Zeitschrift:	Helvetica Physica Acta
Band:	15 (1942)
Heft:	VII
Artikel:	Über die Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hilfe des Hohlraumleiters
Autor:	Fejér, G. / Scherrer, P.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-111323

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. <u>Mehr erfahren</u>

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. <u>En savoir plus</u>

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. <u>Find out more</u>

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Copyright 1942 by Schweizerische Physikalische Gesellschaft. Société Suisse de Physique. — Società Fisica Svizzera. Nachdruck verboten. — Tous droits réservés. — Printed in Switzerland.

Über die Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hilfe des Hohlraumleiters

von G. Fejér und P. Scherrer.

(25. VIII. 1942).

Zusammenfassung. Zur Untersuchung der dielektrischen Eigenschaften der Stoffe im Wellenlängebereich von 1-3 cm wurde eine Apparatur entwickelt, die im wesentlichen aus einem Magnetronsender und einem Hohlraumleiter von rechteckigem Querschnitt besteht. Die Magnetrone erlauben diese kurzen Wellen zu erzeugen. Die H_{Om} -Wellen des rechteckigen Hohlraumleiters haben in der Ebene des Querschnittes liegende, zu einer Seite des Querschnittes parallel schwingende elektrische Feldlinien. Dank dieser Besonderheit können mit Hilfe der H_{Om} -Wellen auch Kristalle untersucht werden. Durch den Umstand, dass der Hohlraumleiter nicht leer, sondern mit einem unter Umständen nicht idealen Dielektrikum gefüllt ist, werden die Eigenschaften des Feldes im Hohlraumleiter nur insofern geändert. dass die Amplituden der Feldkomponenten mit zunehmendem Abstand von der Stelle der Erregung exponentiell abnehmen und dass keine kritische Frequenz mehr besteht. Die Feldverteilung im Querschnitt wird nicht beeinflusst. Die Dielektrizitätskonstante und die Absorptionskonstante werden aus dem Phasensprung bestimmt, den elektromagnetische Wellen bei der Reflexion an einer Abschlussfläche des Hohlraumleiters erleiden. Diese Abschlussfläche ist ein in der Axenrichtung des Hohlraumleiters verschiebbarer Metallkolben, der auf seiner nach innen gekehrten Seite eine Platte aus der zu untersuchenden Substanz trägt. Der Phasenunterschied zwischen den Wellen, welche auf die nach innen gekehrte Fläche der Platte einfallen und den Wellen, die von der Platte zurückkommen, besteht aus drei Beiträgen: 1. aus dem Phasensprung bei der Reflexion an der freien Innenfläche der Platte; 2. aus dem Phasensprung bei der Reflexion an der Trennfläche Platte/Metallkolben; 3. aus dem optischen Weg, der der doppelten Plattendicke entspricht. Durch Veränderung der Plattendicke kann der totale Phasensprung so eingestellt werden, dass er demjenigen gleich wird, der bei der Reflexion an einem Metallkolben unendlich guter Leitfähigkeit auftreten würde, nämlich gleich π . Wenn dieser Fall eintritt, dann können die gesuchten dielektrischen Konstanten des Materials aus verhältnismässig einfachen Gleichungen berechnet werden, in welchen nur die Querschnittsabmessungen des Hohlraumleiters, die Plattendicke und die Wellenlänge der benutzten Schwingung auftreten.

Einleitung und Problemstellung.

Die Messmethoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante im Bereich der Zentimeterwellen stehen noch am Anfang ihrer Entwicklung. Aus diesem Grunde schien es erstrebenswert eine Vorrichtung herzustellen, welche mit verhältnismässig wenig Aufwand Messungen im erwähnten Frequenzbereich ermöglicht. Der einfache Aufbau der Magnetrone und die besonderen Eigenschaften der Hohlraumleiter legen es nahe, die Messeinrichtung auf diese zwei Grundelemente zu basieren¹).

Die Veröffentlichung von WILLIAMS und CLEETON (Phys. Rev., Bd. 45, S. 234, 1934) zeigte, dass es möglich ist, Magnetrone zu bauen, welche im Frequenzbereich 3.10^{10} — 10^{10} Hz auch langdauernde Messungen durchzuführen gestatten.

Die Arbeiten verschiedener Autoren behandelten die Feldverteilung im offenen, leeren, rechteckigem Hohlraumleiter. Sie wiesen auf die Eigenschaft der sogenannten H_{01} -Wellen hin, dass sie elektrische Feldlinien haben, welche parallel und gerade sind. Diese Besonderheit macht die H_{01} -Wellentype zur Untersuchung der dielektrischen Eigenschaften von Kristallen geeignet.

Legt man keinen Wert auf strenge Parallität der elektrischen Feldstärke, dann sind die im Bereiche der Zentimeterwellen üblichen Messanordnungen die, welche freie Wellen (z. B. KEBBEL: Hochfrequenztechnik und Elektroakustik 53, 81, 1939) und jene, welche Drahtwellen benützen (z. B. KNERR: Physical. Rev. 52, 1054, 1937). Gegen die Benützung freier Wellen kann eingewendet werden, dass es schwierig ist den Empfänger vor Streustrahlen zu schützen und die Ausbildung störender stehender Wellen zu verhindern. Gegen die Anwendung der Drahtwellen spricht, dass es fast unmöglich ist solche Lecherleitungen zu bauen, deren Strahlungsverluste im Gebiet der zu verwendenden Frequenzen die Messungen nicht beeinträchtigen würden.

Wenn man sogar Dielektrizitätskonstanten von Kristallen im Kurzwellenbereich messen will, dann ist man auf die Benützung der rechteckigen Hohlraumleiter sogar angewiesen.

Die Anwendung von Hohlraumleitern hat nicht nur den Vorzug des eindeutig polarisierten Feldes und der guten Abschirmung des darin eingebauten Detektors, es sind auch die Proben aus der zu untersuchenden Substanz, die man zur Durchführung der Messungen braucht, kleiner als bei Anwendung einer anderen Messeinrichtung.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Teile: I) die Beschreibung der entwickelten Magnetrone, II) die Berechnung der Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter, III) die Beschreibung der Messmethode, IV) die Beschreibung der Apparatur und ihres Betriebes.

¹) Messmethode und vorläufige Resultate wurden vorgetragen an der Tagung der Schweiz. Phys. Ges. im Mai 1941, s. H. P. A. 14, 141, 1941.

I. Beschreibung der Magnetrone.

Benützte Literatur:

CLEETON and WILLIAMS: Phys. Rev. 45, 234, 1934.

MEGAW: The Journal of the Inst. of Electr. Eng. 72, 326, 1933.

Die experimentellen Angaben für den Bau von Magnetronen, deren Schwingungsbereich zwischen 10¹⁰ und 3.10¹⁰ Hz liegt, waren zur Zeit, als die vorliegende Arbeit begonnen wurde, äusserst spärlich. Es musste deshalb zuerst abgeklärt werden, welcher Teil der Röhre den Schwingbereich begrenzt.

Als Versuchsröhre (Fig. 1) wurde eine von G. R. KILGORE im Jahre 1936 in den Proceedings of the Society of Radio Engineers (Seite 1153) auf dem Bilde 13 angegebene Konstruktion benützt, jedoch mit folgenden Änderungen:

1. Trennung der Energieleitung von der Anode.

- 2. Zusammenbau von Kathodenhalter und Anode so, dass die Kathode bequem eingebaut und zentriert werden konnte.
- 3. Der eine Einheit bildende Aufbau wurde in einen aus Kernund Mantelschliff bestehenden Röhrenkolben eingesetzt.

Das Aggregat war während des Betriebes mit einer Quecksilberdiffusionspumpe luftleer gehalten.

Man ging von der Annahme aus, dass der Schlitz L als Schwingungskreis wirke. Zur Messung der Wellenlänge diente ein Paralleldrahtsystem, welches sich gleichfalls im Röhrenkolben befand. Wenn das Lechersystem kapazitativ angekoppelt wurde, war der Bügel B entfernt. Seine Abwesenheit war jedoch, ebenso wie das Verschliessen des Schlitzes L, ohne Einfluss auf das Verhalten des Magnetrons. Die Röhre konnte auch ohne Bügel und Schlitz erregt werden. Die Änderung der Länge der Kathodenleitung zwischen Kathode und Scheibe S erwies sich belanglos, ebenso wie Änderungen der Länge der Anode und Kathode. Nun wurde die Anode aus dem Halteklotz K entfernt und an ihrer Statt verschiedene Anoden aus Tantalblech, wie die der Fig. 2, eingesetzt.

Wiederum zeigten sich Anoden- und Kathodenlänge für den Schwingbereich belanglos: volle Anoden strahlten eine kleinere Energie aus als an ihrem freien Ende geschlitzte. Über die Winkellage im Magnetfeld kann nichts Bestimmtes ausgesagt werden; der Winkelbereich, in welchem Schwingungen nachgewiesen werden konnten, erstreckte sich von 0°-16°, je nach der Röhre. Es ist mit Recht anzunehmen, dass die kleinen Deformationen, die die stromführenden Teile im Magnetfeld erfahren und die unvermeidlichen Unsymmetrien der kleinen Röhren — ihr Anodendurchmesser lag zwischen 0,4 und 0,35 mm — die Winkelangaben sinnlos machen.

Der Betrieb war im allgemeinen bis zu einer Anodenbelastung, die die Anode auf Dunkelrotglut brachte, stabil. Es trat allerdings bei manchen Röhren der Trommeleffekt auf. Ein äusserer Unterschied zwischen den Röhren, welche diese Erscheinung zeigten und



Fig. 1.

Elektrodenaufbau einer der Versuchsröhren. Babnehmbarer Bügel, K Halteklotz, L Längsschlitz, S Halter der Kathodenleitung. Vergrösserung: ca. 2,3fach.

solchen, die davon frei waren, war nicht festzustellen. Bei manchen Röhren wurde gleichzeitig mit dem Trommeleffekt eine starke Energieausstrahlung festgestellt, bei manchen auch nicht. Die Wellenlänge dieser Ausstrahlung konnte in keinem Fall gemessen werden, da Anode und Kathode binnen einer kurzen Zeit miteinander verschmolzen.

Die oben erwähnten Einsichten in die Rolle der Abmessungen von Anode und Kathode bestimmten die Konstruktionsgrundsätze für die Röhrenaufbauten, welche in abgeschmolzenen Kolben betrieben wurden. Diese Röhren sind gleich gebaut wie diejenigen von CLAVIER (Le Matériel Téléphonique). Das Bild 2 zeigt den mechanischen Teil der Magnetrone, die Bilder 9, 10, 11 das Äussere und die Abstimmscheibe, deren Lage längs des Dreileitersystems mit dem Magnetfeld, Anodenspannung, Heizung, Lage im Magnetfeld die Wellenlänge und Anschwingfähigkeit bestimmen.



Fig. 2.

Elektrodenaufbau der abgeschmolzenen Röhren. Der auf dem Bild sichtbare Klotz dient einerseits als Matrize beim Blasen des Glasfusses, andrerseits als Halter der Schutzhülle während des Blasens. Der Klotz wird nach Fertigstellung des Fusses entfernt. Vergrösserung: ca. 2,2 fach.

Allen Röhren gemeinsam waren der Anodendurchmesser zwischen 0,4 und 0,35 mm, der Kathodendurchmesser 0,1 mm, das Material der Anode: Tantalblech, der Kathode: reines Wolfram, der Einschmelzungen: Molybdändraht von 0,8 mm Durchmesser, der gegenseitige Abstand der Einschmelzungen: 3,5 mm. Der Röhrenkolben bestand aus Molybdän- oder Pyrexglas. Einzelheiten über die Röhren werden in der nächstens erscheinenden Dissertation ähnlichen Titels mitgeteilt. An dieser Stelle sei nur bemerkt, dass eine der Röhren im Wellenlängenbereich von 1,5 bis 2,2 cm während mehr als 2000 Stunden ohne Schaden zu erleiden in intermittierendem Betrieb stand.

II. Die Berechnung der Feldverteilung im Hohlraumleiter.

Die Berechnung der Feldverteilung im beidseitig geschlossenen Hohlraumleiter wurde in folgender Weise durchgeführt:

IIa) Berechnung des Feldes im offenen, aber mit einem homogenen, absorbierenden Medium gefüllten Hohlraumleiter (vgl. CLA-VIER'S Rechnung für den leeren, runden Hohlraumleiter: Bulletin de la Soc. française des Electriciens, April 1938).

IIb) Berechnung des Verhaltens nicht ebener Wellen an Grenzflächen bei senkrechtem Einfall.

IIc) Berechnung der Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter, wobei die unter IIb) abgeleiteten Reflexions- und Durchlasskoeffizienten benützt werden.

IId) Berechnung des Energieinhaltes und der Abstimmung des Hohlraumleiters.

IIa) Berechnung des Feldes im offenen, mit absorbierendem Dielektrikum gefüllten Hohlraumleiter.

Benützte Literatur:

- ¹⁾ BARROW: Proc. Inst. Rad. Eng. 24, 1298, 1936.
 ²⁾ CARSON, MEAD & SCHELKUNOFF: Bell Tel. Syst. Techn. Publ. 15, 310, 1936.
 ³⁾ SOUTHWORTH: Bell Tel. Syst. Techn. Publ. 15, 284, 1936.
 ⁴⁾ SOUTHWORTH: Bell Tel. Syst. Techn. Publ. 25, 807, 1937.
 ⁵⁾ Control Participation of Planting April 1929.

- ⁵) CLAVIER: Bull. Soc. Française d. Electriciens, April 1938.
- ⁶) CLAVIER & ALTOVSKY: Rev. Gén. de l'Electr. 45, 697, 731, 1939.
- 7) CHU und BARROW: Proc. Inst. Rad. Eng., Dezember 1938.
- ⁸) BORGNIS: Ann. d. Phys. 35, 359, 1939.
- ⁹) BRILLOUIN: Electrical Communications April 1938.

1)-6) behandeln den Hohlraumleiter mit kreisförmigem Querschnitt; 7) den mit rechteckigem; 8) und 9) sind allgemeiner gehalten.

Als Hohlraumleiter diene ein in seiner Axialrichtung unendlich ausgedehnter Rechtflach von den Kantenlängen a, b (Fig. 4). Das den Hohlraumleiter füllende Dielektrikum sei homogen, isotrop und absorbierend. Längs der Axe des Hohlraumleiters, die wir zur x-Axe machen wollen, pflanze sich in der positiven Richtung eine elektromagnetische Welle fort. Die Feldkomponenten dieser Welle beschreiben die folgenden Gleichungen, für deren Ableitung auf die oben erwähnte Dissertation verwiesen wird. Um den Vergleich mit der Dissertation zu erleichtern, wurden den Gleichungen dieselben Nummern wie dort zugeteilt. An dieser Stelle sei nur erwähnt, dass auch in dem Fall, dass das Dielektrikum absorbierend ist, zwei getrennte Gruppen von Lösungen gefunden werden, wenn nur der Wandung des Hohlraumleiters eine unendlich gute Leitfähig-



keit zugeschrieben werden kann. Die Wellentypen, welche den zwei Lösungen entsprechen, unterscheiden sich dadurch, dass die eine, E-Wellen genannt, keine axiale Komponente der magnetischen Feldstärke, die andere, H-Wellen genannt, keine axiale Komponente der elektrischen Feldstärke besitzt. Nach dieser Trennung besteht die Aufgabe darin, für beide Gruppen die Randbedingungen befriedigende Lösungen der Wellengleichung $\Delta \Phi + k^2 \Phi = 0$ zu finden.

E-Wellen:

$$E_{x} = B_{E} \sin\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \cdot e^{i(wt-\gamma x)-\beta x}$$
(41a)

$$E_{y} = -i\frac{\gamma'}{k^{2}}\frac{m\pi}{a}B_{E}\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \cdot e^{i(wt-\gamma x)-\beta x}$$
(41b)

$$E_{z} = -i\frac{\gamma'}{k^{2}}\frac{n\pi}{b}B_{E}\sin\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \cdot e^{i(wt-\gamma x)-\beta x}$$
(41c)

$$H_x \equiv 0 \tag{41d}$$

$$H_{y} = i \frac{\omega \varepsilon}{k^{2}} \frac{n\pi}{b} B_{E} \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(wt - \gamma x) - \beta x}$$
(41e)

$$H_{z} = -i\frac{\omega\varepsilon}{k^{2}}\frac{m\pi}{a}B_{E}\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}z\right)\cdot e^{i(wt-\gamma x)-\beta x}$$
(41f)

$$E_x \equiv 0$$
 (42a)

$$E_{y} = i \frac{\omega \mu}{k^{2}} \frac{n\pi}{b} B_{H} \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \cdot e^{i(wt - \gamma x) - \beta x}$$
(42b)

G. Fejér und P. Scherrer.

$$E_{z} = -i\frac{\omega\mu}{k^{2}}\frac{m\pi}{a}B_{H}\sin\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \cdot e^{i(wt-\gamma x)-\beta x}$$
(42c)

$$H_{x} = B_{H} \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(wt - \gamma x) - \beta x}$$
(42d)

$$H_{y} = i \frac{\gamma'}{k^{2}} \frac{m\pi}{a} B_{H} \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(wt - \gamma x) - \beta x} \quad (42e)$$

$$H_{z} = i \frac{\gamma'}{k^{2}} \frac{n\pi}{b} B_{H} \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(wt - \gamma x) - \beta x}$$
(42f)

 B_E und B_H sind Amplitudenkonstanten, die die Stärke der Anregung angeben. Formell ist B_E die Amplitude der axialen Komponente der E-Wellen an der Stelle x = 0 im Schnittpunkte der diagonalen des Querschnitts. Entsprechendes gilt für B_H .

$$\gamma' = \gamma - i \beta$$
 $2 \beta \gamma = \omega^2 \varepsilon'' \mu$ (33a)

$$k^{2} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2} = \omega^{2} \varepsilon' \mu - \gamma^{2} + \beta^{2} \qquad (33b)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{+\sqrt{\left[\omega^{2} \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}\right]^{2} + \omega^{4} \varepsilon''^{2} \mu^{2}}{2}} + \left[\omega^{2} \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}\right]}$$

$$\frac{\sqrt{+\sqrt{\left[\omega^{2} \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}\right]^{2} + \omega^{4} \varepsilon''^{2} \mu^{2}} - \left[\omega^{2} \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}\right]}}{2}$$

2

 $\beta = \sqrt{\frac{1}{\omega = \text{Kreisfrequenz.}}}$

 $\varepsilon' =$ reelle Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon^{\prime\prime} = 4 \pi \frac{\sigma}{\omega} = 2 \frac{\sigma}{\nu}$$
in elektro-
magnetischen
$$\sigma = \text{spezifische Leitfähigkeit} = \frac{\omega \varepsilon^{\prime\prime}}{4\pi}$$
in elektro-
magnetischen
in elek

Die Ableitung zeigt wiederum die Eigenschaft des rechteckigen Hohlraumleiters, dass zu jedem Zahlenpaar m, n je eine E- und eine H-Welle mit gemeinsamer Dämpfungskonstante β und Phasenmass γ gehören. Solche Wellen haben auch dieselbe Phasengeschwindigkeit v_p und Gruppengeschwindigkeit v_g .

$$v_p = \frac{\omega}{\gamma} \tag{36}$$

$$v_{g} = \frac{d\,\omega}{d\gamma} = \frac{2\,\gamma}{\omega\,\mu} \,\frac{2\,\gamma^{2} - (\omega^{2}\,\varepsilon'\,\mu - k^{2})}{2\,\gamma^{2}\varepsilon' + \,\omega^{2}\,\varepsilon''^{2}\,\mu} \tag{37}$$

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

$$v_{p}v_{g} = \frac{2}{\mu} \frac{2\gamma^{2} - (\omega^{2}\varepsilon'\mu - k^{2})}{2\gamma^{2}\varepsilon' + \omega^{2}\varepsilon''^{2}\mu}$$
(38)

Wenn a und b gegen Unendlich zunehmen, dann gehen y und β in die entsprechende Formel für freie ebene Wellen über.

Wenn ε'' verschwindet, dann nimmt (38) den folgenden Wert an:

$$arepsilon^{\prime\prime}=0$$
 $v_{p}v_{g}=rac{1}{arepsilon^{\prime}\mu}=v_{\infty}^{2}$

 $v_{\infty}=$ Lichtgeschwindigkeit im unbegrenzten, verlustfreien Medium.

Ausserdem gibt es in diesem Fall eine von 0 verschiedene Frequenz $\omega_{\kappa} = 2 \pi \nu_{\kappa}$, bei welcher λ_1 , die Wellenlänge im Hohlraumleiter, unendlich wird.

$$\omega_{K} = 2 \pi \nu_{K} = \sqrt{\frac{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}}{\varepsilon' \mu}}$$
(39)

Ist das Dielektrikum verlustfrei, dann kann keine Strahlung von einer Kreisfrequenz kleiner als ω_K durch den Hohlraumleiter übertragen werden. In einem mit Verlust behafteten Dielektrikum gefüllten Hohlraumleiter besteht keine solche kritische Frequenz.

Diese Erkenntnis legte es nahe, die Bestimmung der Feldverteilung abzuleiten.

Wenn $\omega = \omega_{\kappa}$ haben γ und β denselben Wert:

$$\omega = \omega_K \qquad \gamma_K = \beta_K = \omega_K \sqrt{\frac{\varepsilon'' \mu}{2}}$$
 (40a)

$$\gamma_{K} = \beta_{K} = \sqrt{2 \sigma \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2} \right]}}$$
(40b)

Bei der kritischen Frequenz wird folglich die Amplitude der Strahlung nach Durchlaufen eines Weges vom Betrage einer Wellenlänge auf ihren 2π -ten Teil gedämpft.

Die *E*-Welle niedrigster Ordnung ist die mit m = n = 1; wäre eine der Zahlen m, n gleich null, dann würden alle Feldkomponenten verschwinden; demgegenüber gibt es auch solche *H*-Wellen, bei welchen eine der charakteristischen Zahlen m, n gleich null ist.

II b. Verhalten der nicht-ebenen Wellen an Grenzflächen bei senkrechtem Einfall.

Um das Verhalten der Wellen an der Grenzfläche verschiedener Medien zu untersuchen, kann an eine Gleichung in der Ableitung der Feldverteilung angeknüpft werden, die noch keine weitere Annahmen über die Feldvektoren enthält, als dass ihre Abhängigkeit von der Zeit durch den Faktor e^{iwt} , ihr Verlauf längs der x-Axse durch den Faktor $e^{\mp i\gamma'x}$ ausgedrückt werden. (Siehe Dissertation.)

Die Anordnung sei nach Fig. 5 getroffen:



Die Wellen sollen sowohl auf die ebene Platte (Medium II), als auch auf die Metallwand senkrecht auffallen. Die Platte und die Wand sind folglich zur *y-z*-Ebene parallel, in diesen Richtungen sollen sie sich ins Unendliche erstrecken. In allen drei Medien treten auch reflektierte Wellen auf; diese laufen in Richtung der negativen *x*-Achse; ihre Fortpflanzungskonstante γ'^r ist gleich jener der in der positiven *x*-Richtung laufenden "einfallenden" Wellen γ'^e , aber mit negativem Vorzeichen: $\gamma'^r = -\gamma'^e$.

Aus der Einsicht, dass in einer mathematischen Fläche weder Energieanhäufung noch Energieverbrauch möglich sind, folgt die Grenzbedingung der Maxwell'schen Gleichungen des Inhalts, dass die in der Trennungsebene liegenden Komponenten der Feldvektoren die Fläche stetig passieren.

Da die Medien isotrop sind und die Wellen senkrecht einfallen, werden die y- und z-Komponenten in gleichem Masse reflektiert und gebrochen; deshalb ist die Untersuchung des Verhaltens der einen Komponente der elektrischen Feldstärke zum Beispiel der y-Komponente und der damit verbundenen z-Komponente der magnetischen Feldstärke, hinreichend um die Vorgänge an den Trennflächen zu beschreiben.

Versteht man unter $E_{y_{\mathrm{I}}}^{e}(0)$ die in I auftretende, in der Ebene x = 0 liegende elektrische Komponente der aus I in II eintretenden Strahlung; unter $E_{y_{\mathrm{I}}}^{r}(0)$ die entsprechende Grösse der aus II nach Reflexion bei x = 0, x = d, x = u und Schwächung in II und III in I zurücktretenden Strahlung, dann bedeutet

$$\mathbf{r} = \frac{E_{y_{\mathbf{I}}}^{r}(0)}{E_{y_{\mathbf{I}}}^{e}(0)} \tag{46}$$

den Reflexionskoeffizienten des ganzen, rechts von der YZ-Ebene liegenden Gebildes.

Versteht man unter $E_{y_{\text{III}}}^{e}(0) e^{-i\gamma_{3}'d}$ die nach Reflexion bei x=0, x=d und Schwächung in II und III in der Ebene x=d liegende elektrische Komponente der in III eintretenden Strahlung, dann bedeutet

$$\mathfrak{d} = \frac{E_{y_{\Pi \Pi}}^{e}(0)}{E_{y_{\Pi}}^{e}(0)} \tag{49}$$

den Durchlasskoeffizienten der aus I in III eingetretenen Strahlung.

Man erhält die Reflexionskoeffizienten der *E*-Type \mathfrak{r}_E und den Durchlasskoeffizienten \mathfrak{d}_E :

$$\mathbf{r}_{E} = \frac{g_{1} g_{2} \cos \gamma_{2}' d - i g_{2}^{2} \sin \gamma_{2}' d + i g_{3} \operatorname{ctg} \gamma_{3}' (u - d) \left[g_{2} \cos \gamma_{2}' d - i g_{1} \sin \gamma_{2}' d\right]}{g_{1} g_{2} \cos \gamma_{2}' d + i g_{2}^{2} \sin \gamma_{2}' d - i g_{3} \operatorname{ctg} \gamma_{3}' (u - d) \left[g_{2} \cos \gamma_{2}' d + i g_{1} \sin \gamma_{2}' d\right]} (53a)$$
$$\mathbf{\mathfrak{d}}_{E} = \frac{(\mathbf{r}_{E} - 1) g_{1} \sin \gamma_{2}' d - i (\mathbf{r}_{E} + 1) g_{2} \cos \gamma_{2}' d}{2 g_{2} \sin \gamma_{3}' (u - d)} e^{i \gamma_{3}' u} (53b)$$

$$g_i = \frac{\varepsilon_i}{\gamma_i'} \tag{53c}$$

Und für die H-Welle:

$$\mathbf{r}_{H} = \frac{h_{1}h_{2}\cos\gamma_{2}' d - ih_{2}^{2}\sin\gamma_{2}' d + ih_{3}\operatorname{ctg}\gamma_{3}' (u-d) \left[h_{2}\cos\gamma_{2}' d - ih_{1}\sin\gamma_{2}' d\right]}{h_{1}h_{2}\cos\gamma_{2}' d + ih_{2}^{2}\sin\gamma_{2}' d - ih_{3}\operatorname{ctg}\gamma_{3}' (u-d) \left[h_{2}\cos\gamma_{2}' d + ih_{1}\sin\gamma_{2}' d\right]} (54a)$$

$$\mathfrak{d}_{H} = \frac{(\mathfrak{r}_{H} - 1)h_{1}\sin\gamma_{2}'d - i(\mathfrak{r}_{H} + 1)h_{2}\cos\gamma_{2}'d}{2h_{2}\sin\gamma_{3}'(u - d)}e^{i\gamma_{3}'d} \quad (54b)$$
$$h_{i} = \frac{\gamma_{i}'}{\mu_{i}} \quad (54c)$$

Wenn u unendlich wird, dann nehmen (53a, b) (54a, b) die Form an, welche von der Interferenz an planparallelen Platten her bekannt ist:

$$\mathbf{r}_{E} = \frac{g_{2}(g_{1} - g_{3}) + i(g_{1}g_{3} - g_{2}^{2}) \operatorname{tg} \gamma'_{2} d}{g_{2}(g_{1} + g_{3}) + i(g_{1}g_{3} + g_{2}^{2}) \operatorname{tg} \gamma'_{2} d}$$
(53d)

G. Fejér und P. Scherrer.

$$\mathfrak{d}_{E} = \frac{\frac{2 g_{1} g_{2}}{\cos \gamma_{2}' d}}{g_{2}(g_{1} + g_{3}) + i(g_{1} g_{3} + g_{2}^{2}) \operatorname{tg} \gamma_{2}' d} e^{i \gamma_{3}' d}$$
(53e)
$$h_{2}(h_{2} - h_{2}) + i(h_{2} - h_{2}) \operatorname{tg} \gamma_{2}' d$$

$$\mathbf{r}_{H} = \frac{h_{2}(h_{1} - h_{3}) + i(h_{1}h_{3} - h_{2}^{2}) \operatorname{tg} \gamma_{2}' d}{h_{2}(h_{1} + h_{3}) + i(h_{1}h_{3} + h_{2}^{2}) \operatorname{tg} \gamma_{2}' d}$$
(54d)

$$\mathfrak{d}_{H} = \frac{\frac{2 h_{1} h_{2}}{\cos \gamma_{2}' d}}{h_{2}(h_{1} + h_{3}) + i (h_{1} h_{3} + h_{2}^{2}) \operatorname{tg} \gamma_{2}' d} e^{i \gamma_{3}' d}$$
(54e)

Die nach (53a) und 54a) dargestellten Reflexionskoeffizienten können, wenn die Platte (Medium II) absorbiert, unter gewissen Bedingungen verschwinden. Für \mathbf{r}_H lauten diese Bedingungen, wenn $h_1 = h_3$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$$\begin{aligned} &(\cos 2 \gamma_2 d + ch \ 2 \ \beta_2 d) \gamma_1 \left[\gamma_2 + \beta_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d) \right] \\ &+ \sin \gamma_2 d \left[\gamma_1^2 + \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d) \right] - (\gamma_2^2 - \beta_2^2) sh \ 2 \ \beta_2 d = 0 \\ &(\cos 2 \gamma_2 d + ch \ 2 \ \beta_2 d) \gamma_1 \left[\gamma_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d) - \beta_2 \right] \\ &- (\gamma_2^2 - \beta_2^2) \sin 2 \ \gamma_2 d - \left[\gamma_1^2 \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d) - 2 \ \gamma_2 \beta_2 \right] sh \ 2 \ \beta_2 d = 0. \end{aligned}$$

IIc. Die Feldverteilung im geraden, abgeschlossenen, rechteckigen Hohlraumleiter, dessen Dielektrikum in der Achenrichtung zwei Unstetigkeitsstellen hat.

Es sei angenommen, dass die im vorhergehenden Abschnitt IIb für unendlich ausgedehnte Trennflächen berechneten Reflexionsund Durchlasskoeffizienten auch für die Wellen im Hohlraumleiter gelten; ist dem aber so, dann kann mit ihrer Hilfe die Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter bestimmt werden.

Im folgenden seien die Annahmen, die zur Berechnung der Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter getroffen wurden, zusammengestellt.

1. Die Wellen fallen auf beide Abschlusskolben senkrecht ein.

2. Alle Medien sind isotrop.

3. Die Antenne soll folgende Eigenschaften haben: a) Sie soll die gewünschte Wellentype einstrahlen; b) die an den beiden Enden des Hohlraumleiters reflektierten Wellen sollen den Ort der Antenne so passieren, als wäre diese nicht vorhanden.

4. Der in den Formeln der eingestrahlten Wellen vorkommende Amplitudenfaktor B sei vom Ort und der Beschaffenheit der den Hohlraumleiter begrenzenden Abschlusskolben unabhängig. 5. Wenn das Dielektrikum im Hohlraumleiter nicht absorbiert, und die beiden Abschlusskolben vollkommen reflektieren, dann wird im Hohlraumleiter keine Energie verbraucht. Da aber die Antenne ständig Energie einstrahlt, müssten im Resonanzfall die Feldstärken unendlich werden. Es ist die sonst vernachlässigbare Dämpfung in der Metallumrandung, die verhindert, dass dies eintritt. Diese Dämpfung α sei so klein, dass sie die Feldverteilung im Querschnitt nicht beeinflusst, bloss eine mit wachsender Entfernung von der Sendeantenne schwache Abnahme der Amplitude verursacht.

Wenn $\beta = 0$, dann lautet die Formel für eine Feldkomponente, z. B. für H_y der H-Wellen, im rechteckigen Hohlraumleiter, der in seiner Axenrichtung unbegrenzt ist:



Sie geht aus Gleichung (42e), die für absorbierendes Medium und unendlich gut leitende Metallumhüllung gilt, so hervor, dass überall, mit Ausnahme des Exponenten β zu Null gesetzt, im Exponenten selber durch α ersetzt wird. α sei nach CHU und BARROW (loc. cit.) berechnet.

Die Feldstärke an der Stelle x zur Zeit t setzt sich zusammen aus dem Strahl, welcher von der Antenne kommend eben eintrifft und aus Strahlen, die von der Antenne früher eingestrahlt, zwischen den Enden hin- und herreflektiert, die Stelle x eben passieren. Der Teil des Hohlraumleiters, welcher sich jenseits $x = l_2$ erstreckt, wirkt so auf den übrigen Teil zurück, als befände sich an der Stelle $x = l_2$ eine Substanz mit dem Reflexionskoeffizienten \mathbf{r}_2 .

Um die nach (46), (53a), (54a) definierten Reflexionskoeffizienten benützen zu können, ist es vorteilhaft, die Summation für eine im Querschnitt liegende elektrische Feldkomponente durchzuführen, die andere im Querschnitt liegende elektrische Komponente erfährt durch die wiederholten Reflexionen die gleiche Veränderung. Die andern Feldkomponenten bekommt man unter Zuhilfenahme der Maxwell'schen Gleichungen. In den folgenden Formeln sind unter \mathbf{r}_i (den Reflexionskoeffizienten bei $x = -l_1$ und $x = +l_2$) je nach der Wellentype \mathbf{r}_E oder \mathbf{r}_H zu verstehen. \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 müssen einander nicht gleich sein. Mit dem Index ∞ sei, bis auf den von x abhängigen Faktor, der Wert der Feldstärke im beidseitig offenen Hohlraumleiter bezeichnet. Vor und hinter der Platte (Medium II) sei der Hohlraumleiter mit derselben Substanz gefüllt. (Die Gleichungen (55) und (56) gelten zwar auch dann, wenn $\gamma_1' \neq \gamma_3'$.) Die Permeabilitäten μ_i können in allen Gleichungen gleich μ_0 , Permeabilität des Vakuums, gesetzt werden.

Für die Feldverteilung in den anderen Abschnitten des Hohlraumleiters sei auf die Dissertation verwiesen.

$$rac{0 < x < l_2}{{\gamma'_1} = {\gamma'_3} = {\gamma'}; \; arepsilon_1 = arepsilon_3 = arepsilon}$$

E-Wellen:

$$E_{x} = E_{x\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i2\gamma' l}} \left[e^{-i\gamma' x} - \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2l_{2} - x)} \right]$$
(55a)

$$E_{y} = E_{y\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2 l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2 l}} \left[e^{-i\gamma' x} + \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2 l_{2} - x)} \right] \quad (55b)$$

$$E_{x} = E_{z\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2 l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2 l}} \left[e^{-i\gamma' x} + \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2 l_{2} - x)} \right] \quad (55c)$$

$$H_x = H_{x\infty} \equiv 0 \tag{55d}$$

$$H_{y} = H_{y\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2l}} \left[e^{-i\gamma' x} - \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2l_{2} - x)} \right]$$
(55e)

$$H_{z} = H_{z\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2 l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2 l}} \left[e^{-i\gamma' x} - \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2 l_{2} - x)} \right]$$
(55f)

$$E_x = E_{x\infty} \equiv 0 \tag{56a}$$

$$E_{\mathbf{y}} = E_{\mathbf{y}\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2l}} \left[e^{-i\gamma' x} + e^{-i\gamma' (2l_{2} - x)} \right]$$
(56b)

$$E_{z} = E_{z \infty} \frac{1 + r_{1} e^{-i\gamma' 2 l_{1}}}{1 - r_{1} r_{2} e^{-i\gamma' 2 l}} \left[e^{-i\gamma' x} + e^{-i\gamma' (2 l_{2} - x)} \right]$$
(56c)

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

$$H_{x} = H_{x\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2l}} \left[e^{-i\gamma' x} + e^{-i\gamma' (2l_{2} - x)} \right]$$
(56d)

$$H_{y} = H_{y\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2 l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2 l}} \left[e^{-i\gamma' x} - \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2 l_{2} - x)} \right] \quad (56e)$$

$$H_{z} = H_{z\infty} \frac{1 + \mathfrak{r}_{1} e^{-i\gamma' 2 l_{1}}}{1 - \mathfrak{r}_{1} \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' 2 l}} \left[e^{-i\gamma' x} - \mathfrak{r}_{2} e^{-i\gamma' (2 l_{2} - x)} \right]$$
(56f)

Die Feldverteilung im Raum $-l_1 < x < 0$ wird erhalten durch Ersetzen von l_1 durch l_2 , \mathfrak{r}_1 durch \mathfrak{r}_2 .

IId. Energie-Inhalt und Abstimmung des Hohlraumleiters.

1. Der Energieinhalt. — Der Hohlraumleiter nimmt vom Sender fortlaufend Energie auf. Nachdem sich der Beharrungszustand ausbildete, dient diese Energie zur Deckung des Verlustes, welcher dadurch entsteht, dass die Leitfähigkeit der metallischen Umrandung nicht vollkommen, die des Dielektrikums nicht Null ist; da der Hohlraumleiter abgeschlossen ist, kommen Strahlungsverluste nicht in Betracht.

Der direkte Weg zur Bestimmung der Energieaufnahme des Hohlraumleiters wäre die Berechnung der Ausstrahlung der Erregerantenne unter Berücksichtigung der vom Hohlraumleiter auf sie ausgeübten Rückwirkung. Diese Rechnung dürfte recht schwierig sein. Wenn man sich aber damit begnügt, zu wissen, wie es sich um die Energieaufnahme bei gegebener Lage einer gegebenen Substanz bei verschiedenen Lagen der Abschlusskolben verhält, dann kommt man auch anders zum Ziel.

Die entstehenden Verluste sind um so grösser, je grösser der elektromagnetische Energieinhalt Q des Hohlraumleiters. Da die Feldverteilung im ganzen Hohlraumleiter bekannt ist, kann dieser Energieeinhalt berechnet werden. Die Schwierigkeit der Rechnung läge nicht im Aufwand an Mathematik, sondern in der Unhandlichkeit der Formeln. Ein einfacher Fall, welcher auch zur Bestimmung der elektrischen Konstanten der zu untersuchenden Substanzen benützt wird, sei im folgenden durchgerechnet.

Die Versuchsanordnung sei so getroffen, dass die Platte aus der zu untersuchenden Substanz auf dem Kolben bei l_2 aufliegt; nach Fig. 7 bedeutet dies: u = d. Wenn der Abschlusskolben bei $x = -l_1$ aus einem vollkommen leitenden Metall besteht, dann wird $\mathbf{r}_1 = -1$. In diesem Fall kommt in den Formeln nur der Reflexionskoeffizient des aus Substanz und Metallkolben bestehenden Gebildes, \mathbf{r}_2 , vor.

G. Fejér und P. Scherrer.

$$\mathbf{r}_{2} = \mathbf{r}_{E} \text{ oder } \mathbf{r}_{H}; \quad \varepsilon_{1}^{\prime\prime} = 0 \quad \beta_{1} = 0 \quad \gamma_{1}^{\prime} = \gamma_{1} \quad \varepsilon_{2}^{\prime\prime} \pm 0 \quad \gamma_{2}^{\prime} = \gamma_{2} - i\beta_{2}$$

$$\underline{u = d} \qquad \qquad \mathbf{r}_{H} = -\frac{\gamma_{2}^{\prime} - i\gamma_{1} \operatorname{tg} \gamma_{2}^{\prime} d}{\gamma_{2}^{\prime} + i\gamma_{1} \operatorname{tg} \gamma_{2}^{\prime} d} \qquad (63a)$$

$$\mathbf{r}_{E} = -\frac{\gamma_{1}\varepsilon_{2} - i\gamma_{2}'\varepsilon_{1} \operatorname{tg} \gamma_{2}' d}{\gamma_{1}\varepsilon_{2} + i\gamma_{2}'\varepsilon_{1} \operatorname{tg} \gamma_{2}' d}$$
(63b)

Die Energiedichte

$$w = \frac{1}{8\pi} \left(\overline{\mathfrak{E}^2} + \overline{\mathfrak{F}^2}\right) = \frac{1}{16\pi} \left(\mathfrak{E}\mathfrak{E}^* + \mathfrak{F}\mathfrak{F}^*\right)$$
(64a)

Der Energieinhalt des ganzen Hohlraumleiters Q:

$$Q = \int \int df \left(\int_{-l_1}^0 w \, dx + \int_0^{l_2} w \, dx + \int_{l_2}^{l_2+d} w \, dx \right)$$
(64b)

Die Summe der zwei ersten Integrale gibt den Energieinhalt des leeren Teiles des Hohlraumleiters, das dritte Glied stellt den Anteil des mit der Substanz gefüllten Abschnittes dar. Dieses dritte Integral liefert, da die Ausgangsgleichungen selber recht umfangreich sind, sehr unübersichtliche Formeln. Man kann es aber leicht abschätzen, ob es erlaubt wäre, dieses letzte Glied zu vernachlässigen.

Aus der Kontinuität der Energieströmung an Trennflächen folgt, dass das Produkt aus Energiedichte und Gruppengeschwindigkeit an beiden Seiten der Trennfläche konstant ist.

$$w_{30} v_{g_3} = w_2 v_{g_2} \tag{65}$$

Unter w_2 sei die Energiedichte im Raum $0 < x < l_2$ unter w_{30} , die im Dielektrikum längs der Ebene $x = l_2$ verstanden. w_2 ist im ganzen Raum $0 < x < l_2$ konstant, w_3 nimmt in der Substanz wie $e^{-2\beta_2 x}$ ab.

$$Q_{2} = \int \int df \int_{0}^{l_{2}} w_{2} \, dx = f l_{2} w_{2}; \quad Q_{3} = \int \int df \int_{l_{2}}^{l_{2}+d} w_{3} \, dx$$
$$= f w_{30} \int e^{-2\beta x} \, dx = f \frac{w_{30}}{2\beta_{2}} \left(1 - e^{-2\beta_{2}d}\right) e^{-2\beta_{2}l_{2}}$$
$$\frac{Q_{3}}{Q_{2}} = \frac{v_{g_{2}}}{v_{g_{3}}} \frac{1 - e^{-2\beta_{2}d}}{2\beta_{2}l_{2}} e^{-2\beta_{2}l_{2}}$$
(66)

$$v_{g_2} = \frac{\gamma_1}{\omega \varepsilon_1' \mu_0} \qquad (aus \ 37)$$

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

$$v_{g_3} = \frac{2\gamma_2}{\omega\mu_0} \frac{1 - \frac{\omega^2 \varepsilon_2' \mu_0 - k^2}{2\gamma_2^2}}{\varepsilon_2' + \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_2''^2}{2\gamma_2^2}}$$
(aus 37)

661

Wenn die Betriebsfrequenz des Hohlraumleiters genügend weit entfernt von der kritischen Frequenz ist, dann kann die Wellenlänge im Hohlraumleiter gleich der Wellenlänge im unbegrenzten Dielektrikum gesetzt werden, in einer Näherung, welche zur vorliegenden Abschätzung gut genug ist.

$$\frac{\omega \gg \omega_{K}}{\gamma_{1} = \frac{2\pi}{\lambda_{1}}} \approx \omega \sqrt{\varepsilon_{1}^{'} \mu_{0}}; \quad \gamma_{2} = \frac{2\pi}{\lambda_{2}} \approx \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{2} \left[\sqrt{\varepsilon_{2}^{'2} + \varepsilon_{2}^{''2}} + \varepsilon_{2}^{'}\right]};$$
$$\beta_{2} \approx \omega \sqrt{\frac{\mu_{0}}{2} \left[\sqrt{\varepsilon_{2}^{'2} + \varepsilon_{2}^{''2}} - \varepsilon_{2}^{'}\right]}$$

1. $\beta_2 = 0$

$$v_{g3} = \frac{\gamma_2}{\omega \varepsilon_2' \mu_0}; \quad \lim_{\beta_2 \to 0} \frac{1 - e^{-\beta_2 d}}{2 \beta_2} = d; \quad \lim_{\beta_2 \to 0} e^{-2\beta_2 l_2} = 1$$
$$\frac{v_{g,}}{v_{g_3}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'} \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'}}$$
$$\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{d}{l_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'}} \qquad (67)$$

In den Versuchen sind: $d \le 1 \text{ cm}$; $l_2 \sim 100 \text{ cm}$.

$$\frac{Q_3}{Q_2} \sim 10^{-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1'}}$$
2. $\varepsilon_2'' \Rightarrow \infty$; $\beta_2 \Rightarrow \infty$

$$v_{g_3}'' \text{verschwindet wie } \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2''}}$$

$$\beta_2 \text{ wird unendlich wie } \sqrt{\varepsilon_2''}$$

$$\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{v_{g_3}}{v_{g_3}} \int_{l_4}^{l_2+d} e^{-2\beta_2 x} dx; \quad \text{wenn } \varepsilon_2'' \Rightarrow \infty, \text{ dann:}$$

$$\frac{1}{v_{g_3}} \int_{l_4}^{l_2+d} e^{-2\beta_2 x} dx \approx \sqrt{\varepsilon_2''} \int_{l_4}^{l_2+d} e^{-\sqrt{\varepsilon_2'' x}} dx$$
*

$$\lim_{z \to \infty} z \int_{l_2}^{l_2+d} e^{-zx} dx = 0$$
$$\frac{Q_3}{Q_2} = 0$$

Dieses Ergebnis war zu erwarten; ist nämlich das Medium verlustbehaftet, dann wird die eintretende Energie zerstreut und findet sich nicht wieder als elektromagnetischer Energieinhalt.

Da der Anteil des Dielektrikums am Energieinhalt durch Verkleinerung von d/l_2 beliebig klein gemacht werden kann (67), gilt in guter Näherung:

$$Q = \int \int df \left(\int_{-l_1}^0 w \, dx + \int_0^{l_2} w \, dx \right)$$

Für E-Wellen:

$$(\mathfrak{r} = r e^{i\delta})$$
 $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, DK. des Vakuums.

$$\begin{aligned} Q_{E} &= \varepsilon_{0} \ B_{E}^{2} \frac{\frac{ab}{16 \pi \gamma_{1}}}{1 + r_{2}^{2} + 2 r_{2} \cos\left(2\gamma_{1} l - \delta\right)} \left\{ \left[1 + r_{2}^{2} + 2 r_{2} \cos\left(2\gamma_{1} l_{2} - \delta\right)\right] \\ &\left[\left(1 + \frac{\gamma_{1}}{k^{2}}\right) \gamma_{1} \ l_{1} + \frac{\sin 2 \gamma_{1} l_{1}}{2}\right] \\ &+ \left(1 - \cos 2 \gamma_{1} \ l_{1}\right) \left[\left(1 + r_{2}^{2}\right) \left(1 + \frac{\gamma_{1}}{k^{2}}\right) \gamma_{1} \ l_{2} - 2 r_{2} \sin \gamma_{1} l_{2} \cos\left(\gamma_{1} l_{2} - \delta\right)\right] \right\} \end{aligned}$$

Für H-Wellen:

 $(\mathfrak{r} = r e^{i \delta})$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$ DK. des Vakuums.

$$Q_{A} = \mu_{0} B_{H}^{2} \frac{\frac{lo}{16 \pi \gamma_{1}}}{1 r_{2}^{2} + 2 r_{2} \cos(2 \gamma_{1} l - \delta)} \left\{ \begin{bmatrix} 1 + r_{2}^{2} + 2 r_{2} \cos(2 \gamma_{1} l_{2} - \delta) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\gamma_{1}^{2}}{k^{2}} \right) \gamma_{1} \ l_{1} - \frac{\sin 2 \gamma_{1} l_{1}}{2} \end{bmatrix} \\ + (1 - \cos 2 \gamma_{1} l_{1}) \left[\left(1 + \frac{\gamma_{1}^{2}}{k^{2}} \right) \gamma_{1} l_{2} + 2 r_{2} \sin \gamma_{1} l_{2} \cos(\gamma_{1} l_{2} - \delta) \right] \right\}$$

 $|\sin 2\gamma_1 l_1|$ und $|\sin \gamma_1 l_2 \cdot \cos (\gamma_1 l_2 - \delta)|$ sind maximal eins; man kann sie, wenn $\gamma_1 l_1$ und $\gamma_2 l_2$ viel grösser als eins sind, neben

 $\left(1+\frac{\gamma_1^2}{k^2}\right)\cdot\gamma_1 l_1$, bzw. $\left(1+\frac{\gamma_1^2}{k^2}\right)\gamma_1 l_2$ vernachlässigen. In diesem Falle wird der Energieinhalt am grössten, wenn $1+r_2^2+2 r_2 \cos (2\gamma_1 l-\delta)$ am kleinsten, $1+r_2^2+2 r_2 \cos (2\gamma_1 l_2-\delta)$ und $1-\cos 2\gamma_1 l_1$ am grössten sind.

Das Minimum von $1 + r_2^2 + 2 r_2 \cos (2 \gamma_1 l - \delta)$ wird erreicht, wenn cos $(2 \gamma_1 l - \delta) = -1$. Daraus folgt:

$$2\gamma_1(l_1+l_2) - \delta = (2p+1)\pi$$
 (69a)

Das Maximum von $1 + r_2^2 + 2 r_2 \cos (2 \gamma_1 l_2 - \delta)$ wird erreicht, wenn $\cos (2 \gamma_1 l_2 - \delta) = +1$, daraus folgt:

$$2\gamma_1(l_2 - \delta) = 2q\pi \tag{69b}$$

 $1 - \cos 2 \gamma_1 l_1$ wird maximal, wenn $\cos 2 \gamma_1 l_1 = -1$; folglich:

$$2\gamma_1 l_1 = (2s+1)\pi \tag{69c}$$

p, q, s beliebige positive ganze Zahlen.

(69b) + (69c) gibt (69a). Folglich können die drei Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden.

Dieses Ergebnis ist auch anschaulich: Wenn die bei $+ l_2$ reflektierten Wellen in den Raum $- l_1 < x < 0$ gleichphasig mit der direkten Antennenstrahlung eintreten, dann ist die Amplitude der Wellen in diesem Raum am grössten. Um die Gleichphasigkeit zu erreichen, muss der optische Weg von der Antenne zu l_2 und zurück ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge im Hohlraumleiter sein: Bedingung (69b). Eine ähnliche Überlegung für den Raum $0 < x < l_2$ führt zu (69c).

Wenn $2 \gamma_1 l_1 \neq (2 s + 1)\pi$, dann gibt es in Abhängigkeit von l_2 Maxima des Energie-Inhaltes, für welche l_2 nicht der Bedingung (69b) gehorcht; der Betrag dieser Maxima ist kleiner, als wenn die Bedingungen (69b, c) erfüllt werden. Analoges gilt für den Fall, dass $(2 \gamma_1 l_2 - \delta) \neq 2 q\pi$.

Wurde irgendwie eine Einstellung der Reflexionskolben festgestellt, für welche die Energieaufnahme am grössten ist, dann folgen von dieser Einstellung ausgehend, die andern nach den Gleichungen (69b), (c).

2. Die Abstimmung. — Ein in den Hohlraumleiter eingeführter Detektor zeigt in Abhängigkeit von der Einstellung der beiden Abschlusskolben verschieden grosse Ausschläge. Im folgenden sei eine solche "Resonanzkurve" berechnet und ihre SymmetrieeigenschafG. Fejér und P. Scherrer.

ten diskutiert. Die Resonanzlängen, das heisst die Distanzen l_1 und l_2 , für welche der Detektorausschlag maximal wird, werden errechnet und ihr Zusammenhang mit den im vorhergehenden Abschnitt gezeigten Bedingungen für maximalen Energieinhalt dargelegt.

Die folgenden Rechnungen beruhen auf der Annahme, dass der im Hohlraumleiter befindliche Detektor das Feld nicht merklich stört. Seine Anzeige wird deshalb dem quadratischen zeitlichen Mittelwert der Feldstärke verhältnisgleich gesetzt, die in seiner Abwesenheit an seinem Orte herrschte.

Für den schon oben behandelten Fall, dass u = d, $\mathfrak{r}_1 = -1$, sei E_y als Funktion von l_1 , l_2 , \mathfrak{r}_2 und dem Orte des Detektors untersucht. Die Rechnung sei auf den Raum $0 < x < l_2$ beschränkt.

$$0 < x < l_2$$
:

$$\overline{E_y^2} = E_{y\infty} E_{y\infty}^* \left(1 - \cos \gamma_1 l_1\right) \frac{1 + r_2^2 + 2 r_2 \cos \left[2 \gamma_1 (l_2 - x) - \delta\right]}{1 + r_2^2 + 2 r_2 \cos \left(2 \gamma_1 l - \delta\right)}$$
$$l = |l_1| + |l_2|$$

E-Wellen:

$$E_{y\infty}E_{y\infty}^* = \frac{\gamma_1^2}{k^4} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 B_E^2 \cos^2\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \sin^2\left(\frac{n\pi}{b}z\right)$$

H-Wellen:

$$E_{y\infty} E_{y\infty}^* = \frac{(\omega \mu)^2}{k^4} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 B_H^2 \cos^2\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin^2\left(\frac{n\pi}{b} z\right)$$

Wenn $\overline{E_y^2}$ in Abhängigkeit von l_1 , l_2 , \mathfrak{r}_2 und x untersucht wird, dann ist $E_{y\infty} \cdot E_{y\infty}^*$ konstant, gleich A_1 . $1+r_2^2 = A_2$; $2r_2 = A_3$; A_2 und A_3 sind positiv.

Die Nullstellen von $\overline{E_y^2}$, falls es solche gibt, fallen mit seinen Minima zusammen.

$$\overline{E_y^2} = A_1 (1 - \cos 2\gamma_1 l_1) \frac{A_2 + A_3 \cos \left[2\gamma_1 (l_2 - x) - \delta\right]}{A_2 + A_3 \cos \left(2\gamma_1 l - \delta\right)}$$
(70)

Aus (70) folgt, dass bei festgehaltenem l_1, l_2 und \mathfrak{r}_2 $\overline{E_y^2}$ eine Cosinusfunktion mit der räumlichen Periode $\lambda/2$ des Ortes x ist.

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

wird
wenn
$$2 \gamma_1(l_2 - x) - \delta = (2 q + 1)\pi$$
 Minimum (71a)

wenn
$$2\gamma_1(l_2 - x) - \delta = 2 q\pi$$
 Maximum (71b)

$$\overline{E_{y\,\min}^{2}}(x) = A_{1}(1 - \cos 2\gamma_{1}l_{1}) \frac{A_{2} - A_{3}}{A_{2} + A_{3}\cos(2\gamma_{1}l - \delta)}$$
(71c)

 $A_2 - A_3 = (1 - r_2)^2$, wäre $|\mathfrak{r}_2| = 1$, dann würde kein Energietransport nach der dielektrischen Platte stattfinden, es bestünde keine fortlaufende Welle, das Minimum wäre eine Nullstelle.

$$\overline{E_{y}^{2}}_{\max}(x) = A_{1}(1 - \cos 2\gamma_{1}l_{1}) \frac{A_{2} + A_{3}}{A_{2} + A_{3}\cos(2\gamma_{1}l - \delta)} \quad (71d)$$

$$E_{y}^{2}(l_{1})$$
:

 $E_y^2(x)$

wenn $2 \gamma_1 l_1 = 2 q \pi$; $l_1 = q \lambda/2$ (72a) dann $\overline{E_y^2}(l_1) = 0$.

Die Extrema als Funktion von l_1 werden erhalten aus: $\frac{\partial \overline{E}_y^2}{\partial l_1} = 0; \quad 2 \sin \gamma_1 l_1 \left\{ A_2 \cos \gamma_1 l_1 + A_3 \cos \left[\gamma_1 (l_1 + 2 l_2) - \delta \right] \right\} = 0$

 $\sin \gamma_1 l_1 = 0$ gibt (72a), den Ort des senderseitigen Abschlusskolbens, für welchen $\overline{E_y^2}$ verschwindet; setzt man den Inhalt der geschweiften Klammer zu Null, dann erhält man:

$$\operatorname{tg} \gamma_{1} l_{1} = \frac{A_{2} + A_{3} \cos \left(2 \gamma_{1} l_{2} - \delta\right)}{A_{3} \sin \left(2 \gamma_{1} l_{2} - \delta\right)}$$
(72b)

Die Orte des senderseitigen Kolbens, für welche $\overline{E_y^2}$ maximal wird, hängen vom Betrage und Phase von \mathfrak{r}_2 , und von l_2 ab. Da die Orte, für welche $\overline{E_y^2}$ verschwindet, unabhängig von den obigen Grössen sind, sind im allgemeinen die Resonanzkurven unsymmetrisch. Wenn

$$2 \gamma_1 l_2 - \delta = q\pi, \qquad (72c)$$

wird die Resonanzkurve symmetrisch, ihre Maxima erhält man für:

$$l_1 = (2 \, s + 1) \, \lambda_1 / 4 \tag{72d}$$

Wenn q in (72c) gerade ist, dann kann $\overline{E_y^2}$ in Abhängigkeit von l_1 zu einem absoluten Maximum werden. In diesem Falle gilt:

$$2\gamma_1 l_1 - \delta = 2 q\pi \tag{72e}$$

 $E_{y}^{2}(l_{2}):$

Die Extrema erhält man aus:

$$\frac{\partial \overline{E_y^2}}{\partial l_2} = 0; \quad A_2 \cos \left[\gamma_1 (l_1 + 2 l_2 - x) - \delta\right] + A_3 \cos \gamma_1 (l_1 + x) = 0 \quad (73a)$$

Die Resonanzkurve wird nur dann symmetrisch, wenn

$$\gamma_1(l_1 + x) = (2 s + 1) \pi/2$$

$$l_1 + x = (2 s + 1) \lambda_1/4$$
(73b)

In diesem Falle geht (73a) über in:

$$\sin \left[2 \gamma_1 (l_2 - x) - \delta\right] = 0; \quad 2 \gamma_1 (l_2 - x) - \delta = m\pi$$
 (73c)

Mit (73b) geht (70) über in die Form:

$$\overline{E}_{y}^{2} = A_{1}(1 + \cos 2 \gamma_{1} x) \frac{A_{2} - A_{3} \cos (2 \gamma_{1} l - \delta)}{A_{2} + A_{3} \cos (2 \gamma_{1} l - \delta)}$$
(73d)

welche symmetrisch zu den Extrema ist; mit (73b) und (73c) in die Form:

$$\overline{E_y^2} = A_1 (1 + \cos 2\gamma_1 x) \frac{A_2 + A_3 \cos m\pi}{A_2 + A_3 \cos [m\pi + (2s+1)\pi]}$$
(74e)

Für gerade m wird (73e) ein Maximum, für ungerade m ein Minimum. Ist ausserdem $2 \gamma_1 x = 2 n\pi$, dann ist $\overline{E_y^2}$ als Funktion von l_2 und x absolutes Maximum. Wenn

$$x = n \lambda_1 / 2 \tag{73f}$$

dann

$$l_1 = (2 s + 1) \lambda_1 / 4 \tag{73g}$$

und

$$2\gamma_1 l_2 - \delta = 2 t\pi \tag{73h}$$

Die Bedingungen (72d, e) (73g, h) fallen mit den Bedingungen (69b, c), welche für maximalen Energieinhalt gelten, zusammen. Stellt man die beiden Abschlusskolben so ein, dass der Energieinhalt und mit diesem die Energie-Aufnahme zu einem Maximum werden, und verschiebt man den Detektor bei festgehaltenem Abschlusskolben, bis das damit verbundene Galvanometer den grössten Ausschlag zeigt, dann erhält man sowohl in Abhängigkeit von l_1 wie von l_2 symmetrische Resonanzkurven.

Zum richtigen Verständnis des Inhaltes der Gleichungen (69b, c), (72d, c), (73g, f) ist zu beachten, dass: Da sowohl die

Sendeantenne wie auch der Detektor auf die im Hohlraumleiter hin und her reflektierten Wellen wie Gebilde mit komplexem Reflexions- und Durchlasskoeffizienten wirken, ausserdem die Sendeantenne sicherlich ein Nahfeld, in welchem die Wellentype noch nicht ausgebildet ist, hat, zeigen die oben erwähnten Gleichungen bloss das an, dass es Orte der Abschlusskolben und des Detektors gibt, für welche die Resonanzkurven symmetrisch werden und die Resonanzlängen unabhängig vom Betrage des Reflexionskoeffizienten der Abschlusskolben sind.

III. Die Messmethode.

Die elektrischen Konstanten (ε' , σ) der zu untersuchenden Substanz kommen in allen Gleichungen, welche das Verhalten des abgeschlossenen Hohlraumleiters beschreiben, vor. Prinzipiell können sie alle zur Bestimmung von ε' , σ dienen.

Wenn es sich um die Untersuchung einer isotropen Platte handelt, dann ist es gleichgültig, welche Wellentype zur Messung benützt wird. Die H_{01} -Wellen haben aber den Vorzug, dass ihre elektrischen Feldlinien je nach der Erregung zur *y*- oder *z*-Achse parallel polarisiert sind. Aus diesem Grunde eignet sich diese Wellentype auch zur Untersuchung von Kristallen.

Um dies einzusehen, sei daran erinnert, dass die H_{01} -Wellen in zwei ebene Wellen zerlegt werden können (siehe auch CHU und BARROW, loc. cit.). Ist nun der zu untersuchende Kristall so geschliffen, dass eine der Hauptachsen seiner Indikatrix zur Schwingungsrichtung der elektrischen Feldstärke der H_{01} -Wellen parallel liegt, dann tritt keine Doppelbrechung auf und der Kristall verhält sich wie ein isotroper Körper, wenn er nicht optisch aktiv ist.

Die weiteren Rechnungen beschränken sich deshalb auf die Untersuchung von $H_{m,n}$ -Wellen.

Die schon oben diskutierte Anordnung, bei welcher die zu untersuchende Substanz auf dem empfängerseitigen Abschlusskolben aufliegt (u = d), ermöglicht es, mit der Gleichung (56) allein auszukommen. Man kann folgendermassen verfahren: 1. Man misst den absoluten Betrag des Reflexionskoeffizienten $|\mathfrak{r}|$ und den Phasensprung δ ; 2. man misst in Abhängigkeit von der Dicke der Substanz entweder den absoluten Betrag des Reflexionskoeffizienten oder den Phasensprung.

Bestimmt man den Betrag des Reflexionskoeffizienten, dann müssen zwei Detektorausschläge ihrer Grösse nach verglichen werden. Da aber sowohl die Detektorempfindlichkeit als auch die vom Sender ausgestrahlte Energie Schwankungen unterworfen sind, ist diese Methode nicht zuverlässlich. Ist noch hierzu die Absorption in der zu untersuchenden Substanz nicht viel grösser als in der metallischen Umhüllung, dann darf die Wand des Hohlraumleiters nicht als vollkommener Leiter betrachtet werden.

Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, dass, wenn l_1 ein ungerades Vielfaches der Viertel-Wellenlänge, x ein ganzes Vielfaches der halben Wellenlänge sind, dann die Resonanzlänge von l_2 einzig von δ abhängt. Vergleicht man die Resonanzlänge bei eingeführter Substanz mit der Resonanzlänge bei beidseitig metallischem Abschluss, dann kann der Phasensprung δ gemessen werden. Aus der Messung von δ für zwei verschiedene Dicken δ der Substanz können ε' und σ berechnet werden. Bei dieser Messmethode spielen die Schwankungen der Detektorempfindlichkeit keine Rolle, da man nur auf Maxima einstellt und die Grösse der Ausschläge nicht miteinander vergleicht. Die Veränderung der vom Sender ausgestrahlten Energie spielt nur sofern eine Rolle, als damit eine Frequenzänderung und eine Änderung der Resonanzlänge aufgetreten wären. Die Unsicherheit in der Messung der Resonanzlänge ist gleich der Unsicherheit in der Bestimmung der Wellenlänge und beträgt etwa 1%.

Die Dämpfung in den Metallwänden tritt in der Resonanzlänge auf. Der Phasensprung bei der Reflexion an der Oberfläche eines idealen Leiters beträgt π . Die Änderung der Resonanzlänge, welche durch die Endlichkeit der Leitfähigkeit der Wände des Hohlraumleiters verursacht wird, kann in zwei Beträge aufgeteilt werden: 1. in den durch die Reflexion am Abschlusskolben verursachten; 2. in den durch die exponentielle Abnahme der Amplitude bedingte örtliche Verschiebung der Maxima der pseudostehenden Wellen. Der erste Anteil folgt aus (54a), wenn berücksichtigt wird, dass für hohe Leitfähigkeit $\gamma \sim \beta$:

$$\mathfrak{r} \sim -\left[1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} - i\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right]$$
(74)
$$(\operatorname{tg} \delta)_1 \sim \delta \sim \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\gamma}{\sqrt{2'\pi\,\sigma_{A1}\,\omega\,\mu_0}}$$

 $\sigma_{\rm Al} = 27 \cdot 10^4 \ \Omega^{-1} \ {\rm cm}^{-1}$; λ Wellenlänge im Vakuum, ca. 2,2 cm; λ_1 ca. 3,1 cm; γ_1 ca. 2/cm.

$$\delta_{1} = 4 \pi \frac{(\Delta l_{2})_{1}}{\lambda} \sim 6 \cdot 10^{-5} \quad (\Delta l_{2})_{1} \sim 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$
(75)

Den zweiten Anteil kann man aus der nach Bemerkung 5, Seite 20 umgeformten Gleichung (56b) berechnen:

$$\overline{E_{y}^{2}} = E_{y \infty} E_{y \infty}^{*} \frac{\operatorname{ch} 2 \alpha l_{1} - \cos 2 \gamma_{1} l_{1}}{\operatorname{ch} 2 \alpha (l_{1} + l_{2}) - \cos 2 \gamma_{1} (l_{1} + l_{2})} [\operatorname{ch} 2 \alpha (l_{2} - x) - \cos 2 \gamma_{1} (l_{2} - x)]$$
(76)

 mit

$$l_{i} = l_{i \circ Al = \infty} + \Delta l_{1}; \ (\Delta l_{1})_{2} = (\Delta l_{2})_{2} = \left(\frac{\Delta l}{2}\right)_{2}; \ x \sim n \frac{\lambda_{1}}{2};$$

 $\alpha \sim 10^{-4} \operatorname{neper/cm} \quad (\varDelta l)_2 \sim -2 \left(\frac{\alpha}{\gamma_1}\right)^2 (l_1 + l_2) \sim 10^{-6} \operatorname{cm}$ (77)

$$|(\Delta l_2)_1| + |(\Delta l)_2| \le 2 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{cm}$$

Die durch die Dämpfung im Metall verursachte Änderung der Resonanzlänge liegt folglich innerhalb der Messgenauigkeit.

Die Gleichung (76) zeigt, dass grosse Gesamtlänge wie grosser Abstand zwischen Abschlusskolben und Detektor die Resonanzkurve abflachen.

Da $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$; $\mu_0 h_1 = \gamma_1' = \gamma_1$; $\mu_0 h_2 = \gamma_2 = \gamma_2 - i\beta_2$, erhält man aus (63a), wenn die folgenden Grössen eingeführt werden:

$$D = \gamma_1 d; \quad \xi = \gamma_2 d; \quad \eta = \beta_2 d \tag{78}$$

$$\operatorname{tg} \delta = -2 D \frac{(\cos 2 \xi + \operatorname{ch} 2 \eta) (\eta \operatorname{sh} 2 \eta + \xi \sin 2 \xi)}{(\xi^2 + \eta^2) (\cos 2 \xi + \operatorname{ch} 2 \eta)^2 - D^2 (\sin^2 2 \xi + \operatorname{sh}^2 2 \eta)} \quad (79)$$

Durch Änderung der Dicke der zu untersuchenden Substanz kann es erreicht werden, dass tg δ verschwindet. Wenn dieser Fall eintritt, dann ist $\delta = q\pi$. Wenn q ungerade ist, dann ist die Resonanzlänge l_2 bei Messung mit der auf dem Metallkolben aufliegenden Substanz gleich der Resonanzlänge bei der Messung mit rein metallischem Abschlusskolben; wenn q gerade ist, dann erreicht die Abweichung zwischen den beiden obengenannten Resonanzlängen ihren grössten Wert: $\lambda_1/2$.

In beiden Fällen gilt: tg $\delta = 0$, folglich wird

$$\eta \operatorname{sh} 2 \eta = -\xi \sin 2 \xi \tag{80a}$$

und

$$\mathbf{r} = \frac{D^2(\sin^2 2\,\xi + \sin^2 2\,\eta) - (\xi^2 + \eta^2)\,(\cos 2\,\xi + \mathrm{ch}\,2\,\eta)^2}{[\xi\,(\cos 2\,\xi + \mathrm{ch}\,2\,\eta) + D\,\mathrm{sh}\,2\,\eta]^2 + [\eta\,(\cos 2\,\xi + \mathrm{ch}\,2\,\eta) - D\,\mathrm{sin}\,2\,\xi]^2} \tag{80b}$$

Durch den Versuch kann man zwei Werte d_1 und d_2 bestimmen, welche die Gleichung (80a) befriedigen. Aus der graphischen Darstellung der Funktion $\eta \text{ sh } 2 \eta = -\xi \sin 2 \xi$ sucht man zwei Wertepaare ξ_1, η_1 und ξ_2, η_2 auf, welche die Bedingung



Die vier ersten Äste der Funktion $\eta \operatorname{sh} 2 \eta = -\xi \sin 2 \xi$. $\eta = f(\xi)$ hat nur für solche Werte von ξ , welche zwischen $(2 n+1) \pi/2$ und $2 (n+1) \pi/2$ liegen eine reelle Lösung.

erfüllen. Daraus ergibt sich wegen 78:

$$\gamma_2 = \frac{\xi_1}{d_1} = \frac{\xi_2}{d_2}; \quad \beta_2 = \frac{\eta_1}{d_1} = \frac{\eta_2}{d_2}$$
 (81b)

Endlich erhält man vermöge (17a), (33a, b), (78) die elektrischen Konstanten ε_2' und σ :

$$\varepsilon_{2}' = \left(k^{2} + \frac{\xi_{1}\xi_{2} - \eta_{1}\eta_{2}}{d_{1}d_{2}}\right) \frac{1}{\omega^{2}\mu_{0}}$$
(82a)

$$\sigma_2 = \frac{\sqrt{\xi_1 \xi_2 \eta_1 \eta_2}}{2 \pi \mu_0 \omega d_1 d_2} \tag{82b}$$

In (82a) und (82b) wurden gesetzt:

$$\gamma_2 = \sqrt{rac{\xi_1}{d_1} rac{\xi_2}{d_2}} ; \quad \eta_2 = \sqrt{rac{\eta_1}{d_1} rac{\eta_2}{d_2}}$$

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

IV. Die Beschreibung der Apparatur und ihres Betriebes.

a) Die Beschreibung der Apparatur:

Die Fig. 9 zeigt die Übersicht der Versuchsanordnung: Magnetron mit Magnet und Hohlraumleiter.

Die Beschreibung des Magneten findet sich in der Elektrotechnischen Zeitschrift 1909, S. 446.

Das Magnetron und der Senderteil des Hohlraumleiters sind auf einen Schlitten montiert. Dieser kann auf einer Zeißschiene zwischen den Magnetpolen senkrecht zur Feldrichtung verschoben werden. Fig. 10 zeigt diesen Schlitten (Hauptschlitten).



Fig. 9. Übersicht der Apparatur.

Auf diesem Bilde befindet sich rechts vom Magnetron der Kontrollempfänger (Thermokreuz 4003P der Standard Comp.; Anzeigeinstrument Siemens-Halske Drehspulgalvanometer, Empfindlichkeit 5.10⁻⁹ A/mm/m). Das die Ankopplung des Kontrollempfängers bewerkstelligende Doppeldrahtsystem dient unter Umständen zur Messung der Wellenlänge der Magnetronschwingungen. Die Grundplatte, auf welche das Thermokreuz mit seinem Doppeldrahtsystem montiert ist, ist in Schlitzen geführt verschiebbar; dadurch kann die Ankopplung variiert werden.

Das Magnetron ist unabhängig von den andern auf dem Hauptschlitten montierten Teilen in der Höhe verstellbar und um zwei aufeinander und auf die Bewegungsrichtung des Hauptschlittens senkrechte Achsen drehbar. Fig. 10, 11 und 12 zeigen, wie das Magnetron mit dem dazugehörenden Dreileitersystem und Abstimmbrücke relativ zu den andern Teilen liegt und wie es in seinem Halter befestigt ist.

Der Senderteil des Hohlraumleiters besteht aus der erregenden Antenne mit ihrer Energieleitung und Abstimmvorrichtung und dem senderseitigen Abschlusskolben. Dieses Ganze ist in einem Stutzen des Hohlraumleiters zusammengebaut. Dieser Stutzen sitzt in einem rahmenförmigen Halter (Fig. 10, 11, 12) fest. Letzterer ist in der Höhe verstellbar und um eine vertikale Achse drehbar, ausser-



Fig. 10.

Das Magnetron mit Kontrollempfänger und Senderteil des Hohlraumleiters. Der Hauptschlitten, Grössenverhältnisse an der Skala des Längsschlittens ersichtlich.

dem parallel und quer zum Dreileitersystem des Magnetrons mit Hilfe von Schlittenführungen verschiebbar. Fig. 9 zeigt den Überblick, Fig. 10 den Querschlitten, welcher vom Längsschlitten getragen wird.

Als Hohlraumleiter wurde ein normales Antikorodalprofil mit den inneren Massen: 16×31 mm benützt.

Aus den früher erwähnten Gründen wurde angestrebt, im Hohlraumleiter die H_{01} -Welle zu erregen. Dazu dient eine gerade Antenne, wie sie in der Fig. 11 gezeigt wird. Als Speiseleitung und Abstimmorgan dieser Antenne dient ein posaunenartig ausgebildetes Dreileitersystem, welches, wie aus den Fig. 10, 11, 12 hervorgeht, mit dem Magnetron gekoppelt ist. Die Bolzen der

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

Posaunen sind in einem in die Wand des Stutzens eingelassenen Trolitulblock mit Gewinde und Trolitullack befestigt; der mittlere Bolzen ist durchgehend und dient als Antenne, mit welcher die Erregung der H_{01} -Welle angestrebt wurde, die zwei seitlichen endigen im Block bündig mit der Innenfläche des Hohlraumleiters. Die obere Hülse der Posaune wird durch eine kupferne Kurzschluss-



Fig. 11. Vorderansicht und Befestigung des Senderteiles.

brücke, die untere durch ein Distanzstück aus Trolitul abgeschlossen. Der Abstand der Leiter ist gleich wie beim Magnetron und beträgt 3,5 mm; der Durchmesser der Bolzen 0,8 mm.

Die Fig. 13 zeigt den in einem Stutzen des Hohlraumleiters befindlichen Empfänger. Er ist parallel zur Sendeantenne angebracht und besteht in seinem unteren Teil aus dem 2 mm dicken Kristallhalter, im obern aus der Spitze, die von einer 0,4—0,5 mm dicken stählernen Nähnadel gebildet wird. Als Kristall wurde Silizium benützt. Der Detektor zeigte sich auf Erschütterung, Kontaktdruck, Güte der Spitze sehr empfindlich. Die Anzeigeempfindlichkeit war gelegentlichen Schwankungen unterworfen. In der obern Säule des Empfängerstutzens befindet sich eine Molybdaenfeder, mit welcher der Kontaktdruck eingestellt werden kann. Die zwei Buchsen rechts dienen zum Anschluss der Galvanometerleitung (Leybold'sches Drehspul-Galvanometer, Empfindlichkeit ca. 5.10⁻⁹ Amp./mm/m). Der Empfängerstutzen ist eine Einheit für sich und kann, wo zwei Abschnitte des Hohlraumleiters zusammenstossen, eingefügt werden. Der Abstand Sendeantenne/Detektor ist in Sprüngen von 0,5 mm durch Zwischenlagen, die bei Stossstellen der einzelnen Abschnitte angebracht werden, einstellbar.



Fig. 12. Ankopplung des Hohlraumleiters und Abstimmposaunen.

Der empfängerseitige Abschlusskolben ist gleich gebaut wie der senderseitige. Beide können mit Hilfe einer feststehenden Mutter und beweglichem Bolzen bewegt werden. Das Bolzengewinde hat eine Steigung von 0,5 mm. Zwecks rascher Verschiebung kann die Mutter geöffnet werden.

Im Hohlraumleiter sind zwei gut verschliessbare Schlitze angebracht, der eine in der Nähe des Senderteiles, der andere, nach Belieben, hinter oder vor dem Empfänger.

Die Wellenlänge in der Luft wurde mittelst eines koaxialen Wellenmessers bestimmt. Der Wellenmesser (Fig. 9 oben, zwischen den Magnetpolen, in nicht angekoppeltem Zustand abgebildet) wurde mit der obern Posaune gekoppelt.

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

Als Stromquelle des Magneten diente eine Akkumulatorenbatterie von 162 Ampèrestunden Kapazität. Es durfte ausser dem Magneten keine andere Belastung an der Batterie liegen, da sonst die Energieausstrahlung des Magnetrons zu stark schwankte.

Die Heizbatterie des Magnetrons war eine 6-Volt-Akkumulatorenbatterie von 64 Ampèrestunden Kapazität.



Fig. 13. Ansicht des in dem Hohlraumleiter eingebauten Detektors. Vergrösserung ca. 1,5 fach.

Eine Hochspannungsmaschine, deren Ausgangsspannung mit Hilfe eines Stabilisators konstant gehalten wurde, lieferte die Anodenspannung des Magnetrons. Der Stabilisator war im wesentlichen gleich gebaut wie derjenige, welchen NEHER und PICKERING als zweite Variante in der Februarnummer 1939 der Review of Scientific Instruments angaben. Die Schwankungen der Ausgangsspannung des Stabilisators waren kleiner als 1% des Nennwertes.

Erregerstrom des Magneten, Heizstrom, Anodenstrom und Anodenspannung des Magnetrons sollen in feineren Sprüngen als 1% des jeweiligen Nennwertes verstellt werden können. Es ist ganz besonders dafür zu sorgen, dass im Heizkreis des Magnetrons kein schlechter Kontakt vorkommt. b) Der Betrieb der Apparatur:

Die Inbetriebsetzung erfolgt in zwei wohl getrennten Schritten: 1. Die Erregung von Schwingungen der gewünschten Wellenlänge im Magnetron, 2. die Einstellung des Hohlraumleiters.

An Hand früher aufgenommener Protokolle ist die Anregung der Magnetrone nicht schwierig; der Kontrollempfänger zeigt an, ob es gelang, die richtige Abstimmung zu treffen.

Mehr Geduld erfordert die Einstellung des Hohlraumleiters. Die Grundsätze, nach welchen während dieser Arbeit im allgemeinen verfahren wurde, seien im folgenden beschrieben.





 $\lambda_{ ext{mittel}} = 22,32 ext{ mm} \quad \left(rac{\Delta \lambda}{\lambda_{ ext{mittel}}}
ight) = 1,16\%$

Der Hohlraumleiter ist auf die vorhandene Frequenz eingestellt, wenn: a) er am richtigen Ort längs des Dreileitersystems des Magnetrons an dieses angekoppelt ist; b) die Abstimmposaunen der Erregerantenne ihre richtige Länge haben; c) die beiden Abschlusskolben an ihrem richtigen Ort sind; d) der eingebaute Detektor anzeigt. Die Reihenfolge der Schritte, in welcher die Einstellung vonstatten geht, ist die der obigen Aufzählung. Wenn einer der drei ersten Schritte erreicht worden ist, dann nimmt jedesmal der Ausschlag des in der Beschreibung erwähnten Kontrollempfängers um ein weiteres ab. Wenn der Detektor richtig eingestellt ist, so merkt man das an der Anzeige seines Galvanometers. Ist die Resonanzkurve, die man nach erfolgter Einstellung aufnimmt, symmetrisch, dann kann zur Messung der elektrischen Konstanten geschritten werden. Zeigt sie aber Unregelmässigkeiten, wie Unsymmetrie, zusätzliche, der zu erregenden Wellentype nicht entsprechende Extrema, dann müssen die Unregelmässigkeiten zuerst behoben, oder ihr Einfluss auf die Bestimmung der elektrischen Konstanten abgeschätzt werden.



G = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag. $l_2 = \text{Abstand des empfängerseitigen Abschlusskolbens von der Antenne.}$ $(x = 1200 \text{ mm}, \ l_1 = 72,5 \text{ mm})$ Vakuumwellenlänge 29,4 mm

Der Abstand der Extrema der Resonanzkurven, welche der zu erregenden Wellentype entsprechen, sind bekannt, da sie aus der Vakuum-Wellenlänge mit Hilfe der Dispersionsformel berechnet werden können. Die Vakuum-Wellenlänge wird mit dem koaxialen Wellenmesser, nachdem der Hohlraumleiter soweit eingestellt ist, dass sein Detektor anzeigt, gemessen. Der Wellenmesser wird mit der obern Posaune gekoppelt und auf die Wellenlänge des Magnetrons abgestimmt; ist die Abstimmung erreicht, dann nimmt der Ausschlag des Detektors im Hohlraumleiter ab. Nun kann dieser Detektorausschlag entweder in Abhängigkeit des Ortes des Wellen-

messers längs der Posaune, oder in Abhängigkeit der Abstimmung des Wellenmessers aufgenommen werden. Eine nach der letztern Methode aufgenommene Kurve zeigt die Fig. 14.

Ist die Resonanzkurve, die man durch Verschieben des einen Abschlusskolbens aufnimmt, unsymmetrisch, aber ohne Nebenmaxima, dann kann diese Unregelmässigkeit zur Ursache haben, dass die Orte des feststehenden Kolbens und des eingebauten Detektors die Bedingungen, welche in den Gleichungen (73f, g, h)



G = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag. $l_2 = \text{Abstand des empfängerseitigen Abschlusskolbens von der Antenne.}$ $(x = 1200 \text{ mm}, \quad l_1 = 72,5 \text{ mm})$

Messung mit einem Gitterpaar zwischen Antenne und Detektor, Ort und gegenseitiger Abstand des Gitterpaares so aufgesucht, dass der Detektorausschlag am grössten ist.

Vakuumwellenlänge 29,4 mm.

enthalten sind, nicht erfüllen. Einen weiteren Grund zur Unsymmetrie liefert die unsaubere Erregung durch die Antenne dann, wenn die Stromverteilung in ihr dem Feldverlauf der zu erregenden Wellentype nicht entspricht. Die Fig. 15 zeigt eine Resonanzkurve für den Fall, dass die erregende Frequenz so ausgesucht wurde, dass der Hohlraumleiter ausser der H_{01} -Welle keine andere mehr durchlässt, und die Sendeantenne länger als die Wellenlänge im

Vakuum ist. In diesem Fall ist es möglich, mit Hilfe entsprechend angebrachter Drahtgitter die Resonanzkurve weitgehend zu korrigieren (Fig. 16). Die Stäbe der verwendeten Gitter waren senkrecht zur Erregerantenne angeordnet, der Ort der Gitter und ihr gegenseitiger Abstand durch Probieren gefunden. Der auf Seite 674 erwähnte Schlitz in der Nähe des Senderteiles diente zur Aufnahme der Gitter. Die Gitter können die Resonanzfähigkeit des Hohlraumleiters erhöhen, da man durch entsprechende Wahl ihrer Orte erreichen kann, dass der Ausschlag des hinter ihnen liegenden Detektors grösser wird, als er vor dem Anbringen der Gitter war. Die Gitter ändern auch die Resonanzlänge.

In dem Masse, wie die Antenne länger als die Vakuumwellenlänge wird, kommt die zweite Störung: die der Wellenlänge der zu erregenden Wellentype nicht entsprechende Extrema der Resonanzkurve, zum Vorschein. Es gelang nicht, diese Kurven mit Hilfe der Gitter oder Änderung der Lage der Abstimmposaunen zu korrigieren (Fig. 17, 18).

Die Verlängerung des Dreileitersystems der Erregerantenne in den Hohlraumleiter hinein, so, dass nur ein 8 mm langes Mittelstück der Antenne abstrahlen konnte, schuf auch keine Abhilfe.

Diese "Nebenmaxima" entstehen nicht durch Rückwirkung des Hohlraumleiters auf das Magnetron: Änderte man die Ankopplung des Hohlraumleiters in den weitesten Grenzen, die noch eine Messung erlaubten, so konnte kein Einfluss auf das Auftreten der Nebenmaxima nachgewiesen werden.

Die bei einer längeren Messdauer auftretende Abnahme der Maxima des Detektorausschlages kann darauf zurückgeführt werden, dass die Spannungsquellen sich, wenn auch langsam, verändern.

Die Unregelmässigkeiten der Resonanzkurve stören insofern in der Bestimmung der elektrischen Konstanten, als man im unklaren ist: erstens über das Feldbild im Hohlraumleiter; zweitens über die Anwendbarkeit der Gl. (80a).

Der Feldverlauf längs der Achse des Hohlraumleiters gibt über das Feldbild Aufschluss. Würde es sich etwa zeigen, dass das Feldbild bei festgehaltenen Abschlusskolben sogar in dem Fall der gewünschten Wellentype entspricht, wenn die Resonanzkurve Nebenmaxima aufweist, dann hat man sich um die Sauberkeit des Feldbildes nicht weiter zu kümmern.

Die im Abschnitt III entwickelte Messmethode beruht auf der Annahme, dass, wenn bei der Messung mit rein metallischem Abschlusskolben und bei der Messung mit der auf dem Metallkolben aufliegenden dielektrischen Platte, die Resonanzlänge die gleiche G. Fejér und P. Scherrer.



G = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag. $\varDelta l_2 = \text{Verschiebung des empfängerseitigen Abschlusskolbens.}$ Auftreten von Nebenmaxima; ein Gitter zwischen Antenne und Detektor. Vakuumwellenlänge 22 mm.



G = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag. $\Delta l_2 = Verschiebung des empfängerseitigen Abschlusskolbens.$ Auftreten von Nebenmaxima; ein Gitter und eine Blende a = 3,1 cm, b = 0,8 cm zwischen Antenne und Detektor.

Vakuumwellenlänge 14,9 mm.

Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hohlraumleiter.

ist, dann in beiden Fällen der Phasensprung bei der Reflexion π beträgt. Bei Benützung symmetrischer Resonanzkurven besteht diese Annahme zu Recht. Wird die Unsymmetrie dadurch verursacht, dass die Bedingungen (72d, e), (73g, h) nicht erfüllt sind, die Erregung durch die Senderantenne aber sauber ist, dann kann die Abweichung des Phasensprunges von π wie folgt geschätzt werden:

Der Reflexionskoeffizient des aus der zu untersuchenden Substanz und dem Metallkolben bestehenden Gebildes ist nie stark von Eins verschieden; wenn die benützte Resonanzkurve eingermassen scharfe Maxima besitzt ($2\gamma_1(l_1 + x) \neq 2q\pi$), kann die Dämpfung des Hohlraumleiters für die Bestimmung der Resonanzlängen vernachlässigt werden. Die Resonanzlänge von l_2 berechnet sich bei Messung

mit rein metallischem Kolben:

aus cos 2
$$\gamma_1(l_1 + l_2) = +1$$
; 2 $\gamma_1(l_1 + l_2) = 2 m\pi$ aus (76)

mit dem zusammengesetzten Kolben:

aus $A_2 \cos \left[\gamma_1(l_1+2 l_2-x) - \delta\right] + A_3 \cos \gamma_1(l_1+x) = 0$ aus (73a) $A_2 = 1 + r_2^2; A_3 = 2 r_2; A_2 \ge A_3; A_2 = A_3 (1+\varphi); \varphi \le 1$ $A_3 \left\{ \cos \gamma_1(l_1+x) + \cos \left[\gamma_1(l_1+2 l_2-x) - \delta\right] + \varphi \cdot \cos \left[\gamma_1(l_1+2 l_2-x) - \delta\right] \right\} = 0$ $2 \cos \left[\gamma_1(l_1+l_2) - \frac{\delta}{2}\right] \cos \left[\gamma_1(l_2-x) - \frac{\delta}{2}\right]$ $+ \varphi \cos \left[\gamma_1(l_1+2 l_2-x) - \delta\right] = 0$

Werden die Resonanzlängen einander gleich gesetzt, dann gilt:

$$\gamma_1(l_1 + l_2) = m\pi; \quad \cos\gamma_1(l_1 + l_2) = (-1)^m$$

Bei unsymmetrischer Resonanzkurve und von Eins verschiedenem Reflexionskoeffizienten ist δ nicht gleich π .

Setzt man:

$$\delta=\pi+\zeta \ ; \ \ \psi=l_2-x$$

so erhält man

$$(1+\varphi) \operatorname{tg} 2 \gamma_1 \psi \cdot \sin \zeta - (1-\varphi) \cos \zeta + 1 = 0$$

Entwickelt man nach Potenzen von ζ und vernachlässigt alle nichtlinearen Glieder, dann erhält man für die Abweichung des Phasensprunges von π :

$$\zeta = -\frac{A_2 - A_3}{A_2} \operatorname{ctg} \gamma_1 \left(l_2 - x \right) = -\frac{(1 - r_2)^2}{1 + r_2^2} \operatorname{ctg} \gamma_1 \left(l_2 - x \right)$$
(83)

 $\operatorname{ctg} \gamma_1(l_2 - x)$ wird in der Nähe der Minima gross.

Um zu prüfen, welche Werte $\operatorname{ctg} \gamma_1 \psi$ für das Maximum einer noch einigermassen scharfen Resonanzkurve in Funktion der Unsymmetrie, das heisst $2 \gamma_1(l_1 + x)$, annimmt ist es von Vorteil, Gleichung (76) in die folgende Form zu bringen:

$$\overline{E_y^2} = A_1(\operatorname{ch} 2 \alpha l_1 - \cos 2 \gamma_1 l_1) \frac{\operatorname{ch} 2 \alpha \psi - \cos 2 \gamma_1 \psi}{\operatorname{ch} 2 \alpha (l_1 + x + \psi) - \cos 2 \gamma_1 (l_1 + x + \psi)}$$

Da uns nur der Kurvenverlauf bei Anderung von ψ interessiert, kann geschrieben werden:

$$K\overline{E^2} = \frac{\operatorname{ch} 2 \alpha \psi - \cos 2 \gamma_1 \psi}{\operatorname{ch} 2 \alpha (l_1 + x + \psi) - \cos 2 \gamma_1 (l_1 + x + \psi)}$$

Mit den Werten: a = 3,1 cm; b = 1,6 cm; $\lambda = 2,94$ cm; $\lambda_1 = 7,4$ cm; folglich, nach CHU und BARROW l. c. $\alpha \sim 3,45 \cdot 10^{-4}$ neper/cm, kann die folgende Tabelle aufgestellt werden:

$2 \gamma_1(l_1+x)$	ψ für Maximum	$K\overline{E^2}$	$\left \operatorname{ctg}\gamma_{1}\left(l_{2}-x ight) ight $
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c} (1/_4)\lambda_1 \\ (11/_{32})\lambda_1 \\ (14/_{32})\lambda_1 \\ (31/_{64})\lambda_1 \end{array}$	500 350 98 5	0 0,412 2,4 10

Diese Zusammenstellung zeigt, dass sogar in einem so ungünstigen Fall, wo die Resonanzkurve dermassen flach wird, dass sie nicht mehr aufgenommen werden kann, $|\operatorname{ctg} \gamma_1(l_2 - x)|$ erst ungefähr 10 ist. Mit diesem Wert und einem Reflexionskoeffizienten von 0,8, einem Wert, der immer überschritten werden kann, wird für die Abweichung des Phasensprunges δ von π erhalten:

$$|\zeta| \approx \frac{(1-0,8)^2}{1+(0,8)^2} \cdot 10 = 0,244$$

Diese Abweichung beläuft sich auf ungefähr 7,8% von π . Die Unsicherheit in der Messung der Resonanzlänge beträgt ca. 1%:

$$\frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1} \sim 1\%; \qquad \Delta \delta = 4 \pi \frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1} \sim 12\%$$

Die durch die Unsymmetrie verursachte Abweichung ζ des Phas ensprunges von π ist auch in einem sehr ungünstigen Fall klein er als die Unsicherheit in der Messung der Resonanzlänge. Dies er günstige Sachverhalt wird dadurch bedingt, dass der Reflexi onskoeffizient nicht viel kleiner als Eins werden kann.



G = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag. $\Delta X_1 = \text{Verschiebung der Sonde.}$

Die zwei Gitterpaare so eingestellt, dass ein Nebenmaximum am kleinsten wurde. *= Detektorausschlag am Anfang der Messung, ohne Sonde.

S =Sonde; Gp =Gitterpaare; D =Detektor.

Zur Messung des Feldverlaufes längs der Achse des Hohlraumleiters wurde in einem der auf Seite 674 erwähnten Schlitze ein parallel zur Antenne gerichteter Draht eingeführt und in Abhängigkeit von seinem Ort der Ausschlag des eingebauten Detektors aufgezeichnet. Man kann zum unerwarteten Ergebnis, dass die Länge, mit welcher die Sonde in den Querschnitt ragt, auf den Verlauf der Kurve fast ohne Einfluss ist. Die Fig. 19 zeigt zwei solche Kurven und die dazugehörige Anordnung der Sonde. Die bei derselben Einstellung aufgenommene Resonanzkurve wies Nebenmaxima auf. Zur Messung mit der Sonde wurden die Abschlusskolben so eingestellt, dass der eingebaute Detektor ein "Hauptmaximum" anzeigte und die Sonde dann eingeführt. Sie hat, wie auch die Gitter, die Resonanzfähigkeit des Hohlraumleiters verändert: nachdem die Sonde eingeführt wurde, nahm der Detektorausschlag zu.

Das Ergebnis, das durch die Fig. 18 dargestellt ist, legt es nahe, dass im Hohlraumleiter bei festgehaltenen Abschlusskolben diese Feldverteilung vorherrschend ist, welche der mit der Sonde festgestellten Wellenlänge entspricht. Diese Folgerung stützt sich auf die Überlegung, dass erstens nur solche Wellentypen erregt werden können, welche eine zur Erregerantenne parallele Komponente des elektrischen Feldes besitzen, zweitens die eingeführte Sonde zur Antenne parallel orientiert war und somit die Felder aller möglichen Wellentypen hätte stören können. Die Folgen der unsauberen Erregung sind demnach kein prinzipielles Hindernis der Messung der elektrischen Konstanten, da das Feldbild als bekannt vorausgesetzt werden darf.

Eine noch so unregelmässige Resonanzkurve kann als eine Überlagerung regelmässiger Resonanzkurven mit verschiedenen Werten von γ_1 , l_1 , x aufgefasst werden. Auf Grund der Messung mit der Sonde kann behauptet werden, dass bei Einstellung auf ein scharfes Maximum nur eine dieser Resonanzkurven zur Geltung kommt. Der Fehler, welcher dadurch in die Messung kommt, dass diese Resonanzkurve unter Umständen unsymmetrisch ist, ist nach Gleichung (83) zu schätzen.

Mit der Wellentype H_{01} wurden bei der Vakuumwellenlänge von 2,2 cm, unter Vernachlässigung der Absorption in der Substanz, die Dielektrizitätskonstanten von Trolitul und Kochsalz roh gemessen:

Trolitul: gemessen DK 2,5 (nach KEBBEL 2,1), Kochsalz: gemessen DK 4,7.

Physikalisches Institut der E.T.H. Zürich.