La self-énergie de l'électron dans un champ électromagnétique extérieur

Autor(en): **Géhéniau, J. / Villars, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **23 (1950)**

Heft I-II

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-112103

La self-énergie de l'électron dans un champ électromagnétique extérieur

J. Géhéniau, Université libre de Bruxelles, Centre de Physique Nucléaire et
F. Villars, Institut de Physique, Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich.

(1. X. 1949.)

La méthode développée par SCHWINGER pour calculer la self-énergie de l'électron libre peut être étendue au cas d'une particule électrisée dans un champ électromagnétique, en utilisant des fonctions $\overline{S}\,(x, x')$ et $S^{(1)}\,(x, x')$ qui tiennent compte de ce champ extérieur. La self-énergie de l'électron dans un champ extérieur diffère de celle de l'électron libre par des termes qui dépendent de ce champ extérieur. Dans le cas d'un champ constant, les termes linéaires définissent un moment magnétique intrinsèque de l'électron. Aucun terme décrivant une renormalisation de la charge n'apparaît alors. Ceci soutient la thèse que la seule renormalisation de la charge est celle introduite par la polarisation du vide.

Ce résultat permet de définir l'anomalie $\delta\mu$ du moment intrinsèque par

$$\delta\,\mu = -\left.\frac{\partial\, E_{\text{self}}}{\partial\, H_{\text{ext}}}\right|_{H=0}$$

en étroite analogie avec la définition générale du moment magnétique.

Les termes quadratiques définiraient une polarisabilité de l'électron. Mais nous utiliserons ci-dessous les fonctions $\overline{S}\,(x, x')$ et $S^{(1)}$ (x, x') seulement dans une approximation linéaire par rapport au champ extérieur.

La méthode s'étend naturellement au cas des nucléons. Nous traitons brièvement le cas du proton par la théorie du méson pseudoscalaire.

1. *Les fonctions* $S, \overline{S}$ *et* $S^{(1)}$ [1]. La matrice $S\,(x, x')$ est déterminée par le fait qu'elle doit satisfaire aux équations de DIRAC

$$(\gamma_\mu d_\mu + \varkappa_0)\, S\,(x, x') = 0 \qquad (1)$$

$$d_\mu = \partial_\mu - i\, e\, A_\mu \qquad\qquad \partial_\mu = \frac{\partial}{\partial\, x_\mu}$$

et aux mêmes conditions initiales (pour $t = t'$) que la fonction S $(x-x')$ (1). On peut exprimer $S\,(x, x')$ à l'aide d'une matrice Δ (x, x') de la manière suivante:

$$S\,(x, x') = (\gamma_\mu d_\mu - \varkappa_0)\,\Delta\,(x, x') \tag{2}$$

Cette matrice Δ doit vérifier le système d'équations du second ordre de Dirac

$$(d_\alpha d_\alpha - \varkappa_0^2 + e\,M)\,\Delta\,(x, x') = 0 \tag{3}$$

$$M = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} \qquad \sigma_{\mu\nu} = -i\gamma_\mu\gamma_\nu \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{4}$$

et les mêmes conditions initiales que $\Delta\,(x-x')$. Pour un champ électromagnétique constant,

$$\Delta\,(x, x') = \left[\Delta\,(x-x') - \frac{\partial\,\Delta\,(x-x')}{\partial\,\varkappa_0^2}\,e\,M\right] \exp\left(i\int_{x'}^{x} A''\,d\,x''\right) \tag{5}$$

à des termes quadratiques près par rapport au champ extérieur. On peut évidemment, à cette approximation, remplacer l'exponentielle par

$$1 + i\,e\int_{x'}^{x} A''\,d\,x''$$

et écrire

$$\Delta\,(x, x') = \Delta\,(x-x')\left[1 + i\,e\int_{x'}^{x} A''\,d\,x''\right] - \frac{\partial\,\Delta\,(x-x')}{\partial\,\varkappa_0^2}\,e\,M\,. \tag{5'}$$

Mais il convient de laisser l'exponentielle pour faire apparaître l'invariance de jauge.

Portons (5) dans (2). Il vient

$$S\,(x, x')\cdot\exp\left(i\,e\int_{x}^{x'} A''\,d\,x''\right) =$$

$$(\gamma_\mu\,\partial_\mu - \varkappa_0)\left[\Delta(x-x') - \frac{\partial\,\Delta\,(x-x')}{\partial\,\varkappa_0^2}\,e\,M\right] + i\frac{e}{2}\Delta(x-x')\,F_{\alpha\beta}\gamma_\alpha(x_\beta - x'_\beta) \tag{6}$$

[1]) Les notations non expliquées ici sont celles des notes de Schwinger, Phys. Rev. **74,** 1439 (1948) et **75,** 651 (1949) que nous désignerons par S I et S II. Pour les fonctions modifiées par le champ extérieur, nous écrivons simplement $S\,(x, x')$ au lieu de $S\,(x-x')$, $\Delta\,(x, x')$ au lieu de $\Delta\,(x-x')$, etc.

Nous aurons besoin de

$$\overline{\Delta}(x, x') = -\frac{1}{2}\,\varepsilon(x, x')\,\Delta(x, x')$$

$$= \left[\overline{\Delta}(\lambda) - \frac{\partial \overline{\Delta}(\lambda)}{\partial \varkappa_0^2}\, e M\right] \exp\, i e \int_{x'}^{x} A''\, d x'' \tag{7}$$

$$(\lambda = \xi_\mu \xi_\mu \qquad \xi = x' - x)$$

et de

$$\overline{S}(x, x') = (\gamma_\mu d_\mu - \varkappa_0)\,\overline{\Delta}(x, x') \tag{8}$$

ou

$$\overline{S}(x, x') \cdot \exp\left(i e \int_{x}^{x'} A''\, d x''\right) =$$

$$(\gamma_\mu \partial_\mu - \varkappa_0)\left[\overline{\Delta}(\lambda) - \frac{\partial \overline{\Delta}}{\partial \varkappa_0^2}\, e M\right] + \frac{i e}{2}\,\overline{\Delta}(\lambda) F_{\alpha\beta} \gamma_\alpha (x_\beta - x'_\beta)\,. \tag{9}$$

La fonction $\Delta^{(1)}(x, x')$ sera de même définie par

$$\Delta^{(1)}(x, x') = \left[\Delta^{(1)}(\lambda) - \frac{\partial \Delta^{(1)}(\lambda)}{\partial \varkappa_0^2}\, e M\right] \exp\left(i e \int_{x'}^{x} A''\, d x''\right) \tag{10}$$

et enfin

$$S^{(1)}(x, x') = (\gamma_\mu d_\mu - \varkappa_0)\,\Delta^{(1)}(x, x') \tag{11}$$

ou

$$S^{(1)}(x, x') \;\exp\left(i e \int_{x}^{x'} A''\, d x''\right) =$$

$$(\gamma_\mu \partial_\mu - \varkappa_0)\left[\Delta^{(1)}(\lambda) - \frac{\partial \Delta^{(1)}(\lambda)}{\partial \varkappa_0^2}\, e M\right] + \frac{i e}{2}\,\Delta^{(1)}(\lambda)\, F_{\alpha\beta} \gamma_\alpha (x_\beta - x'_\beta). \tag{12}$$

2. *Self-énergie.* Les transformations qui conduisent à l'expression

$$h_s(x) = -\frac{e^2}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} d^4\xi \{\overline{\psi}(x+\xi)\,\gamma_\alpha [\overline{D}(\lambda)\, S^{(1)}(x+\xi, x) + D^{(1)}(\lambda)\,\overline{S}$$

$$(x+\xi, x)]\,\gamma_\alpha\, \psi(x) + \text{c. c.}\} \tag{13}$$

de la densité de self-énergie de l'électron sont les mêmes qu'en l'absence de champ extérieur (Schwinger S II, § 3[1]). L'apparition de

[1]) Dans le cas d'un champ extérieur non homogène des termes supplémentaires apparaissent, dus au fait que la valeur moyenne du courant pour le vide n'est plus nul, et décrivant ainsi les effets de la polarisation du vide par le champ extérieur. Mais, puisque les sources d'un champ homogène peuvent être placées en dehors du domaine en considération, aucun phénomène de polarisation n'apparaît dans notre cas, comme on le vérifie d'ailleurs facilement à l'aide de (12).

la fonction $S^{(1)}(x, x')$ provient de ce que les valeurs moyennes d'expressions telles que

$$\psi(x)\,\bar{\psi}(x')$$

pour le vide (pas d'électron, pas de photon), sont évaluées dans le vide modifié par le champ électromagnétique extérieur, tandis que $\bar{S}(x, x')$ est introduit par l'anticommutateur $\{\psi(x), \bar{\psi}(x')\}$.

En vertu de (9) et (12), et en posant

$$\Gamma(\xi) = \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial \xi_\mu} - \varkappa_0 ,$$

(13) est la somme de

$$\mathrm{I} = -\frac{e^2}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} d^4\xi \left\{ \bar{\psi}(x+\xi)\,\gamma_\alpha [\bar{D}(\lambda)\,\Gamma(\xi)\,\Delta^{(1)}(\lambda) + D^{(1)}(\lambda)\,\Gamma(\xi)\,\bar{\Delta}(\lambda)]\,\gamma_\alpha \right.$$
$$\left. \psi(x)\cdot \exp\left(ie\int_x^{x+\xi} A''\,dx''\right) + \mathrm{c.\,c.}\right\} \tag{14}$$

$$\mathrm{II} = \frac{e^3}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} d^4\xi \left\{ \bar{\psi}(x+\xi)\,\gamma_\alpha \left[\bar{D}(\lambda)\,\Gamma(\xi)\frac{\partial \Delta^{(1)}}{\partial \varkappa_0^2} + D^{(1)}(\lambda)\,\Gamma(\xi)\frac{\partial \bar{\Delta}}{\partial \varkappa_0^2}\right]\right.$$
$$\left. M\,\gamma_\alpha\,\psi(x) + \mathrm{c.\,c.}\right\} \tag{15}$$

$$\mathrm{III} = \frac{e^3}{8} F_{\mu\nu}\, i \int_{-\infty}^{+\infty} d^4\xi \{\bar{\psi}(x+\xi)\,\gamma_\alpha [\bar{D}(\lambda)\,\Delta^{(1)}(\lambda) + D^{(1)}(\lambda)\,\bar{\Delta}(\lambda)]$$
$$\gamma_\mu\,\gamma_\alpha\,\xi_\nu\,\psi(x) + \mathrm{c.\,c.}\} \tag{16}$$

3. *Calcul des intégrales I, II, III dans l'espace d'impulsion.* D'une manière générale, une fonction $f(x)$ et son inverse de Fourier $f(k)$ seront liées par

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k\, e^{ikx} f(k) .$$

L'intégrale I possède l'invariance de jauge. En choisissant

$$A_\mu(x) = \frac{1}{2}\, x_\nu F_{\nu\mu} \qquad F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu} = \text{constantes}$$

on a

$$\int_x^{x+\xi} A''\,dx'' = A_\mu(x)\,\xi_\mu .$$

Dans l'espace d'impulsion, I donne alors, en n'écrivant qu'une composante de Fourier $u\,(q)\,\exp\,(-\,i\,q\,x)$ de $\bar{\psi}\,(x)$

$$I_q = \frac{e^2}{2\,(2\,\pi)^4} \int d^4 k \{ \bar{u}\,(q)\, e^{-iqx} [\bar{D}\,(k)\, \Delta^{(1)}\,(k - \underline{q}) + D^{(1)}\,(k)\, \bar{\Delta}\,(k - \underline{q})] \cdot$$
$$\cdot [-i\gamma\,(k - \underline{q}) + 2\,\varkappa_0]\, \psi\,(x) + \text{c. c.}\}$$

où

$$\underline{q} = q - e\,A\,(x)$$

Or

$$\bar{D}(k)\, \Delta^{(1)}(k - q) + D^{(1)}(k)\, \bar{\Delta}\,(k - q) = 2\,r \left(\frac{\delta[(k-q)^2 + \varkappa_0^2]}{k^2} + \frac{\delta\,(k^2)}{(k-q)^2 + \varkappa_0^2} \right)$$
$$= -\,2 r \int_0^1 d\,v\; \delta'\,[k^2 + v\,(q^2 + \varkappa_0^2 - 2\,k\,q)]\,.$$

Introduisons cette expression dans I_q et effectuons le changement de variables

$$k' = k - v\,\underline{q}\,.$$

Il vient ainsi, en écrivant k au lieu de k',

$$I_q = \frac{-\,e^2}{2\,(2\pi)^3} \int d^4 k \int_0^1 d\,v \{ \bar{u}\,(q)\, e^{-iqx}\, \delta'\,(k^2 + \varkappa_0^2 v^2 + \varepsilon)\,.$$
$$[-i\gamma\,\underline{q}\,(v - 1) + 2\,\varkappa_0]\, \psi\,(x) + \text{c. c.}\}$$

où

$$\varepsilon = (v - v^2)\ \ (q^2 + \varkappa_0^2)\,.$$

Permutons les intégrations et effectuons l'intégration sur k_0. Nous obtenons

$$I_q = \frac{e^2}{2\,(2\,\pi)^2} \int_0^1 d\,v \left\{ [-i\gamma\,\underline{q}\,(v - 1) + 2\,\varkappa_0]\, \bar{u}\,(q)\, e^{-iqx}\,. \right.$$
$$\left. \int_0^\infty \frac{k^2\,d\,k}{(k^2 + \varkappa_0^2\,v^2 + \varepsilon)^{\frac{3}{2}}}\, \psi\,(x) + \text{c. c.} \right\}.$$

Développée suivant les puissances de ε, I_q devient, en se limitant au terme linéaire en ε,

$$I_q = \frac{e^2}{2\,(2\,\pi)^2} \int_0^1 d\,v \left\{ [i\gamma\,\underline{q}\,(1 - v) + 2\,\varkappa_0]\, \bar{u}\, e^{-iqx} \int_0^\infty \frac{k^2\,d\,k}{(k^2 + \varkappa_0^2\,v^2)^{\frac{3}{2}}}\, \psi\,(x) + \text{c. c.} \right\}$$
$$-\,\frac{e^2}{2\,(2\,\pi)^2}\,\frac{3}{2} \int_0^1 d\,v \left\{ [i\gamma\,\underline{q}\,(1 - v) + 2\,\varkappa_0]\, \bar{u}\, e^{-iqx}\, v\,(1 - v)\,(q^2 + \varkappa_0^2)\,. \right.$$
$$\left. \int_0^\infty \frac{k^2\,d\,k}{(k^2 + \varkappa_0^2\,v^2)^{\frac{5}{2}}}\, \psi\,(x) + \text{c. c.} \right\}.$$

La première ligne donne pour I le terme de masse (infini logarithmique)

$$\varkappa_0 \frac{3\, e^2}{2\,(2\,\pi)^2} \int\limits_0^\infty \frac{x^2\, d\,x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}\,.$$

En tenant compte de ce que $\psi(x)$ satisfait aux équations de Dirac en présence du champ extérieur, la seconde ligne donne pour I la somme d'un terme de Pauli:

$$-\frac{e}{4\,\varkappa_0}\,\frac{e^2}{4\,\pi^2}\,\overline{\psi}\, M\,\psi \cdot 2 \int\limits_0^1 \frac{d\,v}{v}\,(1-v^2) \tag{17}$$

et d'un terme de la forme

$$\frac{\partial\, K_\mu}{\partial\, x_\mu} \tag{18}$$

dont la contribution à la self-énergie est nulle.

Pour l'intégrale II, on a d'abord

$$II_q = \frac{e^3}{4\,(2\,\pi)^4} \int d^4 k \left\{ \overline{u}\,(q)\, e^{-i\,q\,x} \left[\overline{D}\,(k)\, \frac{\partial\, \Delta^{(1)}\,(k-q)}{\partial\, \varkappa_0^2} + D^{(1)}\,(k)\, \frac{\partial\, \overline{\Delta}\,(k-q)}{\partial\, \varkappa_0^2} \right] \right.$$
$$\left. \gamma_\alpha\, [i\,\gamma\,(q-k) - \varkappa_0]\, M\, \gamma_\alpha\, \psi\,(x) + \text{c. c.} \right\}.$$

Grâce aux relations

$$M\,\gamma_\alpha = \gamma_\alpha\, M + 2\, i\, F_{\alpha\beta}\, \gamma_\beta$$
$$\gamma_\alpha\,(i\,\gamma\, p - \varkappa_0)\,\gamma_\alpha = -2\,(i\,\gamma\, p + 2\,\varkappa_0)$$

et en utilisant les équations de Dirac en l'absence de champ

$$\overline{u}\,(q)\; i\,\gamma\, q = -\,\varkappa_0\,\overline{u}\,(q)$$

il vient

$$\overline{u}\,(q)\,\gamma^\alpha\,[i\,\gamma\,(q-k) - \varkappa_0]\, M\,\gamma_\alpha =$$
$$-2\,\overline{u}\,(q)\,(i\,\gamma\, k + \varkappa_0)\, M - 4\, F_{\alpha\beta}\,(q_\alpha - k_\alpha)\,\overline{u}\,(q)\,\gamma_\beta\,.$$

Le second terme du second membre fournit à nouveau une contribution du type (18). Il reste ainsi le terme de Pauli

$$-\frac{e^3}{2\,(2\,\pi)^4} \int d^4 k \left\{ \overline{u}\,(q)\, e^{-i\,q\,x} \left[\overline{D}\,(k)\, \frac{\partial\, \Delta^{(1)}\,(k-q)}{\partial\, \varkappa_0^2} + D^{(1)}\,(k)\, \frac{\partial\, \overline{\Delta}\,(k-q)}{\partial\, \varkappa_0^2} \right] \cdot \right.$$
$$\left. (i\,\gamma\, k + \varkappa_0)\, M\,\psi + \text{c. c.} \right\}.$$

Ceci se transforme en utilisant la relation

$$\overline{D}(k)\frac{\partial \Delta^{(1)}}{\partial \varkappa_0^2} + \Delta^{(1)}(k)\frac{\partial \overline{\Delta}}{\partial \varkappa_0^2} = -2\pi \int_0^1 d v\, v\, \delta''(k^2 - 2\, k\, q\, v)$$

et fournit le terme de Pauli

$$-\frac{e}{4\varkappa_0}\frac{e^2}{4\pi^2}\overline{\psi}\, M\, \psi \cdot 2 \int_0^1 \frac{d v}{v}(v-1)\,. \tag{19}$$

Il est facile de voir que III a la forme d'une divergence analogue à (18) et peut donc être laissée de côté.

Il reste donc, abstraction faite du terme de masse et des divergences (18),

$$h_s(x) = -\frac{e}{4\varkappa_0}\frac{e^2}{4\pi^2}\overline{\psi}\, M\, \psi \cdot 2 \int_0^1 d v (1-v)$$

ou

$$h_s(x) = -\frac{e}{4\varkappa_0}\frac{e^2}{4\pi^2}\overline{\psi}\, M\, \psi$$

ce qui est bien l'expression obtenue par Schwinger.

Self-énergie du proton. La méthode utilisée ci-dessus est applicable au calcul de la self-énergie du nucléon et conduit à des remarques analogues. Nous nous placerons dans la théorie du méson pseudo-scalaire avec la densité d'énergie d'interaction

$$h(x) = \sqrt{8\pi}\, g\{\overline{\psi}_P \gamma^5 \psi_N \cdot \Phi + \overline{\psi}_N \gamma^5 \psi_P \cdot \Phi^*\}$$

où Φ est l'opérateur fonction d'onde du champ de mésons, ψ_P et ψ_N les opérateurs fonctions d'onde relatifs aux protons et neutrons respectivement. Par les transformations habituelles, la densité de self-énergie du proton s'écrit

$$\begin{aligned} h_s(x) = -2\pi g^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d^4\xi \{\overline{\psi}_P(x+\xi)[D^{(1)}(x+\xi, x)\, \Omega\, \overline{\Delta}(\lambda) \\ + \overline{D}(x+\xi, x)\, \Omega\, \Delta^{(1)}(\lambda)]\, \psi_P(x) + \text{c. c.}\} \end{aligned}$$

où

$$\Omega = \gamma_\nu \frac{\partial}{\partial \xi_\nu} + \varkappa_0 \qquad (\varkappa_0 = \text{masse du proton})$$

Les fonctions singulières $\overline{\Delta}$ et $\Delta^{(1)}$ se rapportent cette fois au proton et $\overline{D}$, $D^{(1)}$ au méson. A l'approximation linéaire pour le champ électromagnétique extérieur

$$\overline{D}(x+\xi, x) = \overline{D}(\lambda) \exp ie \int_x^{x+\xi} A'' \, dx''$$

$$D^{(1)}(x+\xi, x) = D^{(1)}(\lambda) \exp ie \int_x^{x+\xi} A'' \, dx''.$$

D'où

$$h_s(x) = -2\pi g^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d^4\xi \, \overline{\psi}(x+\xi) [D^{(1)}(\lambda) \, \Omega \, \overline{\Delta}(\lambda) + \overline{D}(\lambda) \, \Omega \, \Delta^{(1)}(\lambda)]$$
$$\exp ie A_\mu(x) \, \xi_\mu + \text{c. c.}$$

ou, en introduisant à nouveau les développements en intégrales de FOURIER, et en n'écrivant que la composante $\overline{u}(q) \exp(-iqx)$ de $\overline{\psi}(\varkappa)$,

$$h_s(x) = -\frac{g^2}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4k \, \overline{u} \, e^{-iqx} [\overline{D}(k) \, \Delta^{(1)}(k-\underline{q}) + D^{(1)}(k) \, \overline{\Delta}(k-\underline{q})]$$
$$\cdot \{-i\gamma(k-\underline{q}) + \varkappa_0\} \psi(x) + \text{c. c.}$$

L'expression entre crochets est égale à

$$-2r \int_0^1 dv \, \delta'(k'^2 + m^2(1-v) + v^2 \varkappa_0^2 + \varepsilon)$$

où m est la masse du méson et

$$k' = k - v\underline{q}$$
$$\varepsilon = (v - v^2)(\underline{q}^2 + \varkappa_0^2).$$

Il en résulte que

$$h_s(x) = \frac{g^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4k \, \overline{u} \, e^{-iqx} \int_0^1 dv \, \delta'(k^2 + m^2(1-v) + v^2 \varkappa_0^2 + \varepsilon)$$
$$\{i(1-v)\gamma \underline{q} + \varkappa_0\} \psi(x) + \text{c. c.}$$

Mais

$$k^2 = K^2 - k_0^2$$

Effectuons l'intégration sur k_0 et sur la direction du vecteur $\vec{K}$. Il vient ainsi

$$h_s(x) = -\frac{g^2}{2\pi} \overline{u}(q) \, e^{-iqx} \int_0^1 dv \int_0^\infty \frac{K^2 \, dK}{[K^2 + m^2(1-v) + v^2 \varkappa_0^2 + \varepsilon]^{\frac{3}{2}}}.$$
$$\{i(1-v)\gamma \underline{q} + \varkappa_0\} \psi(x) + \text{c. c.}$$

En développant à nouveau par rapport au petit terme ε, le premier terme, indépendant du champ extérieur, est une correction de la masse. Le terme linéaire en ε fournit la correction au moment magnétique. Par un raisonnement analogue à celui utilisé pour l'électron et en laissant encore tomber les divergences,

$$h_s(x) = \frac{g^2}{2\pi}\frac{3}{2} e\,\bar{\psi}\,M\,\psi\,\varkappa_0 \int_0^1 dv\,v^2(1-v)\int_0^\infty \frac{K^2\,dK}{\left[K^2+m^2(1-v)+v^2\varkappa_0^2\right]^{\frac{5}{2}}}.$$

Ces intégrales s'évaluent facilement. En intégrant sur $d^4\,q$, ce qui réintroduit $\bar{\psi}\,(x)$, et en posant $\delta = m/\varkappa_0$,

$$h_s(x) = -\frac{g^2}{\pi}\frac{e}{4\varkappa_0}\bar{\psi}\,M\,\psi\left\{\frac{1}{2}-\delta^2-\frac{\delta\,(2-4\,\delta^2+\delta^4)}{\sqrt{4-\delta^2}}\cos^{-1}\frac{\delta}{2}+\right.$$
$$\left.+\,\delta^2\,(2-\delta^2)\,\log\frac{1}{\delta}\right\}.$$

C'est exactement le résultat obtenu par LUTTINGER[1]) et CASE[2]). La même méthode fournit également le résultat de ces auteurs pour la correction au moment magnétique du neutron.

[1]) Helv. Phys. Acta **21**, Fasc. 6, 495 (1948).
[2]) Phys. Rev. **76**, 1 (1949).