

Streuung schneller Elektronen an Jodkernen

Autor(en): **Sigrist, Werner**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **16 (1943)**

Heft V

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-111414>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Streuung schneller Elektronen an Jodkernen

von Werner Sigrist.

(7. VIII. 1943.)

Zusammenfassung. Es wird mit der Wilsonkammer die elastische Streuung schneller Elektronen an Jodkernen gemessen. Für Elektronen von 1—3 MeV wird der Wirkungsquerschnitt in seiner Energie- und Winkelabhängigkeit in Übereinstimmung mit der Mott'schen Formel gefunden.

I. Einleitung.

Elektronen, welche in Materie eindringen, treten in Wechselwirkung mit den Kraftfeldern der Atomkerne und ihrer Hüllenelektronen. Dadurch werden die Elektronen abgebremst und aus ihrer Bahn abgelenkt.

Bei grösseren Elektronengeschwindigkeiten kann die Ablenkung von der Bremsung als praktisch unabhängig angenommen werden, erstere — die elastische Streuung — wird durch die Atomkerne, letztere — die unelastische Streuung — allerdings auch verbunden mit einer Ablenkung, wird im wesentlichen durch die Elektronenhülle hervorgerufen.

Die Wilsonkammer mit Magnetfeld bietet nun die Möglichkeit, diese Erscheinungen in einwandfreier Weise zu unterscheiden, sofern als streuendes Medium ein Gas verwendet wird. Die Bahn eines am Atomkern elastisch gestreuten Elektrons besteht aus zwei Ästen einer Kreisbahn mit gleicher Krümmung, denn infolge der grossen Masse des Kernes im Vergleich zu derjenigen des Elektrons findet praktisch keine Impulsübertragung auf den Kern statt. Bei einer unelastischen Streuung verliert das Elektron einen Teil seiner Energie. Das äussert sich darin, dass die Bahnkrümmung nach der Streuung grösser ist als vorher. Findet die Streuung an der Elektronenhülle statt, so geht diese Energiedifferenz in die kinetische Energie des Stosspartners über; bei der Streuung am Kern muss eine dieser Energiedifferenz entsprechende Bremsstrahlung ausgesandt werden. Bei relativ kleiner Energieübertragung ist, wie in Abschnitt V 4 gezeigt wird, infolge der Vielfachstreuung die Krümmungsänderung allerdings oft nicht messbar, zugleich ist aber auch die Richtungsänderung klein. Es liessen sich somit nur bei kleinen Ablenkungen elastische von unelastischen Streuungen nicht

unterscheiden. Da aus verschiedenen Gründen die Auswertung von Streuungen unter 15° ausgeschlossen wurde, ist somit keine Verfälschung des Resultates durch unelastische Streuungen zu befürchten. Die unelastische Streuung an den Hüllenelektronen ist hingegen leicht zu erkennen, da meistens ein Elektron aus der Hülle fortgerissen wird und eine Gabelung der Spur eintritt. Bei Streuungen von schnellen Elektronen (mit kinetischen Energien, die gross sind gegen die Bindungsenergien der Hüllenelektronen) an schweren Kernen ist der Anteil der unelastischen Streuung zudem klein gegenüber der elastischen Kernstreuung.

II. Theoretische Streuintensität.

Die klassische Berechnung der Streuung geladener Teilchen im Coulomb'schen Feld eines Atomkerns wurde erstmals von RUTHERFORD¹⁾ ausgeführt. Auf Elektronen angewendet, erhält man, unter Berücksichtigung der relativistischen Massenveränderlichkeit des bewegten Teilchens, für den Wirkungsquerschnitt einer Streuung um den Winkel ϑ in den Raumwinkel $d\Omega$ die Formel

$$I(\vartheta) d\Omega = \frac{1}{4} \left(\frac{Ze^2}{m_0 c^2} \right)^2 \frac{1 - \beta^2}{\beta^4 \sin^4 \vartheta/2} d\Omega = R(\vartheta) \cdot d\Omega. \quad (1)$$

Es bedeuten: Z = Atomnummer des streuenden Kernes
 m_0 = Ruhemasse des Elektrons
 e = Ladung des Elektrons
 $\beta = \frac{v}{c} = \frac{\text{Geschwindigkeit des Elektrons}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}}$

MOTT²⁾ hat die Streuung wellenmechanisch unter Zugrundelegung der Dirac'schen Theorie berechnet und gibt eine Entwicklung nach $Z\alpha$ an, wobei α die Feinstrukturkonstante bedeutet

$$\left(\alpha = \frac{2 \pi e^2}{hc} = 1/137 \right).$$

Diese Formel gilt nur für leichte Kerne ($Z\alpha \ll 1$) und lautet

$$I(\vartheta) d\Omega = R(\vartheta) (1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta/2 + \pi \beta \alpha Z \sin \vartheta/2 \cos^2 \vartheta/2 + \dots) d\Omega. \quad (2)$$

Man sieht, dass dieser Ausdruck für kleine Streuungen in die Rutherford'sche Formel übergeht.

Nach URBAN³⁾ fällt in der Mott'schen Formel im Glied αZ der Faktor $\cos^2 \vartheta/2$ weg. Die Streuformel lautet in diesem Fall

$$I(\vartheta) d\Omega = R(\vartheta) (1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta/2 + \pi \beta \alpha Z \sin \vartheta/2 + \dots) d\Omega. \quad (3)$$

Diese Korrektur fällt indessen nur bei grösseren Streuwinkeln und schwereren Kernen in Betracht.

Leider gilt, wie schon gesagt, die Mott'sche Entwicklung nur für leichte Kerne, für schwere Kerne existiert bis heute keine entsprechende Formel, hingegen hat MOTT eine exakte numerische Berechnung für die Streuung von Elektronen an Gold um einen Winkel von 90° und MASSEY⁴⁾ eine solche für die Winkelverteilung der Streuung an Quecksilberkernen angegeben. Fig. 1 und 2 geben

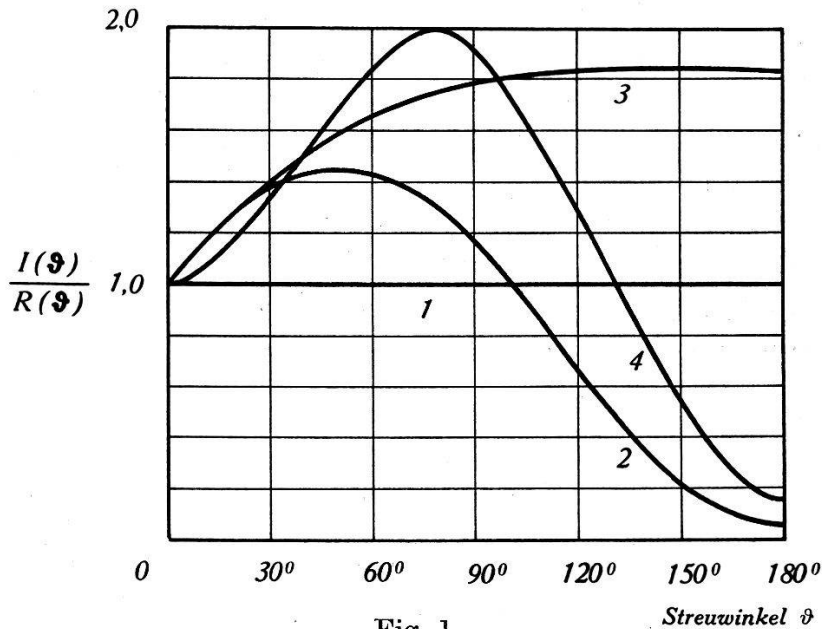


Fig. 1.

Streuung an Hg ($Z=80$) Theoretisch.

1 = Formel von RUTHERFORD. 2 = Formel von MOTT. 3 = Formel von URBAN.
4 = Numerische Berechnung von MASSEY.

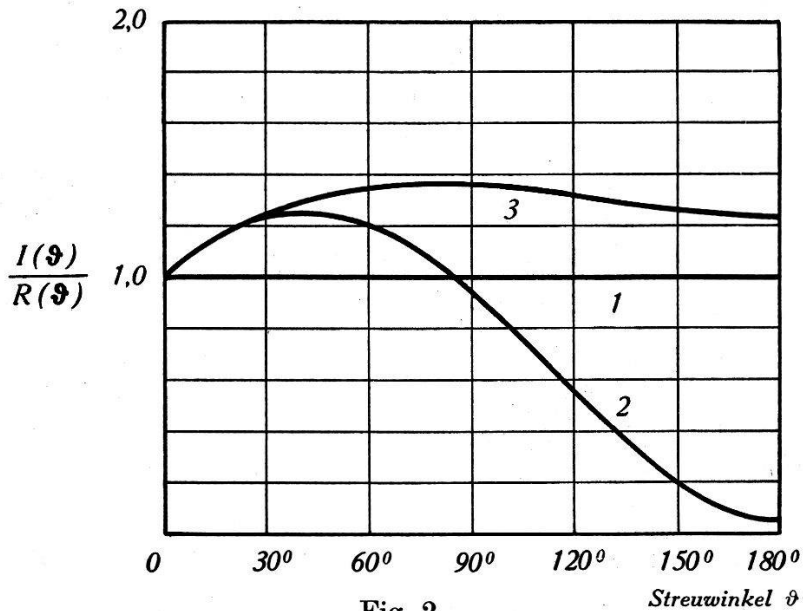


Fig. 2.

Streuung an J ($Z=53$) Theoretisch.

1 = Formel von RUTHERFORD. 2 = Formel von MOTT.
3 = Formel von URBAN.

eine Zusammenstellung der theoretischen Resultate der Streuung von 1,7 MeV Elektronen an Quecksilber bzw. an Jod.

Als Abszisse ist der Streuwinkel, als Ordinate das Verhältnis der Streuung zur Rutherford'schen Streuung $R(\vartheta)$ aufgetragen. Aus diesen Figuren geht hervor, dass bei Hg bis zu Winkeln von ungefähr 45° die verschiedenen Formeln annähernd mit dem numerischen Wert von MASSEY übereinstimmen; die Mott'sche Formel passt sich besser dem Verlauf der von MASSEY berechneten Kurve an, die Absolutwerte sind aber bei Winkeln über 60° etwa zweimal zu klein.

Die Formel von URBAN weicht erst bei Winkeln über 120° erheblich von der Kurve von MASSEY ab. Man darf annehmen, dass für die Streuung am leichteren Jodkern die Übereinstimmung der verschiedenen Formeln noch bedeutend besser ist. Der Auswertung der experimentellen Resultate wird die Mott'sche Formel (2) zugrundegelegt.

III. Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen.

Es sei auf die ausführliche Zusammenstellung und Diskussion der experimentellen Arbeiten von BLEULER⁵⁾ verwiesen. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass für die leichten Kerne die Übereinstimmung mit der Theorie, von einigen wenigen Fällen abgesehen, befriedigend ist. Bei den mittleren und schweren Kernen sind hingegen die experimentellen Werte fast durchwegs um einen Faktor 2 bis 6 kleiner als die entsprechenden theoretischen Werte von MOTT und gemäss Fig. 1 ist natürlich die Diskrepanz zwischen den experimentellen Messungen und den Kurven von URBAN und MASSEY noch grösser. Insbesondere für die Streuung von Elektronen mit einer Energie von 0,7—1,2 MeV an Jodkernen haben CHAMPION und BARBER⁶⁾ einen Wert gefunden, der nur 0,4mal so gross ist wie der theoretische von MOTT.

Eine Nichtübereinstimmung der Experimente mit der Theorie würde nun besagen, dass ausser der der Theorie zugrundeliegenden Coulomb'schen Kraft zwischen Kern und Elektron noch ein anderes Kraftfeld vorhanden ist, welches für diese Anomalie verantwortlich gemacht werden müsste. Eine Zusatzkraft mit kurzer Reichweite, entsprechend dem die Streuung von Protonen an Protonen erklärenden Potentialtopf der Reichweite e^2/m_0c^2 und der Tiefe von ca. 10 MeV, kann für die Abweichung nicht verantwortlich gemacht werden, da die Elektronen wegen ihrer grossen Wellenlänge von $\lambda \approx 10^{-10}$ cm von einer solchen Kraft nur unmerklich beeinflusst würden. Es könnten nach JAUCH⁷⁾ bei ein-

zelenen Kernen wohl Resonanzeffekte auftreten, gleichzeitig würden aber auch die Röntgenterme stark verschoben. Eine solche Zusatzkraft kommt also zur Erklärung einer Streuanomalie nicht in Frage, ebenso fällt der Einfluss des magnetischen Kernmomentes nicht in Betracht, da nach JAUCH die magnetische Streuung für Energien bis zu 3 MeV verschwindend klein ist gegen die Coulomb'sche Streuung.

Aus diesen Tatsachen muss man wohl den Schluss ziehen, dass nicht die theoretischen, wohl aber ein Teil der experimentellen Arbeiten mit Ungenauigkeiten oder mit Fehlern behaftet sind. Es ist dies um so eher möglich, als — besonders bei Messungen mit der Wilsonkammer — viele zum Teil grosse Korrekturen berücksichtigt werden müssen, um aus der beobachteten auf die wahre Anzahl der Streuungen schliessen zu können. Bei vielen Messungen ist zudem die statistische Genauigkeit sehr gering.

In der vorliegenden Arbeit wird daher vor allem auf diese Korrekturen und auf genügende statistische Genauigkeit Wert gelegt. Es wird darum nur das Energiegebiet von 1—3 MeV untersucht, um in einem relativ kleinen Energiebereich viele Streuungen zu erhalten.

IV. Apparatur.

Die benützte, vollautomatische Wilsonkammer wurde in der Arbeit von BOSSHARD und SCHERRER³⁾ genau beschrieben. Es handelt sich, von einigen kleinen Abänderungen abgesehen, um die gleiche Apparatur, mit welcher SCHERRER und ZÜNTI⁹⁾ Streumessungen an Argon und BLEULER⁵⁾ solche an Fluor gemacht haben.

Der Expansionsraum enthält das streuende Gasgemisch bei geringem Unterdruck gegen die Atmosphäre. Die Expansion geschieht pneumatisch, indem der Raum unter dem mit einem Tombakrohr abgedichteten Kolben rasch evakuiert wird. Alle Bewegungen werden durch eine Nockenwelle gesteuert. Die Steuerung der Beleuchtung geschieht vollständig elektrisch. Die Dauer der Beleuchtung und die Verzögerung des Beleuchtungseinsatzes können bequem und unabhängig voneinander eingestellt werden.

Der für die Aufnahmen nutzbare, durch vier seitlich angebrachte Soffitenlampen beleuchtete Raum hat einen Durchmesser von 17 cm und eine Tiefe von 1,65 cm. Die Aufnahmekameras für die stereoskopischen Bilder sind symmetrisch zur Achse der Wilsonkammer angeordnet und gegeneinander um einen Winkel

von $21,5^\circ$ geneigt. Die Aufnahmen wurden auf Kodak Super XX und auf Agfa Isopan Ultra 23/10 Din Normalfilm gemacht.

Das Magnetfeld wird durch zwei auf Aluminiumkörper gewickelte Helmholtzspulen von je 283 Windungen erzeugt. Zur Verhütung einer grossen Erwärmung werden die Spulen erst kurz vor der Expansion unter Strom gesetzt. Unmittelbar nach der Beleuchtung wird den Spulen ein kleiner Widerstand parallel geschaltet; dadurch wird der bei der Abschaltung der Spulen auftretende Öffnungsfunke erheblich gedämpft. Alle Aufnahmen wurden bei einem Feld von 1000 Oersted gemacht. Die Feldstärke im beleuchteten Raum wurde mit Hilfe einer Probespule und eines ballistischen Galvanometers gemessen, nachdem die Probespule im bekannten Magnetfeld einer langen, eisenlosen Spule geeicht worden war, Trotzdem sich kaum 10 cm unterhalb der beleuchteten Schicht ein dicker, als Kolbenführung dienender Eisenstempel befindet, ist das Feld völlig homogen nach Richtung und Grösse. Im ganzen für die Auswertung der Spuren in Frage kommenden Raum beträgt die Abweichung vom Mittelwert weniger als 1%.

Die verwendeten Elektronen entstammen einem Präparat von 5 mgr Radium, das kontinuierliche β -Spektrum von RaB + RaC reicht bis 3,16 MeV. Die Elektronen werden durch eine Elektronenlinse mit magnetischem Längsfeld durch ein dünnes Glimmerfenster in die Wilsonkammer hineingeworfen. Die Elektronenlinse blendet einerseits einen gewissen Energiebereich aus dem Spektrum aus, andererseits schirmt sie die unerwünschte γ -Strahlung teilweise ab.

V. Auswertung.

Zur Berechnung der Zahl der theoretisch zu erwartenden Streuungen müssen von jeder Spur folgende Bahnelemente gemessen werden:

a) Der Krümmungsradius ρ_0 der Bahn.

Daraus können gemäss den Gleichungen

$$H \rho_0 = \frac{m_0 c^2}{e} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ Oersted} \cdot \text{cm}$$

und

$$E = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \text{ Erg}$$

Geschwindigkeit $v = \beta c$ und kinetische Energie E berechnet werden.

b) Länge der Bahn l .

c) Ablenkwinkel ϑ bei allfälligen Streuungen.

1. *Technik der Auswertung.*

Die beiden Filme werden durch die in genau gleicher gegenseitiger Lage wie bei der Aufnahme sich befindenden Objektive in natürlicher Grösse auf ein durch ein Kugelgelenk allseitig schwenkbares und verschiebbares Tischchen zurückprojiziert. Wenn sich die beiden Bilder einer Bahn auf dem Tischchen decken, so hat man ein nach Grösse und Orientierung genau gleiches Bild wie bei der Aufnahme. Die richtige Einstellung kann nach KLARMANN und BOTHE¹⁰⁾ dadurch erleichtert werden, dass die Lichtbündel der Projektionslampen durch eine rotierende Scheibe abwechselnd unterbrochen werden. Auf der Projektionsebene tanzen dann die Bilder der Bahnen hin und her. Wenn die Ebene richtig eingestellt ist, decken sich die beiden Bilder und das betreffende Bahnstück bleibt in Ruhe. Diese „Flimmereinrichtung“ macht die Auswertung aber sehr mühsam, da die Augen rasch ermüden. Es wurde darum folgender Weg eingeschlagen: Die beiden Filme werden durch ein rotes bzw. grünes Filter projiziert; es entsteht aus jeder Bahn ein grünes und ein rotes Bild, im übrigen Teil des Gesichtsfeldes überlagern sich die beiden Projektionen zu einer weisslichen Farbe. Nun wird die Projektionsebene verschoben, bis sich das grüne und das rote Bild decken. In diesem Fall kommt von keiner Lampe mehr Licht auf dieses Bahnstück und es erscheint schwarz. Dieser auftretende Farbumschlag ist ein sehr empfindlicher Nachweis für die richtige Lage der Projektionsebene.

Bei der Abbildung von abgelenkten Bahnen wird das Bildtischchen so eingestellt, dass es mit der Streuebene, d. h. mit der Ebene der beiden Tangenten am Knick der Bahn zusammenfällt. Der Winkel zwischen den beiden Tangenten stellt dann gerade den Streuwinkel in natürlicher Grösse dar.

Da der grösste Teil der Bahnen nicht abgelenkt wird und ziemlich genau horizontal verläuft, tritt eine Vereinfachung der Auswertung ein. Bei diesen Bahnen können Länge und Krümmungsradius gerade in wahrer Grösse in einer festen horizontalen Ebene gemessen werden. Nur bei Streuungen, wo nach der Ablenkung das Elektron im allgemeinen eine Schraubenlinie beschreibt, müssen die Bahnelemente in einer schiefen Ebene, der Schmiegungeebene, durch den Streupunkt gemessen werden. In diesem Fall kann aus der Projektion auf die Horizontalebene die Horizontalgeschwindigkeit und aus der Neigung φ der Schraubenlinie die Vertikalkomponente der Geschwindigkeit berechnet werden.

Radius und Länge der Bahnen werden auf die übliche Weise mittels Testkreisen, welche auf Celluloid eingeritzt sind, ausgemessen.

2. Theoretischer Wirkungsquerschnitt.

Zum Vergleich mit dem Experiment muss die Formel (2) integriert werden, und man erhält für eine Streuung um einen Winkel zwischen ϑ_1 und ϑ_2 folgenden Wirkungsquerschnitt:

$$\begin{aligned} \sigma(\vartheta_1, \vartheta_2) &= 2\pi \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} I(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \quad (4) \\ &= \pi Z^2 \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right)^2 \frac{1-\beta^2}{\beta^4} \left\{ \operatorname{ctg}^2 \vartheta/2 + 2\beta^2 \lg \sin \vartheta/2 + 2\pi\beta\alpha Z \frac{(1-\sin \vartheta/2)^2}{\sin \vartheta/2} \right\} \Big|_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \end{aligned}$$

Zur weiteren Berechnung kann $\sigma(\vartheta_1, \vartheta_2)$ in der Form

$$\sigma(\vartheta_1, \vartheta_2) = Z^2 \sigma_1(\vartheta_1, \vartheta_2) + Z^3 \sigma_2(\vartheta_1, \vartheta_2) \quad (5)$$

geschrieben werden.

Durchläuft ein Elektron in einem Gasgemisch mit N_i Kernen der Ladungszahl Z_i pro cm^3 eine Strecke von L cm, so erleidet es im Mittel $n(\vartheta_1, \vartheta_2)$ Ablenkungen zwischen ϑ_1 und ϑ_2 , wobei

$$n(\vartheta_1, \vartheta_2) = \sum N_i Z_i^2 L \cdot \sigma_1(\vartheta_1, \vartheta_2) + \sum N_i Z_i^3 L \cdot \sigma_2(\vartheta_1, \vartheta_2).$$

3. Geometrische Korrekturen.

Es ist von ausserordentlicher Wichtigkeit, eindeutig entscheiden zu können, wann eine Streuung als solche erkannt und ausgemessen werden kann und wann eine solche infolge geometrischer oder experimenteller Umstände nicht erkannt wird, oder wenigstens einer genauen Messung nicht zugänglich ist, und somit nicht gezählt werden darf.

Es sind darum gewisse von der Geometrie der Wilsonkammer, insbesondere von der begrenzten Schichtdicke und der speziellen Lage der Streuebene bedingte Korrekturen nötig, um von der beobachteten Zahl n_{exp} auf die wirkliche Zahl n der Streuungen schliessen zu können. In den Arbeiten von SCHERRER und ZÜNTI⁹⁾ und BLEULER⁵⁾ sind die nötigen Korrekturen eingehend begründet und berechnet worden. In der vorliegenden Arbeit wird jede Streuung gezählt, wenn:

- a) beide Äste der Streuung eine Mindestlänge von $b = 1,5$ cm haben,
- b) wenn die Streuung nicht in den ersten oder letzten 1,5 cm der Bahn stattfindet,
- c) wenn die Streuebene weniger als 45° gegen die Horizontalebene geneigt ist.

Im übrigen werden nur scharfe, gut begrenzte Spuren berücksichtigt, da nur bei solchen eine exakte Ausmessung möglich ist und die Gewähr besteht, dass das Elektron erst nach der Expansion in die Kammer eingetreten ist und somit der Berechnung von $\sum N_i Z_i^2$ der Druck im expandierten Zustand zugrunde zulegen ist.

Infolge der Bedingung b) wird von jeder Spur eine Länge $2b = 3$ cm subtrahiert. Die Summe dieser reduzierten Bahnlängen ergibt die in der Formel (6) enthaltene Länge L . Zur Berücksichtigung der Bedingungen a) und c) wird jedes Bahnelement von L mit einem vom Streuwinkel abhängigen Gewichtungsfaktor $\bar{g}(\vartheta_1, \vartheta_2)$ versehen; \bar{g} ist der Mittelwert der Funktionen

$$g(\vartheta) = \frac{1}{2} - \frac{b \sin \vartheta}{\pi d} (2 - \sqrt{2})$$

im betrachteten Winkelbereich. Dieser Gewichtungsfaktor stellt die Wahrscheinlichkeit dar, mit welcher eine im Bahnelement vorkommende Streuung ausgewertet werden kann. Diese Korrektur hängt wesentlich von der Dicke der beleuchteten Schicht ab. Da aber die Beleuchtungsgrenze nicht sehr scharf ist, wurde bei der Auswertung bei jeder Spur, welche oben oder unten aus der beleuchteten Schicht herauslief, mittels eines die genaue Schichtbegrenzung darstellenden Zeigers der genaue Austrittspunkt der Spur aus der Schicht markiert. Die obere und untere Grenzstellung des Zeigers wurden durch zwei Stellringe festgehalten. Die so markierte Schicht hatte eine Dicke von $d = 1,65$ cm.

In Tabelle I sind die für die verschiedenen Winkelbereiche massgebenden Gewichtungsfaktoren zusammengestellt.

Tabelle I.

Winkelbereich	15-20°	20-30°	30-45°	45-60°	60-90°	90-180°
Gewichtungsfaktor $\bar{g}(\vartheta_1, \vartheta_2)$	0,449	0,429	0,394	0,365	0,338	0,392

Für die theoretisch zu erwartende Zahl der messbaren Streuungen erhalten wir somit aus Gleichung (6)

$$n_{\text{th}}(\vartheta_1, \vartheta_2) = \sum N_i Z_i^2 L \bar{g}(\vartheta_1, \vartheta_2) \cdot \sigma_1(\vartheta_1, \vartheta_2) + \sum N_i Z_i^3 L \bar{g}(\vartheta_1, \vartheta_2) \sigma_2(\vartheta_1, \vartheta_2) \quad (7)$$

wobei σ_1 und σ_2 aus den Gleichungen (4) und (5) zu entnehmen sind.

4. Korrektur infolge der Vielfachstreuung.

Infolge der Vielfachstreuung weicht die beobachtete Bahn von der der Energie entsprechenden Kreisbahn mit dem Radius ϱ ab. Dadurch wird die Energiemessung etwas gefälscht, was sich in einer wenn auch relativ kleinen Änderung des Spektrums bemerkbar macht. Diese Änderung wirkt sich infolge der Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes auf die Zahl der zu erwartenden Streuungen aus.

Wenn Θ die mittlere, infolge der Vielfachstreuung bedingte, auf die Horizontalebene projizierte Winkelablenkung nach Durchdringung der Schichtdicke 1 bedeutet, so beträgt die dadurch bedingte mittlere Krümmungsänderung $\varkappa = \Theta / 1$.

Nach WILLIAMS¹¹⁾ ist die infolge der Vielfachstreuung zu erwartende zusätzliche Krümmung k_s annähernd gegeben durch eine Gauss'sche Verteilung

$$W(k_s) dk_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\varkappa} e^{-\frac{k_s^2}{2\varkappa^2}} dk_s. \quad (8)$$

Die Wurzel aus dem mittleren Quadrat der zusätzlichen Krümmung beträgt

$$\varkappa = \sqrt{2\pi} \cdot \frac{e}{H\varrho} \frac{\sqrt{\sum N_i Z_i^2}}{\sqrt{1}\beta} \cdot \alpha_m$$

α_m ist eine mit β , 1 und $\sum N_i Z_i^2$ nur langsam variierende Grösse. Die relative Krümmungsänderung beträgt demnach

$$\frac{\varkappa}{k} = \frac{1}{H} \sqrt{2\pi} \frac{e}{\beta} \frac{\sqrt{\sum N_i Z_i^2}}{\sqrt{1}} \alpha_m = \frac{H_s}{H} \quad (9)$$

wobei mit H_s das Magnetfeld bezeichnet ist, das eine gleiche Krümmung erzeugen würde wie die Vielfachstreuung.

Tabelle II.

ϱ	1 cm	α_m	H_s Oe	$\frac{H_s}{H}$
12	11	3,20	136,5	0,136
10	10,5	3,20	140,0	0,140
8	10	3,19	144,3	0,144
6	9	3,18	154,3	0,154
4,5	7	3,16	178,7	0,178

Tabelle II gibt eine Übersicht über die in Formel (9) interessierenden Grössen. Der Mittelwert von $\sum N_i Z_i^2$ betrug bei den

Messungen $1,38 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Für 1 ist die mittlere beobachtete Länge einer Elektronenbahn eingesetzt.

Man sieht, dass die Vielfachstreuung doch einen relativ grossen Einfluss auf die Energiemessung hat, denn die mittlere Schwankung der H_ϱ -Werte beträgt immerhin 13—18%. Genauere Bestimmung der Energie wäre nur dann möglich, wenn das Streuvermögen des Gases herabgesetzt würde; in diesem Falle wären aber bedeutend mehr Aufnahmen nötig, um dieselbe statistische Genauigkeit zu erlangen.

Nun lässt sich aber der Einfluss dieser Unbestimmtheit der Energie auf die Zahl der zu erwartenden Streuungen leicht abschätzen, wie BLEULER⁵⁾ gezeigt hat.

Es sei $N(k) dk$ die Länge aller Bahnen mit einer wahren Krümmung zwischen k und $k + dk$. Für das gemessene Spektrum $N_g(k) dk$ erhalten wir dann aus Gleichung (8)

$$N_g(k) dk = \int_{-\infty}^{+\infty} N(k + k_s) dk W(k_s) dk_s$$

Entwicklung von $N(k + k_s)$ nach k_s und Berücksichtigung der Glieder bis k_s^2 ergibt

$$N_g(k) dk = N(k) dk \left\{ 1 + \kappa^2 \frac{d^2 N(k)}{dk^2} \cdot \frac{1}{2 N(k)} \right\}. \quad (10)$$

Gehen wir von der Krümmung k auf den Krümmungsradius ϱ über, so erhalten wir wegen $N(k) dk = L(\varrho) d\varrho$ und $k = 1/\varrho$

$$= L(\varrho) d\varrho \left\{ 1 + \left(\frac{H_s}{H} \right)^2 \left(3 + \frac{3\varrho}{L(\varrho)} \frac{dL(\varrho)}{d\varrho} + \frac{\varrho^2}{2L(\varrho)} \frac{d^2 L(\varrho)}{d\varrho^2} \right) \right\}. \quad (11)$$

Zur Berechnung des wahren Spektrums dürfen wir im Korrekturglied, da es sich ja nur um eine Abschätzung handelt, $L(\varrho)$ durch $L_g(\varrho)$ ersetzen und erhalten

$$L(\varrho) = \frac{L_g(\varrho)}{1 + (H_s/H)^2 \left(3 + \frac{3\varrho}{L_g(\varrho)} \frac{dL_g(\varrho)}{d\varrho} + \frac{\varrho^2}{2L_g(\varrho)} \frac{d^2 L_g(\varrho)}{d\varrho^2} \right)}. \quad (12)$$

Der Einfluss der Vielfachstreuung auf die Zahl $n_g(k, \vartheta_1, \vartheta_2) dk$ der zu erwartenden Streuungen lässt sich folgendermassen berechnen:

$$n_g(k, \vartheta_1, \vartheta_2) dk = dk \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(k + k_s) N(k + k_s) W(k_s) dk_s$$

Entwicklung von σ und N nach k_s ergibt bei Berücksichtigung der Glieder bis k_s^2

$$n_g(k, \vartheta_1, \vartheta_2) dk = dk \sigma(k) N(k) \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d^2 \sigma}{dk^2} + \frac{2}{N \sigma} \frac{d\sigma}{dk} \frac{dN}{dk} + \frac{d^2 N}{N dk^2} \right) \kappa^2 \right)$$

Unter Anwendung von Gleichung (10) erhalten wir

$$n_g(k, \vartheta_1, \vartheta_2) dk = dk \sigma(k) N_g(k) \cdot (1 + \varepsilon) \quad (13)$$

mit

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{1}{\varrho^2} \left(\frac{H_s}{H} \right)^2 \frac{N(k)}{N_g(k)} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d^2 \sigma}{dk^2} + \frac{2}{\sigma N} \frac{d\sigma}{dk} \frac{dN}{dk} \right) \quad (14)$$

Nun gehen wir wieder von der Variablen k auf ϱ über. Wenn wir in der MOTT'schen Formel (4) der Einfachheit halber das Glied in αZ vernachlässigen, erhalten wir, indem wir β durch ϱ ausdrücken,

$$\sigma(\vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{A}{\varrho^2} + \frac{B}{\varrho^4} \quad (15)$$

$$\text{mit } A = \pi \left(\frac{Zec}{H} \right)^2 \left(\text{ctg}^2 \vartheta_1 / 2 - \text{ctg}^2 \vartheta_2 / 2 + 2 \lg \frac{\sin \vartheta_1 / 2}{\sin \vartheta_2 / 2} \right)$$

$$B = \pi \left(\frac{Zmc^3}{H^2} \right)^2 (\text{ctg}^2 \vartheta_1 / 2 - \text{ctg}^2 \vartheta_2 / 2)$$

Gleichung (14) ergibt dann schliesslich

$$\varepsilon = - \left(\frac{H_s}{H} \right)^2 \frac{L}{L_g} \left(\frac{3A\varrho^2 + 2B}{A\varrho^2 + B} + \frac{2\varrho}{L} \frac{dL}{d\varrho} \frac{A\varrho^2 + 2B}{A\varrho^2 + B} \right) \quad (16)$$

Es bleibt nun noch zu berücksichtigen, dass wir experimentell den Wirkungsquerschnitt nicht bei einer bestimmten Energie, entsprechend einem Krümmungsradius ϱ , sondern nur in einem Energieintervall, gegeben durch $\varrho \pm \Delta\varrho/2$, bestimmen können. In einem solchen Intervall erhalten wir $N(\varrho, \vartheta_1, \vartheta_2)$ Streuungen

$$N(\varrho, \vartheta_1, \vartheta_2) = \frac{1}{\Delta\varrho} \int_{-\frac{\Delta\varrho}{2}}^{+\frac{\Delta\varrho}{2}} \sigma(\varrho + \varrho_s) L(\varrho + \varrho_s) d\varrho_s$$

Entwicklung und Integration ergibt

$$N(\varrho, \vartheta_1, \vartheta_2) = \sigma L (1 + \delta) \quad (17)$$

$$\text{mit } \delta = (1/12) \left(\frac{\Delta\varrho}{\varrho} \right)^2 \left(\frac{3A\varrho^2 + 10B}{A\varrho^2 + B} - \frac{2\varrho}{L} \frac{dL}{d\varrho} \frac{A\varrho^2 + 2B}{A\varrho^2 + B} + \frac{\varrho^2}{2L} \frac{d^2 L}{d\varrho^2} \right). \quad (18)$$

Diese Korrektur ist klein, da der ganze Energiebereich in so kleine Intervalle eingeteilt wurde, dass $\Delta \varrho / \varrho \leq 0,1$ war.

Unter Berücksichtigung aller Korrekturen erhalten wir nun aus den Gleichungen (7), (13) und (17) folgendes Resultat:

Die Zahl $N_{\text{th}}(\varrho, \vartheta_1, \vartheta_2)$ der in einem Energieintervall, welches durch $\varrho \pm \Delta \varrho / 2$ gegeben ist, theoretisch zu erwartenden Streuungen um einen Winkel zwischen ϑ_1 und ϑ_2 beträgt

$$N_{\text{th}}(\varrho, \vartheta_1, \vartheta_2) = (1 + \varepsilon) (1 + \delta) L_g \bar{g}(\vartheta_1, \vartheta_2) (\sigma_1(\vartheta_1, \vartheta_2) \Sigma N_i Z_i^2 + \sigma_2(\vartheta_1, \vartheta_2) \Sigma N_i Z_i^3) \quad (19)$$

Diese Zahl ist mit der im Experiment gefundenen Zahl $N_{\text{exp}}(\varrho, \vartheta_1, \vartheta_2)$ zu vergleichen. Man sieht aus Gleichung (17), dass die durch die Vielfachstreuung bedingte Änderung des Spektrums nicht direkt in die Zahl der Streuungen eingeht, sondern nur indirekt durch die Korrekturen ε und δ .

VI. Die Messungen.

1. Kammerfüllung.

Als streuendes Gas wurde Methyljodid CH_3J verwendet; CH_3J ist bei Zimmertemperatur flüssig, sein Dampfdruck beträgt bei 20°C 331 mm Hg. Damit die Vielfachstreuung nicht zu stark störte, wurde die Kammer aber nur mit einem Druck von ca. 150 mm Hg Methyljodid-Dampf gefüllt. Der Rest der Füllung bestand aus Stickstoff (bei einigen Messungen auch aus Wasserstoff) und aus dem üblichen Alkohol-Wasserdampfgemisch. In expandiertem Zustand betrug der totale Druck in der Wilsonkammer ca. 430 mm Hg. Die für die Streuung massgebenden Summen betragen

$$\begin{aligned} \Sigma N_i Z_i^2 &= 1,38 \cdot 10^{22} \\ \Sigma N_i Z_i^3 &= 0,68 \cdot 10^{24} \end{aligned}$$

dabei beträgt der Anteil der Jodkerne an $\Sigma N_i Z_i^2$ 94%. Das Streuvermögen der andern Kerne fällt also kaum in Betracht.

Das Methyljodid wird durch das Licht langsam zersetzt, und reagiert sehr langsam mit Wasser. Um einer unbestimmten Änderung des Streuvermögens der Kammerfüllung vorzubeugen, wurde diese höchstens 8 Stunden lang verwendet, vor jeder längeren Messreihe wurde die Kammer wieder frisch gefüllt. Zur Kontrolle wurde eine Füllung mehrere Tage belassen und dann durch eine in flüssige Luft getauchte Kühlschlange ausgepumpt. Das CH_3J sowie das Alkohol-Wasserdampfgemisch kondensierten, und es wurden etwa 90% der eingefüllten Menge wieder gewonnen. Eine wesentliche Änderung des Streuvermögens kann also nicht stattgefunden haben.

$L_g(\rho), L(\rho)$
 $cm/Oe \cdot cm$

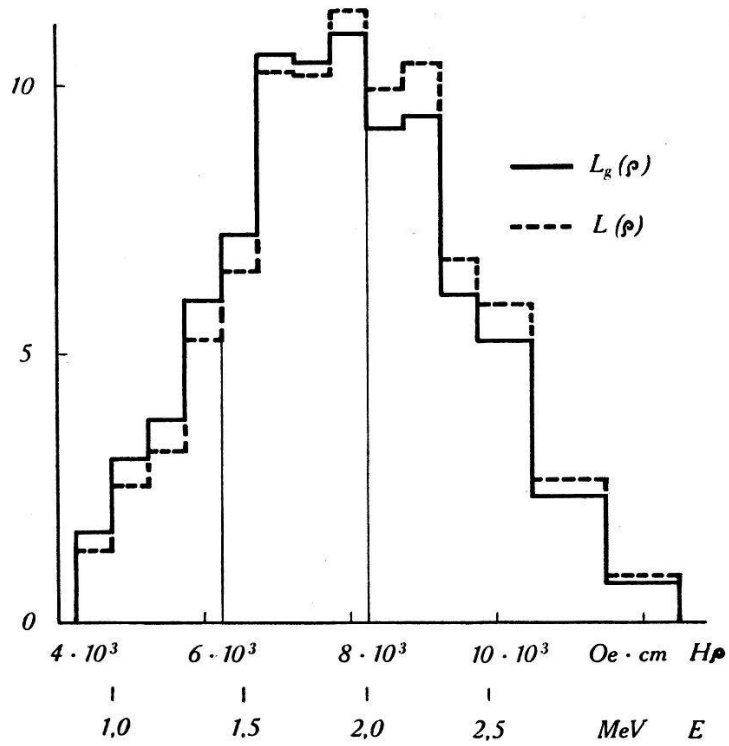


Fig. 3.

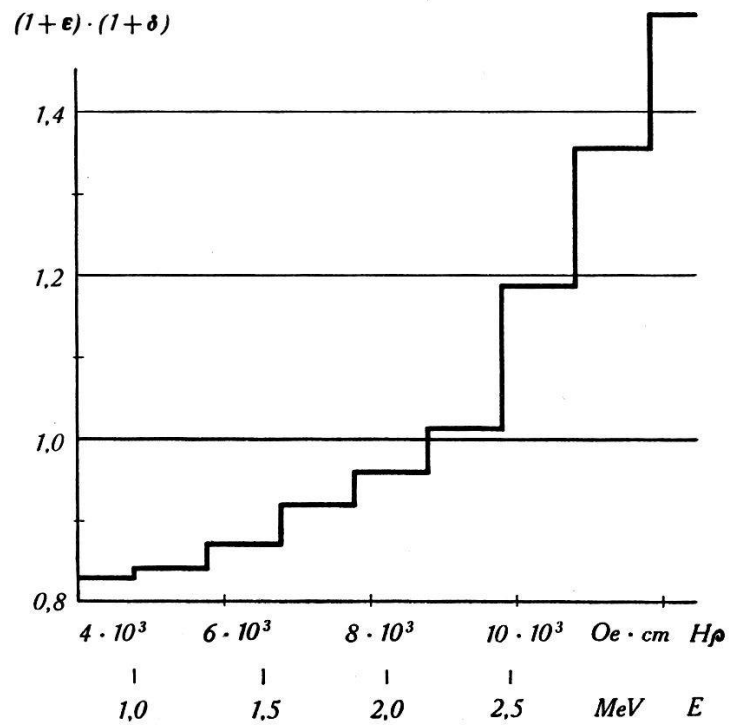


Fig. 4.

2. Ergebnisse.

Es wurden ca. 2700 Aufnahmen bei einem Magnetfeld von 1000 Oersted hergestellt. Besonderer Wert wurde darauf gelegt, dass die einzelnen Aufnahmen nicht zu viele Spuren aufwiesen, da bei vielen Spuren die Auswertung erschwert wird und leicht Fehler entstehen, indem einerseits durch kreuzende Spuren Streuungen vorgetäuscht werden oder andererseits der Beobachtung entgehen. Durchschnittlich wies eine Aufnahme 3—5 Spuren auf.

Die totale Länge aller Spuren betrug ca. 620 m, die reduzierte Bahnlänge noch 459 m. Fig. 3 zeigt das gemessene und das nach Gleichung (10) berechnete wahre Energiespektrum.

Auf der Abszisse ist die Energie der Elektronen, auf der Ordinate die Bahnlänge in cm pro 1 Oersted · cm aufgetragen. Die 14 Energieintervalle sind in drei grössere Energiebereiche zusammengefasst, entsprechend der Zusammenfassung der Resultate in Tabelle III.

In Fig. 4 ist die Korrekturgrösse $(1 + \varepsilon) \cdot (1 + \delta)$ in Abhängigkeit der Energie aufgezeichnet.

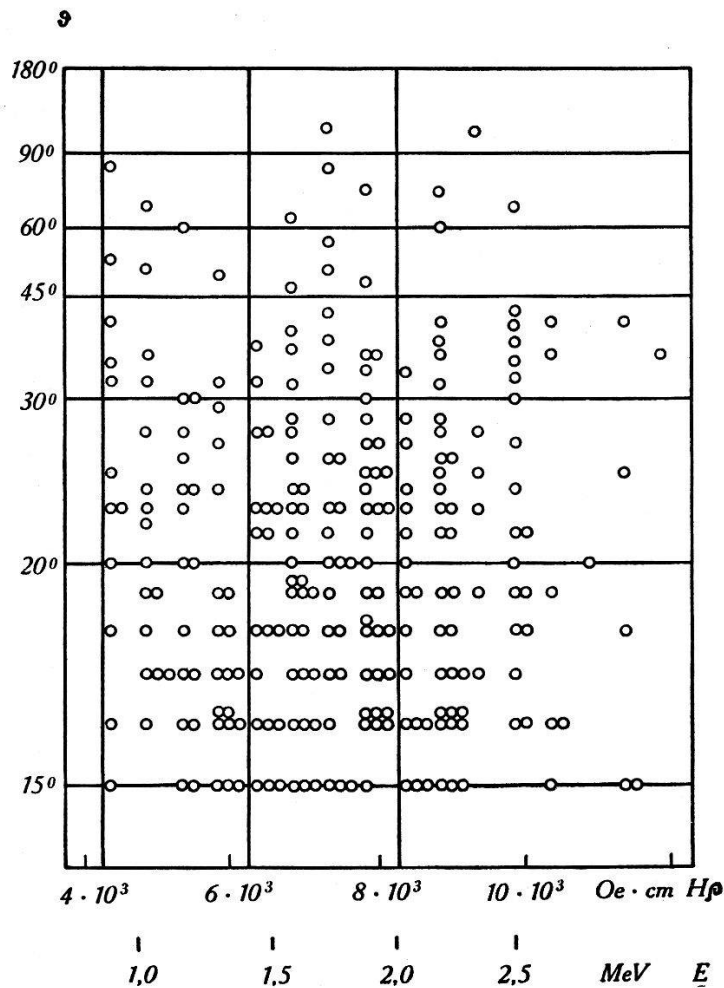


Fig. 5.

Im Grunde genommen hängen ε und δ noch vom Streuwinkel ab, der Einfluss ist aber sehr klein und vernachlässigbar. Der Faktor $(1 + \delta)$ ist sehr nahe an 1, δ ist etwa 20mal kleiner als ε , der Einfluss der endlichen Breite des Energieintervalls ist also sehr klein gegen den Einfluss der Vielfachstreuung. Wenn auch ε am oberen Rand des Spektrums gross ist, so ändert sich an der Zahl der zu erwartenden Streuungen sehr wenig, da infolge der kurzen Bahnlänge bei grossen Energien nur wenige Streuungen vorkommen.

Fig. 5 zeigt die übliche Darstellung der gemessenen Streuungen als Funktion des Streuwinkels und der Energie.

Tabelle III.

Energie H_0		4250–6250	6250–8250	8250–12000	4250–12000
$Oe \cdot cm$		0,86–1,44	1,44–2,04	2,04–3,16	0,86–3,16
MeV					
Bahnlänge L		72,5	194,3	192,0	458,8
m					
15–20°	N_{exp}	31,0	48,5	38,0	117,5
	N_{th}	30,01	48,35	31,58	109,94
	$\frac{N_{exp}}{N_{th}}$	1,03	1,00	1,20	$1,07 \pm 0,09$
20–30°	N_{exp}	18,0	37,0	25,0	80,0
	N_{th}	21,28	33,99	22,27	77,54
	$\frac{N_{exp}}{N_{th}}$	0,85	1,09	1,22	$1,03 \pm 0,11$
30–45°	N_{exp}	8,0	11,5	14,5	34,0
	N_{th}	9,19	14,25	9,43	32,87
	$\frac{N_{exp}}{N_{th}}$	0,87	0,81	1,54	$1,03 \pm 0,17$
45–60°	N_{exp}	3,5	4,0	0,5	8,0
	N_{th}	2,96	4,61	2,92	10,49
	$\frac{N_{exp}}{N_{th}}$	1,18	0,87	0,17	$0,76 \pm 0,35$
60–180°	N_{exp}	2,5	4,0	3,5	10,0
	N_{th}	2,31	3,62	2,34	8,27
	$\frac{N_{exp}}{N_{th}}$	1,07	1,10	1,50	$1,21 \pm 0,32$
15–180°	N_{exp}	63,0	105,0	81,5	249,5
	N_{th}	65,75	104,82	68,54	239,5
	$\frac{N_{exp}}{N_{th}}$	$0,96 \pm 0,13$	$1,00 \pm 0,10$	$1,19 \pm 0,11$	$1,04 \pm 0,06$

In Tabelle III sind die gemessene Zahl N_{exp} und die nach Formel (19) berechnete Zahl N_{th} der Streuungen für die verschiedenen Energie- und Winkelbereiche zusammengestellt. Streuungen, welche auf der Grenze der Winkelbereiche liegen, sind je zur Hälfte beiden Bereichen zugeordnet.

Für den totalen Winkel- und Energiebereich sind noch die statistischen Fehler angegeben.

3. Diskussion.

Anhand der Übersicht in Tabelle III kann folgendes Resultat festgehalten werden:

Die Streuung von Elektronen an Jodkernen wird im Energiebereich von 1—3 MeV durch die Mott'sche Formel richtig wiedergegeben. Die Abweichungen liegen für alle Winkelbereiche innerhalb der statistischen Schwankungen. Die grössere Abweichung im Energiebereich von 2—3 MeV liegt noch innerhalb der Fehlergrenzen, denn ausser der statistischen Schwankung sind noch folgende Fehlerquellen zu berücksichtigen:

a) Fehler von $\sum N_i Z_i^2$:

Infolge Temperaturschwankung während der Messung muss hie und da das Expansionsverhältnis etwas geändert werden, ferner besteht eine gewisse Ungenauigkeit in der Bestimmung der Partialdrucke der einzelnen Gase. In der Berechnung von $\sum N_i Z_i^2$ entsteht dadurch ein maximaler Fehler von 5%.

b) Geometrische Korrekturen:

Die Dicke der beleuchteten Schicht kann mittels des Zeigers genau abgegrenzt werden, der Fehler beträgt höchstens $\pm 0,2$ mm, das entspricht einer Unsicherheit des Streuquerschnittes von ca. 1%.

Der Fehler in der Bestimmung der Bahnlänge trägt maximal 2% zum Fehler des Wirkungsquerschnittes bei.

Wesentlich stärker fällt die Unbestimmtheit der Streuebene ins Gewicht. Da die Tangenten, welche die Streuebene bestimmen, nicht sichtbar sind und anderseits die räumlich gekrümmten Spuren manchmal ziemlich rasch aus dieser Ebene herauslaufen, kann ihre Neigung oft nicht sehr genau bestimmt werden. Der dadurch bedingte Fehler kann mit 6% veranschlagt werden.

c) Ungenauigkeit des Magnetfeldes:

Nach je 5 Aufnahmen wurde das Magnetfeld kontrolliert und neu eingestellt. Der totale Fehler infolge Spannungsschwankungen,

Inhomogenität des Feldes und Eichfehlern beträgt etwa 2%, der Fehler in der Bestimmung des Wirkungsquerschnittes somit etwa 4%.

d) Andere Fehler:

Trotz aller Sorgfalt bei der Herstellung der Aufnahmen entstehen auch schlechte Spuren oder Aufnahmen mit zuviel Spuren. Es können dadurch bei der mühsamen Auswertung Fehler entstehen, welche sich kaum abschätzen lassen. Da aber auf den 2700 Aufnahmen nur ganz wenige zweifelhafte Streuungen gezählt wurden, dürfte auch dieser Fehler klein sein.

Alle diese Fehler ergeben zusammen mit der statistischen Schwankung von 6% eine mittlere Unbestimmtheit des Wirkungsquerschnittes von maximal 15%.

Wir erhalten somit für die Streuung von Elektronen von 1—3 MeV im Winkelbereich von 15° bis 180° das Ergebnis

$$\frac{N_{\text{exp}}}{N_{\text{th}}} = 1,04 + 0,15 .$$

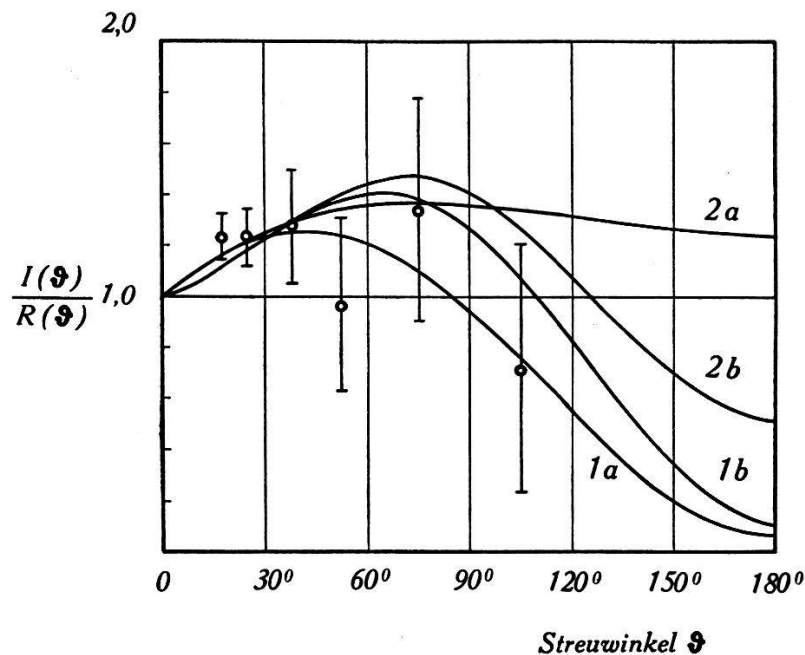


Fig. 6.

○ = Experimenteller Wert. 1a = Formel von MOTT. 1b = Interpolation der Kurve von MASSEY auf die Kurve von MOTT. 2a = Formel von URBAN. 2b = Interpolation der Kurve von MASSEY auf die Kurve von URBAN.

In Fig. 6 ist die Winkelabhängigkeit der gemessenen Streuung dargestellt im Verhältnis zur Rutherford'schen Formel (1). Zum Vergleich sind die Kurven von MOTT und URBAN eingezeichnet.

Ferner ist noch eine Interpolation der numerisch berechneten Kurven von MASSEY von Quecksilber auf Jod enthalten. Dieser Interpolation liegt die Annahme zugrunde, dass die Abweichung zwischen den Kurven von MOTT und MASSEY resp. URBAN und MASSEY (Fig. 1) im wesentlichen durch den Term $(\alpha Z)^2 f(\vartheta)$ in Gleichung (2) hervorgerufen wird, und dass für leichte Kerne ($\alpha Z \ll 1$) alle drei Kurven zusammenfallen.

Die Figur zeigt, dass die auf diese Weise korrigierten Kurven von MOTT und URBAN erst bei Winkeln über 120° um mehr als 30% voneinander abweichen. Anhand der Messpunkte kann darum kaum entschieden werden, welche Kurve der Wirklichkeit besser entspricht. Das scheint uns aber auch nicht wesentlich zu sein, da beide Formeln gemäss Voraussetzung nur für leichte Kerne Gültigkeit haben, für Jod ($Z = 53$) also nur mit Vorsicht anzuwenden sind. Wesentlich ist nur, dass die Übereinstimmung mit der Theorie so gut ist, dass nicht auf eine unbekannte Wechselwirkung zwischen Atomkern und Elektron geschlossen werden muss.

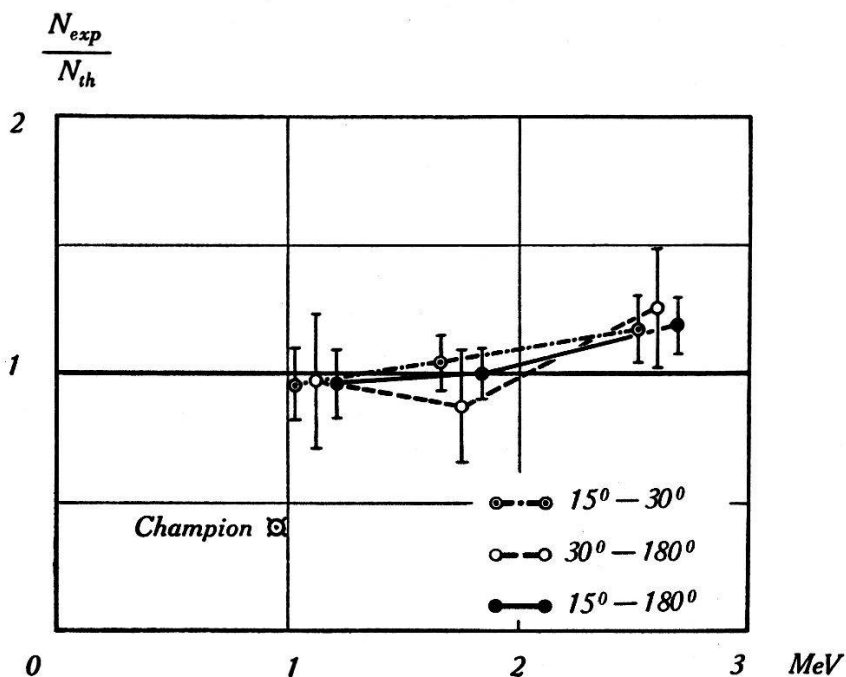


Fig. 7.

4. Zusammenfassung.

Für die Streuung von Elektronen von 1—3 MeV an Jodkernen wird, im Gegensatz zu den Messungen von CHAMPION und BARBER⁶⁾, welche für $N_{\text{exp}}/N_{\text{th}} = 0,4$ erhalten haben, Übereinstimmung mit der Mott'schen Formel gefunden. Es ist allerdings zu bemerken, dass sich die Messungen von CHAMPION und BARBER auf Energien von 0,7—1,2 MeV beziehen. Aus Tabelle III

könnte man ja in der Tat herauslesen, dass die Streuung für kleine Energien unternormal und für grosse Energien übernormal ist. Fig. 7 zeigt den Wert $N_{\text{exp}}/N_{\text{th}}$ mit den zugehörigen Fehlergrenzen in Abhängigkeit von der Energie.

Da die Abweichungen von der Mott'schen Formel aber sehr klein sind und innerhalb der Fehlergrenzen liegen, kann von einer systematischen Abweichung wohl kaum gesprochen werden.

Die Figuren 8—11 zeigen einige Aufnahmen von Streuungen in ca. halber natürlicher Grösse.

In Fig. 8 ist eine unelastische Streuung eines Elektrons von etwa 1,8 MeV an einem Hüllenelektron sichtbar. Sehr deutlich ist die Gabelung der Spur und die Abnahme der Energie bemerkbar.

Die Figuren 9—11 zeigen elastische Kernstreuungen um Winkel von 55° , 65° und ca. 130° . In Fig. 11 erscheint der gestreute Ast sehr kurz, da er stark gegen die Horizontalebene geneigt ist und rasch aus der beleuchteten Schicht herausläuft.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. P. SCHERRER, bin ich für das stete Interesse an dieser Arbeit und für viele fördernde Diskussionen zu grossem Dank verpflichtet.

Zürich, Physikalisches Institut der E. T. H.

Literatur.

- 1) RUTHERFORD, *Phil. Mag.* **21**, 669 (1911).
- 2) MOTT, *Proc. Roy. Soc. A* **124**, 445 (1929); **135**, 429 (1932).
- 3) URBAN, *Zschr. f. Phys.* **119**, 67 (1942).
- 4) MASSEY, *Proc. Roy. Soc.* **181**, 14 (1942).
- 5) BLEULER, *Helv. Phys. Acta* **15**, 613 (1942).
- 6) CHAMPION und BARBER, *Phys. Rev.* **55**, 111 (1939).
- 7) JAUCH, *Helv. Phys. Acta* **13**, 451 (1940).
- 8) BOSSHARD und SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **14**, 85 (1941).
- 9) SCHERRER und ZÜNTI, *Helv. Phys. Acta* **14**, 111 (1941).
- 10) KLARMANN und BOTHE, *Zschr. f. Phys.* **101**, 489 (1936).
- 11) WILLIAMS, *Proc. Roy. Soc. A* **169**, 531 (1939); *Phys. Rev.* **58**, 292 (1940).

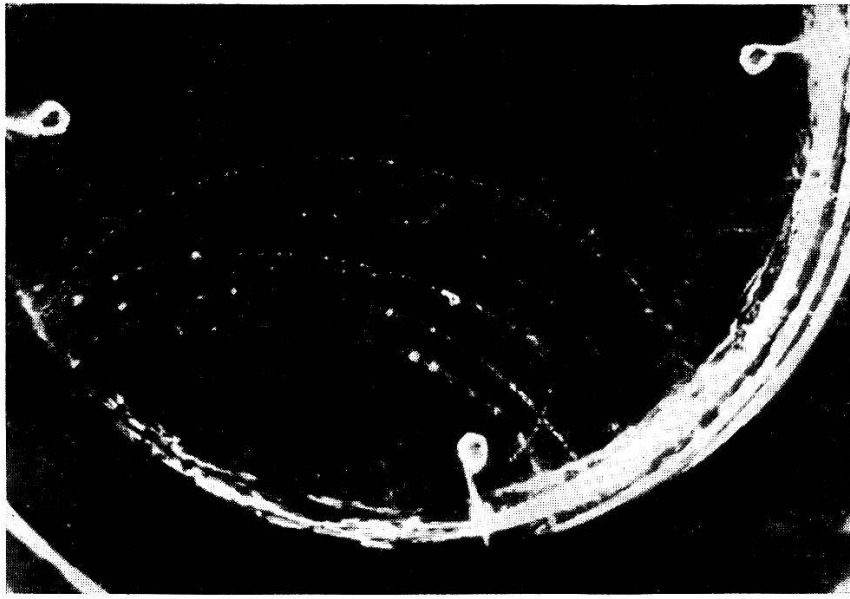


Fig. 8.

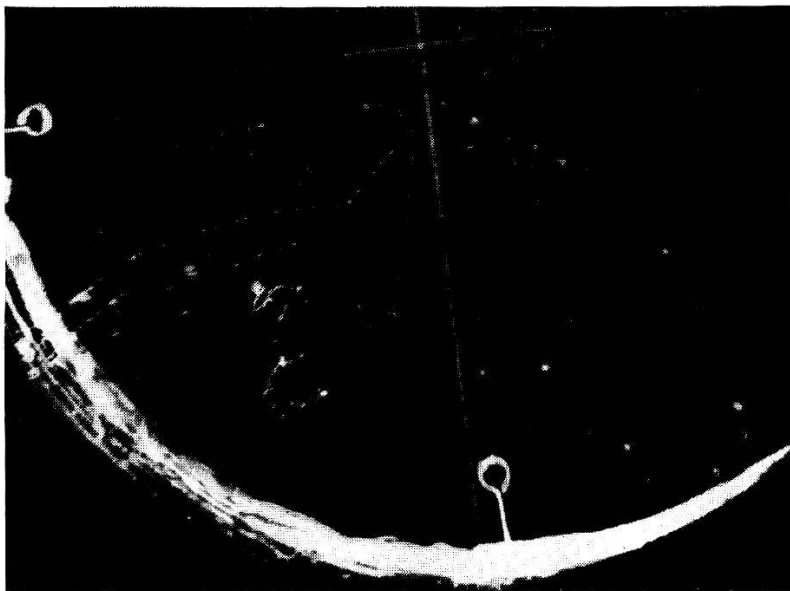


Fig. 9.

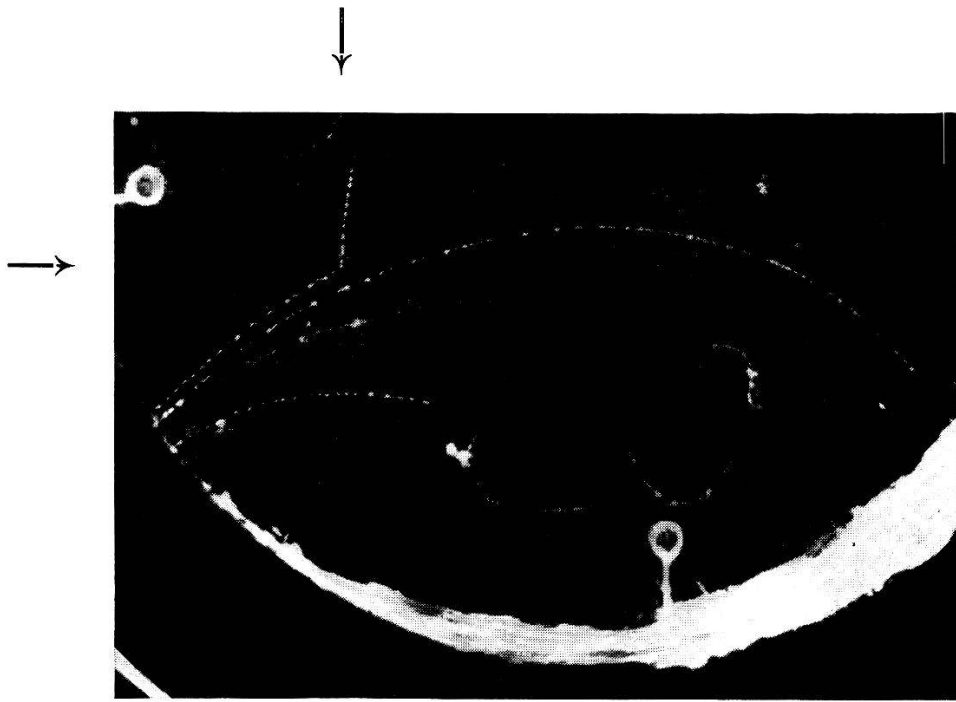


Fig. 10.

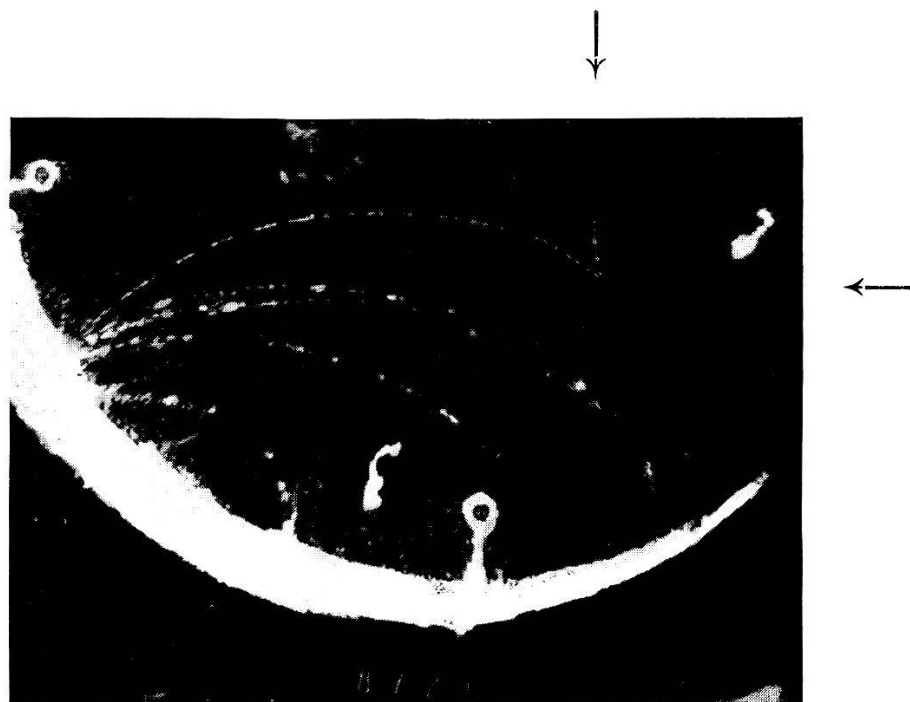


Fig. 11.