstellung und Fixierung der Linse eine optisch brauchbare Krümmung erzielt werden kann.

Der Versuch mit solchen Linsen zeigt, dass brauchbare Abbildungen erzielt werden können, und zwar bereits mit ganz primitiven Konstruktionen, die demnach schon eine Annäherung an eine optisch brauchbare Form liefern. Auf die weitere Durchführung dieses Programmteiles kann in dieser vorläufigen Mitteilung noch nicht eingegangen werden. Ebenso soll die weitere Entwicklung der Linse für verschiedene Zwecke — Kondensoren, Lupe, Akkommodierungs-Augenglas, Filterlinse, grosse und kleine Aperturen, Achromatisierung — später dargelegt werden.

Physikalisches Institut der Universität  
Freiburg (Schweiz).

---