

Untersuchungen über unipolar ionisierte Gasströmungen und Neue Methode zur Bestimmung der Dimension der Ionen

Autor(en): **Joyet, Gustave**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **17 (1944)**

Heft II

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-111500>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Untersuchungen über unipolar ionisierte Gasströmungen und

Neue Methode zur Bestimmung der Dimension der Ionen*)

von **Gustave Joyet**, Lausanne.

(2. II. 1944.)

Zusammenfassung. — In einem unipolar ionisierten Gas, das durch ein leitendes Rohr strömt, ist der Verlust an Ionen eine Funktion ihrer Diffusion durch das neutrale Gas, welches sie mitführt, also auch eine Funktion ihrer Grösse. Mit Hilfe der kinetischen Gastheorie wird die Beziehung zwischen den Dimensionen der Ionen und der exponentiellen Schwächung der Ladung im Gasstrom festgestellt.

Die Theorie wird auf experimentelle Untersuchungen angewendet, in welchen eine Apparatur zur Erzeugung einer konstanten unipolaren Strömung, sowie eine verbesserte Methode zur Messung der Ionendichten ausgearbeitet wurden. Aus den durchgeführten Messungen ergibt sich, dass die leichten Ionen in Luft aus 2 bis 3 Molekülen aufgebaut sind.

Einleitung.

Bis vor wenigen Jahren wurde die Grösse der Ionen aus Messungen ihrer Beweglichkeit im elektrischen Feld bestimmt, auf Grund theoretischer Ansätze von P. LANGEVIN¹), J. J. THOMSON und besonders von P. LENARD²). Danach sind die leichten Ionen in Luft Gebilde aus mehreren Molekülen (M. LAPORTE³). Deren Zahl wird von H. A. ERIKSON⁴) zu 1 bis 2, von H. SCHILLING⁵) zu 4 bis 5, und von L. B. LOEB⁶) zu weniger als 6 angegeben.

Lässt man ein Gas, das Ionen nur eines Vorzeichens aufweist, durch ein Rohr mit leitenden Wänden strömen, so stellt man ein ziemlich rasches Verschwinden der Ionen fest. Wir fragten uns, ob die theoretische und experimentelle Untersuchung dieser Erscheinung zu einer neuen Methode der Bestimmung der Ionengrösse führen könnte.

Die Vernichtung der Ionen an der Wand erzeugt einen radialen Gradienten der Ionendichte, der einen Diffusionsstrom nach Gebieten geringerer Dichte zur Folge hat. Dieser Vorgang wird als Gasdiffusion der Ladungen bezeichnet.

*) Auszug aus der gleichnamigen in französischer Sprache abgefassten Dissertation (90 S.), welche in der Sammlung „Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles, No. 51“ (Rouge & Cie, Lausanne) gleichzeitig erscheint.

Andererseits erzeugt die Raumladung ein elektrisches Feld, dessen radiale Komponente die Ionen ebenfalls gegen die Wand zu bewegt. Um diesen Anteil der Ionenbewegung durch die neutralen Moleküle hindurch von der Gasdiffusion zu unterscheiden, wurde dafür der Ausdruck „elektrische Diffusion“ geprägt (F. DESAUER).

Bei konstanter Ionenerzeugung am Rohranfang und stationärer Gasströmung stellt sich im Rohr eine bestimmte Dichteverteilung ein, die wir mit Hilfe der kinetischen Gastheorie mathematisch darstellen konnten. Die Ladungsträger werden als sehr kleine Beimengung eines Fremdgases aufgefasst. In unserer Rechnung wird nur die Gasdiffusion betrachtet; die Schwierigkeiten werden unüberwindlich, wenn man die elektrische Diffusion einbeziehen will. Ihr Einfluss, so gross er bei höhern Dichten auch ist, lässt sich experimentell durch Extrapolation eliminieren.

Der Messung zugänglich ist die mittlere Ionendichte in einem Rohrquerschnitt. Nach der Rechnung nimmt sie in Richtung der Gasströmung exponentiell ab. Der Schwächungskoeffizient hängt einerseits von mehreren durch die experimentellen Bedingungen bestimmten Grössen, andererseits aber von der Masse und dem Durchmesser der Ladungsträger ab. Eine Messung des Schwächungskoeffizienten führt uns daher auf die Grösse der Ionen.

A. Theoretischer Teil.

Ladungsverteilung im unipolar ionisierten Gasstrom.

In einem kreiszylindrischen leitenden Rohr ströme ein Gas mit örtlich und zeitlich konstanter Geschwindigkeit u parallel zur Achse. Das Gas führe Ladungsträger nur eines Vorzeichens mit sich.

Die Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle des eigentlichen Gases wie auch des „Ionengases“ ist isotrop und folgt der Maxwellverteilung. Das Äquipartitionstheorem der Energie ist für beide Gase gültig. Die Gasdiffusion ist dem Gradienten der Ionendichte n und dem Diffusionskoeffizienten D des Ionengases im neutralen Gas proportional.

Nach Einführung passender Zylinderkoordinaten betrachtet man einen Elementartorus von der Länge dx an der Stelle x , vom innern resp. äussern Radius r und $r + dr$. Nun stellt man die Bilanz der Ladungen auf, die in der Zeit dt durch Diffusion oder Strömung ein- und austreten:

Ladung, die wegen Diffusion durch die innere Zylinderfläche eintritt:

$$\left(-D \frac{\partial n}{\partial r}\right) 2 \pi r dx dt$$

Ladung, die wegen Diffusion durch die äussere Zylinderfläche austritt:

$$-D \left(\frac{\partial n}{\partial r} + \frac{d^2 n}{dr^2} dr\right) 2 \pi (r + dr) dx dt$$

sowie vier analoge Terme, deren Zusammenfassung zu folgender Differentialgleichung der stationären Ionendichte bei reiner Diffusion führt:

$$\boxed{\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} - \frac{u}{D} \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} = 0} \quad (1)$$

Versucht man der elektrostatischen Abstossung wenigstens dadurch Rechnung zu tragen, dass man eine radiale elektrische Diffusion einführt, so gelangt man zur folgenden komplizierten Gleichung:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} - \frac{u}{D} \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{4 \pi k}{D} \left(n^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} \int_0^r n r dr\right) = 0$$

wobei k die Beweglichkeit der Ionen bedeutet.

Grenzbedingungen an der Wand.

Die Zahl der Ionen, die pro Zeit- und Oberflächeneinheit auf die Wand auftreffen, beträgt nach dem Gesetz von DALTON

$$\frac{nC}{\sqrt{6 \pi}}$$

wo C die mittlere quadratische Geschwindigkeit der Ionen bedeutet. Dieser Ausdruck gibt uns in erster Annäherung die Zahl der Ionen, die als Funktion der Dichte n in unmittelbarer Nachbarschaft der leitenden Wand verschwinden.

Zur Bestimmung der Wandbedingungen betrachtet man einen Elementartorus mit dem Zylinderradius R als äusserem Radius. Die Ladungsbilanz führt dann auf die Gleichung:

$$-\frac{\partial n}{\partial r} : n = \frac{C}{D \sqrt{6 \pi}}$$

Wenn man das Ionengas als Verunreinigung des neutralen Gases betrachtet (sehr schwache Konzentration), so kann nach J.-H. JEANS⁷⁾ die Formel für den Diffusionskoeffizienten nach MEYER vereinfacht werden. Die Wandbedingung lautet damit

$$\boxed{n : - \frac{\partial n}{\partial r} = \frac{4}{3} l \quad \text{bei } r = R} \quad (2)$$

l ist die mittlere freie Weglänge der Ionen im neutralen Gas. Da man zeigen kann, dass der Dichtegradient kleiner als 1 ist, während l unter normalen Bedingungen stets sehr klein ist, so wird die Konzentration n in Wandnähe ganz gering.

Lösung der fundamentalen Differentialgleichung.

Die Lösung der Differentialgleichung verdanken wir Herrn Prof. G. DE RHAM. Sie lautet:

$$n = \sum_{i=1}^{\infty} C_i e^{-\lambda_i x} J_0(k_i r)$$

Experimentell misst man den integralen Ionenfluss

$$Q = 2 \pi u \int_0^R n r dr$$

durch einen Querschnitt senkrecht zur Achse. Für leichte Ionen unter normalen Druck- und Temperaturbedingungen sind die Beiträge der Besselfunktionen höherer Ordnung so gering, dass man sich auf den ersten Term beschränken kann. Dann wird der Ionenfluss dargestellt durch

$$Q = Q_0 e^{-\lambda_1 x} \quad (3)$$

mit

$$\lambda_1 = \frac{\pi \varrho_1^2 D}{G} = \frac{2}{3} \varrho_1^2 \frac{\sqrt{2\pi kT}}{G} \cdot \frac{l}{\sqrt{m}} \quad (4)$$

Hierbei bedeutet ϱ_1 die erste Nullstelle der Funktion J_0 , G die Durchflussmenge des Gases, k die Boltzmann'sche Konstante, T die absolute Temperatur und m die Masse des Ions. Diese Gleichung gewinnt man dadurch, dass man jedem wirksamen Freiheitsgrad die mittlere Energie $kT/2$ zuschreibt.

In Fig. 1 sind die theoretischen Kurven konstanter Ionen-dichte dargestellt, wobei zur Berechnung nur der erste Term benutzt wurde: $n = e^{-\lambda_1 x} J_0(k_1 r)$.

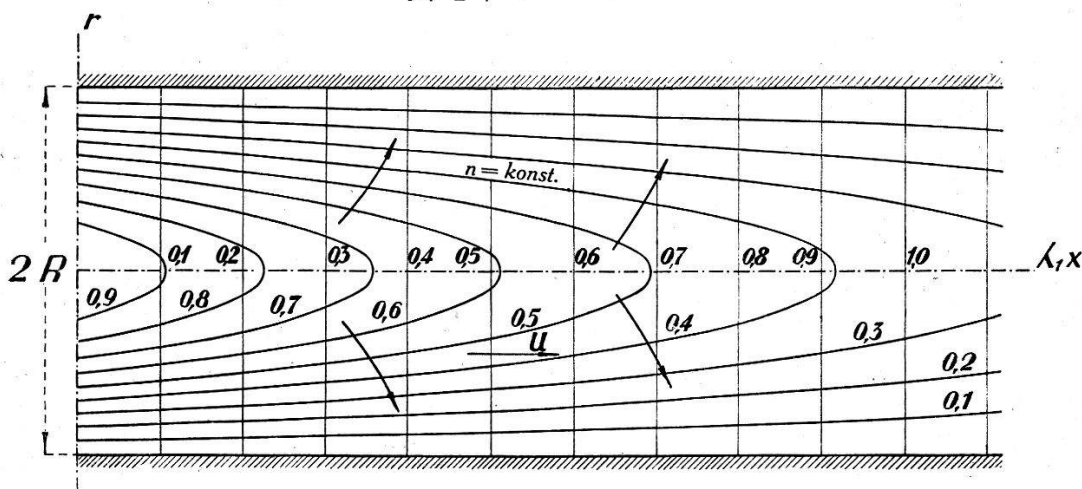


Fig. 1.

Dimension der Ionen und Schwächungskoeffizient.

Wenn die Ladungsträger aus Molekülen des neutralen Gases zusammengesetzt sind, so lässt sich ihre freie Weglänge in diesem Gas wie folgt angeben:

$$l = \frac{1}{\nu \pi \left(\frac{\sigma'}{2}\right)^2 \left(1 + \sqrt[3]{\frac{m}{m'}}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{m}{m'}}} \quad (5)$$

Als einzige Unbekannte tritt die Gesamtmasse m auf, da Durchmesser σ' und Masse m' der Einzelmoleküle bekannt sind, während ihre Anzahl ν pro Volumeneinheit aus den herrschenden Versuchsbedingungen errechnet wird.

In der folgenden Tabelle sind die λ_1 -Werte für einige verschiedenen aufgebaute Ladungsträger in Luft angegeben. Die Berechnung erfolgte mit Hilfe der Formeln (4) und (5), wobei die Durchflussmenge zu $1000 \text{ cm}^3/\text{sec}$, der Druck zu 711 mm Hg und die Temperatur zu $19,5^\circ \text{ C}$ festgesetzt sind.

Ionenaufbau	Freie Weglänge $l \cdot 10^6 \text{ cm}$	Diffusionskoeffizient D	Schwächungskoeffizient $\lambda_1 \cdot 10^3$
1 Luftmolekül . .	6,85	0,106	1,92
2 Luftmoleküle .	4,38	0,0477	0,867
3 Luftmoleküle .	3,25	0,0239	0,526
2 O ₂	4,38	0,0453	0,825
2 N ₂	4,37	0,0483	0,878
2 H ₂ O	4,00	0,0552	1,004
H ₂ O + O ₂	4,05	0,0473	0,862
CO ₂	4,83	0,0603	1,096

B. Experimenteller Teil.

Versuchsaufbau.

Die Formel (3) zeigt, dass der Schwächungskoeffizient λ_1 aus Messungen des Ionenflusses Q in verschiedenen Abständen vom Rohranfang abgeleitet werden kann. Hierzu dient der in Fig. 2 dargestellte geschlossene Luftkreislauf, welcher folgende wesentliche Teile aufweist:

Eine Ionisierungskammer mit anschliessender Ionentrennvorrichtung mittels elektrischer Felder,

das metallische Rohr von veränderlichem Durchmesser und abgestufter Länge, in welchem der Ionenverlust studiert wird,

eine Vorrichtung zur Messung des Ionenflusses, auf einem Wagen montiert, bestehend aus Zylinderkondensator, Einfaderelektrometer und Piezoquarz,

einen Gasmesser zur Bestimmung der Durchflussmenge,

ein Zentrifugalgebläse,

ein Aspirationspsychrometer vom Typ Assmann zur Messung der Gasfeuchtigkeit

und einen Trockenturm zur Regelung der Feuchtigkeit.

Der Ionenverlust wurde in Aluminiumrohren von 1,5, 3, 4,8 und 7,6 cm Innendurchmesser gemessen, deren Länge zwischen 0 und 350 cm geändert werden konnte.

Rechnung und Rauchfadenversuch zeigen übereinstimmend, dass bei der konstanten Gasmenge von $1000 \text{ cm}^3/\text{sec}$ die Strömung in den 7,6 und 4,8 cm-Rohren laminar ist. Beim 3 cm-Rohr fällt sie ins Umschlagsgebiet, während im 1,5 cm-Rohr Turbulenz herrscht.

Der Trockenturm erlaubt je nach Beschickung mit P_2O_5 , CaCl_2 oder H_2O relative Feuchtigkeiten zwischen 24 und nahezu 100% einzuhalten.

Druck, Temperatur, Feuchtigkeit und der geringe Druckabfall im Messrohr wurden regelmässig beobachtet.

Herstellung einer konstanten unipolaren Strömung.

Wir haben verschiedene Typen von Ionisationskammern studiert; eine davon wurde bereits an dieser Stelle beschrieben (G. JOYET⁸). Die Konstanz des Ionenflusses wird durch Verwendung eines Radiumpräparates im radioaktiven Gleichgewicht gesichert. Die Ionisierung ist hauptsächlich auf die β -Strahlen zurück-

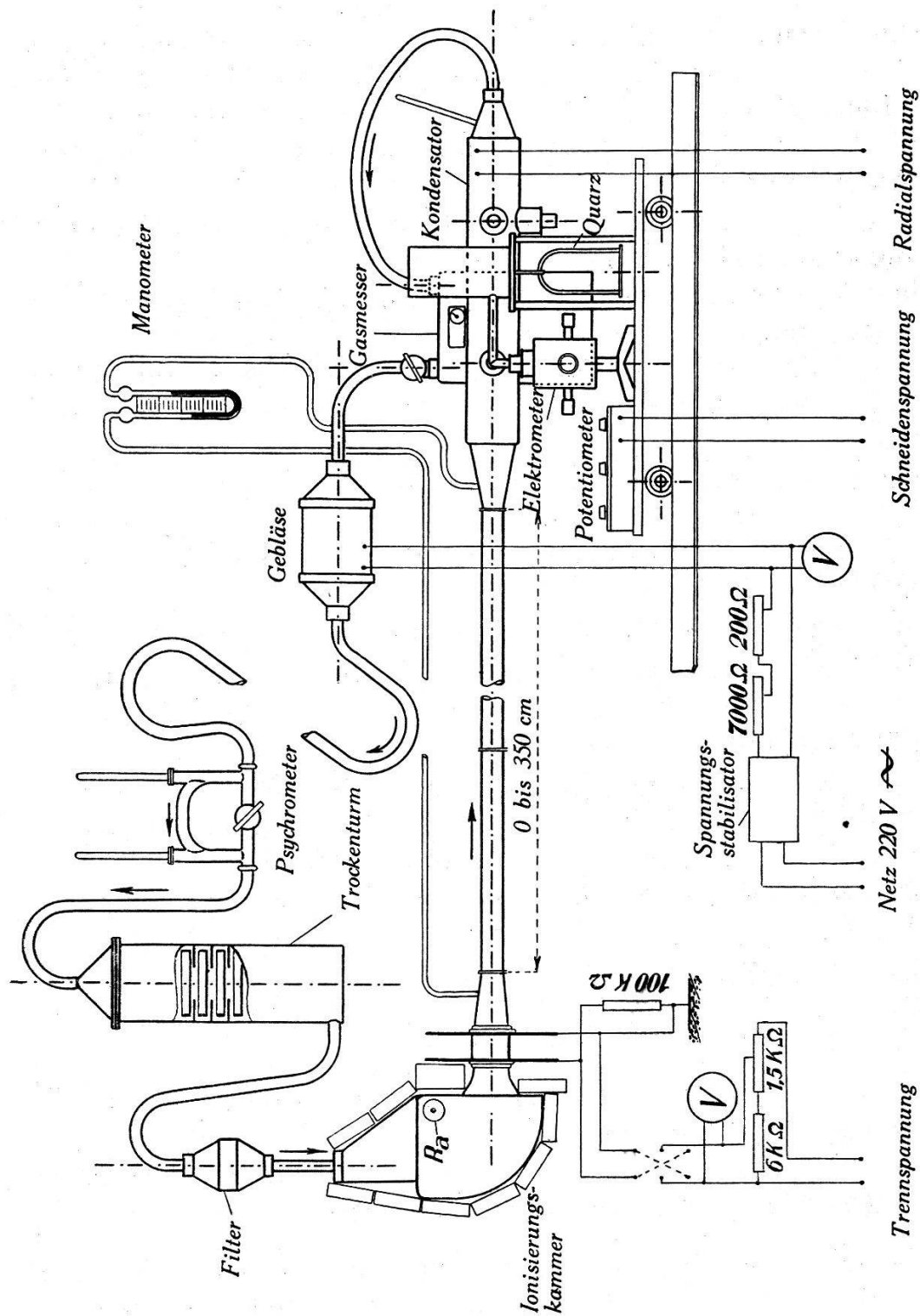


Fig. 2.

zuführen; ihre Intensität kann mittels einer Blende aus Blei veränderlicher Dicke reguliert werden. Die spezielle Form der Kammer in Verbindung mit der fächerförmigen Abschirmung verhindert die Bildung störender Ionenpaare in der Unipolarströmung durch γ - oder sekundäre β -Strahlen.

Das elektrische Trennfeld ist sehr nahe am Ausgang der Kammer angeordnet, um die Dauer der bipolaren Gasströmung und damit die Rekombination gering zu halten.

Durch geeignete Potentialverteilung muss verhindert werden, dass die Unipolarströmung durch äussere Felder gestört wird. Das Rohr, in welchem die Ionen verschwinden, ist geerdet, während die Ionisierungskammer an Spannung liegt. Das Trennfeld bildet sich zwischen zwei Paralleldrahtgittern aus, die sich am Anfang bzw. Ende der oben genannten Bauteile befinden. Der Trennungsgrad in Abhängigkeit von Spannung und Gitterdimensionen wurde experimentell bestimmt.

Messmethode.

Wir haben die Strömungsmethode von Zeleny angewandt. Das Gas strömt axial durch einen Zylinderkondensator, wobei die Ionen unter der Wirkung des angelegten radialen Feldes an die innere Elektrode gelangen. Wir verwandten die Ladungsmethode, weil diese am empfindlichsten ist. Die innere Elektrode wird dabei mit

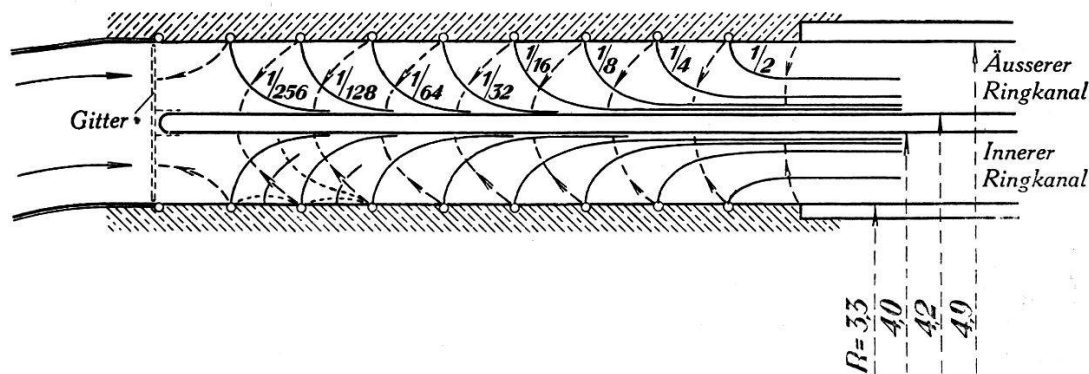


Fig. 3.

einem Fadenelektrometer nach Wulf und einem Piëzoquarz verbunden. Die aufgenommene Ladung wird durch eine entgegengesetzte kompensiert, welche erzeugt wird durch Änderung der mechanischen Spannung des Quarzes.

Bei der Konstruktion dieses Apparates wurden die Erfahrungen verschiedener Autoren verwertet (W. F. G. SWANN⁹), O. H. GISH⁹), H. TH. GRAZIADEI¹⁰) und besonders H. ISRAEL¹¹)).

Das Gas strömt laminar durch zwei konzentrische Kanäle von 60 cm Länge (Fig. 3). Bei einer Gasmenge von 250 cm³/sec genügt

ein Potentialunterschied von 500 Volt zur Erfassung aller Ionen mit Beweglichkeiten grösser als $10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \text{ V}^{-1}$.

Will man gleichzeitig leichte und schwere Ionen erfassen, so ist dem ablenkenden Streufeld am Eintritt zum Messkondensator besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Die Anordnung von SWANN, die sich für leichte Ionen eignet, schien uns nicht mehr zu genügen bei so hohen Feldern, wie sie die schweren Ionen verlangen.

Wir beseitigten das Gegenfeld durch ein System von leitenden konzentrischen Ringen, wobei jeder auf das doppelte Potential des vorangehenden gebracht wird, bis die volle Ablenkspannung erreicht ist. Die Ringe werden über ein Potentiometer von dieser Spannung gespiesen. Der erzielte Feldverlauf ist in Fig. 3 skizziert. Die Auffangelektrode ist überdies an der Eintrittsseite mit einem feinmaschigen Metallgitter versehen.

Die Auffangspannung muss mit grösster Sorgfalt konstant gehalten werden ; Variationen von einigen mV machen sich schon als Nullpunktverlagerung des Elektrometerfadens bemerkbar. Entsprechendes gilt für die Schneidenspannung des Elektrometers.

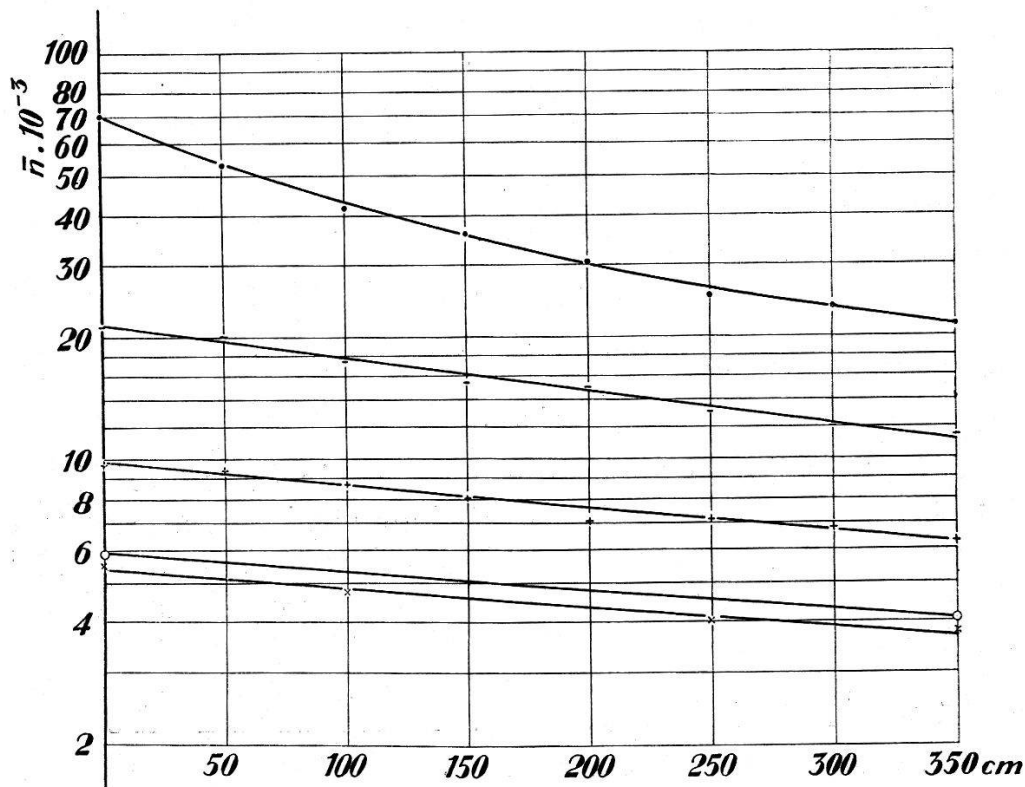


Fig. 4.

Experimentelle Resultate.

Anfänglich wurden die Diffusionsmessungen bei hohen Dichten von 2 bis $7 \cdot 10^4$ Ionen/cm³ ausgeführt. Die dabei erhaltenen Schwä-

chungskoeffizienten sind bedeutungslos, weil die Raumladungskräfte zu gross sind. Ihr Einfluss steigt mit der Ionendichte und mit der Verweilzeit der Ionen im Messrohr, während die Gasdiffusion von beiden Grössen unabhängig ist. Diese Bemerkung führt auf zwei Extrapolationsmethoden zur Gewinnung des Schwächungskoeffizienten bei reiner Gasdiffusion: Entweder abnehmende Ionendichte oder abnehmender Rohrquerschnitt.

Für leichte positive Ionen ist in Fig. 4 der Ionenfluss in Abhängigkeit von der Rohrlänge dargestellt. Als Ordinate ist der Logarithmus der Ionendichte n aufgetragen. Mit sinkender Anfangsdichte strecken sich die Kurven zu Geraden, deren Neigungswinkel den Schwächungskoeffizienten angibt.

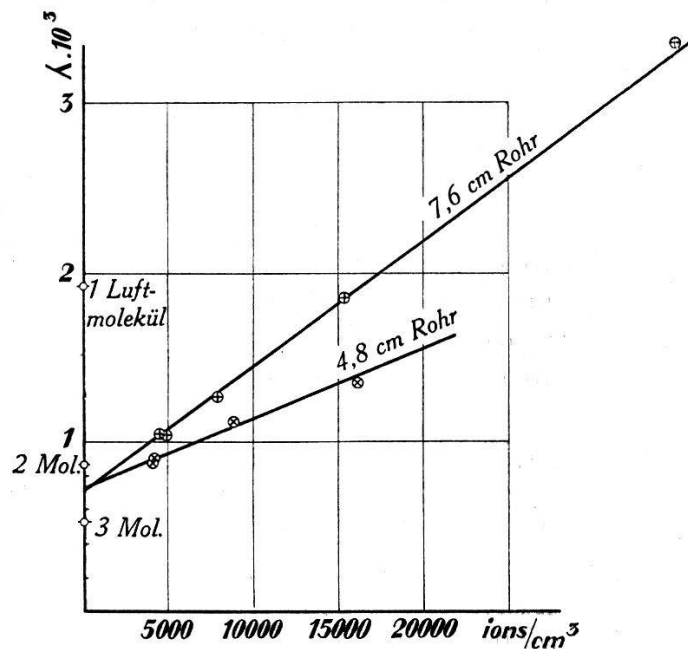


Fig. 5.

In Fig. 5 ist die Extrapolation auf verschwindende Dichte für zwei Rohrdurchmesser durchgeführt. Der Ordinatenabschnitt der Geraden ergibt den gesuchten Wert. Die Extrapolation auf Rohrdurchmesser null führt innerhalb der Fehlergrenzen auf dasselbe Resultat, nämlich

$$\lambda_+ = (0,8 \pm 0,15) \cdot 10^{-3} \quad \lambda_- = (1,0 \pm 0,15) \cdot 10^{-3}$$

bei 711 mm Hg mittlerem Druck, 19,5° C und der Gasmenge 1000 cm³/sec.

Wie die Beweglichkeit ist auch die Diffusion verschieden für Ionen beider Vorzeichen; das negative Ion diffundiert schneller. Vergleicht man nun die erhaltenen Werte mit den theoretisch berechneten, so ergibt sich folgendes:

Das positive leichte Ion ist aus 2 bis 3 Luftmolekülen aufgebaut; der Wert ist näher bei 2.

Das negative leichte Ion hat die Dimension von zwei Wasser- oder Sauerstoffmolekülen, oder auch von einem Komplex aus einem Wasser- und einem Sauerstoffmolekül.

Durch Verfeinerung der Messungen sollte es möglich sein, zu entscheiden, ob die Molekülkomplexe dauerhaft sind, oder durch Stöße ständig zerstört und neugebildet werden.

Bei turbulenter Strömung erhöhen sich die λ -Werte auf das 5–6fache gegenüber dem laminaren Fall. Darauf liesse sich eine neue experimentelle Methode zur Unterscheidung der beiden Strömungsformen aufbauen.

Den Herren Dr. P. MERCIER, Proff. A. PERRIER, A. ROSSELET und G. DE RHAM möchten wir für ihre Hilfe und das stete Interesse an dieser Arbeit unsern Dank aussprechen.

Lausanne, Centre anticancéreux romand.

Bibliographie.

- 1) P. LANGEVIN: Ann. de Chim. et de Phys. **5**, 245, 1905.
- 2) P. LENARD: Ann. d. Phys. **60**, 329–380, 1919; **61**, 665–741, 1920.
- 3) M. LAPORTE: J. de Phys. et Rad., VIII **3**, 235, 1927; Ann. de Phys. X, 7–8, 466–554, 1927.
- 4) H. A. ERIKSON: Phys. Rev. **34**, 635–643, 1929.
- 5) H. SCHILLING: Ann. d. Phys. **83**, 23–79, 1927.
- 6) L. B. LOEB: Ann. d. Phys. **84**, 689, 1927.
- 7) J.-H. JEANS: Théorie dynamique des gaz. Trad. A. Clerc (A. Blanchard, Paris 1925).
- 8) G. JOYET: H.P.A. XIII, **5**, 339–342, 1940; XV, **4**, 338–339, 1942.
- 9) O. H. GISH: Gerlands Beitr. z. Geoph. **35**, 1–5, 1932.
- 10) H. TH. GRAZIADEI: Phys. Zeitsch. XXXIV, 82–88, 1933.
- 11) H. ISRAËL: Gerlands Beitr. z. Geoph. **31**, 173–216, 1931; **40**, 29–43, 1933.

Anmerkung.

Ein Jahr nach Beendigung dieser Arbeit wurden wir darauf aufmerksam gemacht, dass J. S. TOWNSEND*) dieses Diffusionsproblem bearbeitet hat. Unter Vernachlässigung der axialen Diffusion erhält er die folgende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{2\bar{u}}{D h^2} (R^2 - r^2) \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

wobei eine parabolische Geschwindigkeitsverteilung mit der mittleren Geschwin-

*) J. J. THOMSON, Conduction of electricity through gases, 1906, p. 30.

digkeit \bar{u} vorausgesetzt wird. Durch Reihenentwicklung, ohne Verwendung Besselscher Funktionen, gelangt er zur Näherungslösung:

$$\frac{Q}{Q_0} = 4 \left\{ 0,1952 e^{-\frac{7,313 Dx}{2 R^2 \bar{u}}} + 0,0243 e^{-\frac{44,56 Dx}{2 R^2 \bar{u}}} + \dots \right\}$$

für das Verhältnis der Ionenflüsse bei den Abszissen x und O . Diese Lösung ist analytisch ziemlich verschieden von der unseren, weil die Ionisierung am Rohranfang nicht gleich angenommen wird. TOWNSEND führte seine Versuche mit bipolarer Strömung durch. Durch Verwendung enger und kurzer Rohre (0,3 cm Durchmesser, 1 und 10 cm lang) wird die Rekombination vernachlässigbar klein gehalten. Statt nach dem Schwächungskoeffizienten λ wird nach dem Diffusionskoeffizienten D gefragt. Unsere Werte liegen um etwa 25% höher. In Anbetracht der verschiedenen Rechen- und Messmethoden ist die Übereinstimmung befriedigend.

In der ungekürzten Dissertation befassen wir uns eingehender mit dieser Arbeit.