

# Wirkungsprinzipien zur Feldtheorie der Materie

Autor(en): **Scherrer, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **25 (1952)**

Heft V

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-112319>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Wirkungsprinzipien zur Feldtheorie der Materie

von W. Scherrer, Bern.

(13. III. 1952.)

Der naheliegendste Versuch, Gravitation und Elektrizität formal zu vereinigen, kann auf das Wirkungsprinzip

$$\delta \int \left( R + \frac{1}{2} \kappa F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \right) \sqrt{-G} dx = 0 \quad (1)$$

basiert werden, wo  $R$  den Krümmungsskalar,  $F_{\rho\sigma}$  die Feldstärken,  $\kappa$  die Einsteinsche Gravitationskonstante und  $dx$  das Produkt der Koordinatendifferentiale bedeutet.

Dieser Ansatz liefert aber bekanntlich nur die Maxwell'schen Gleichungen für das Vakuum. Wenn man an ihm festhalten will, muss man das Elektron als echte Singularität auffassen und erhält eine unendliche Totalenergie, wie im klassischen Falle.

Gegen alle Ansätze, welche Gravitations- und Materiewirkung nur additiv vereinigen, lässt sich grundsätzlich einwenden, dass sie auch bei Abwesenheit von Materie noch Gravitationsfelder liefern.

Ich habe daher in zwei früheren Arbeiten das Wirkungsprinzip

$$\delta \int \left( R \psi^2 + 4 \omega G^{\rho\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial x_\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x_\sigma} \right) \sqrt{-G} dx = 0 \quad (2)$$

analysiert, das offenbar dem eben genannten Einwand entgeht<sup>1)</sup><sup>2)</sup>. Ein Skalarfeld habe ich gewählt, weil es mir unerlässlich scheint, bei jeder wesentlichen Abweichung von (1) zuerst die einfachste Möglichkeit zu prüfen.

Die statisch-zentralsymmetrische Lösung bringt eine Verbesserung gegenüber (1), da sich ihre Totalenergie als endlich erweist. Unbefriedigend dagegen ist, dass sie eine einparametrische Schar von Fällen verschiedener Struktur umfasst, also ein Kontinuum von Teilchen.

Der Gedanke, dass man aus diesem Kontinuum nur diejenigen Lösungen zulassen dürfe, für welche auch die Raumintegrale der

<sup>1)</sup> Über den Einfluss des metrischen Feldes auf ein skalares Materiefeld, *Helv. Phys. Acta* **22**, S. 537—551 (1949).

<sup>2)</sup> Dazu zweite Mitteilung: *Helv. Phys. Acta* **23**, S. 547—555 (1950).

Impulsdichten endlich sind, scheint mir nun nicht nur natürlich, sondern geradezu zwingend zu sein. Stellt man diese Forderung, so bleiben nur zwei punktförmige Grenzlösungen vom Diracschen Typus: Quellfeld  $\infty$ , Aussenfeld 0. Mit solchen Lösungen kann man aber keine eigentliche Feldtheorie treiben.

Überdies ist mir bei (2) der Anschluss an die Elektrodynamik nicht gelungen.

Als natürliches weiteres Ziel ergab sich daher der Versuch, die Vorteile von (1) und (2) zu vereinen durch das Prinzip

$$\delta \int (R \cdot G^{\sigma\sigma} \Phi_{\sigma} \Phi_{\sigma} + \varepsilon F_{\sigma\sigma} F^{\sigma\sigma}) \sqrt{-G} dx = 0, \quad (3)$$

wobei die  $\Phi_{\sigma}$  die zu  $F_{\sigma\sigma}$  gehörigen Potentiale bedeuten und  $\varepsilon$  aus dimensionellen Gründen eine reine Zahl sein muss.

Prinzipien vom Typus (3) bieten einen verwickelten Aspekt, so dass ich längere Zeit an der Existenz exakter Lösungen zweifelte. Näherungslösungen reichen aber zur Beurteilung der Sache nicht aus, da man zur Darstellung eines Teilchens den Totalverlauf des Feldes überblicken muss.

Erst nachdem ich aus meinem ursprünglichen Ansatz<sup>3)</sup> die kosmologische Konstante entfernt hatte, gelang mir die exakte Bestimmung einer statisch-zentralsymmetrischen Lösung. Wiederum ergab sich eine einparametrische Schar von strukturell verschiedenen Fällen mit endlicher Totalenergie.

Wenn man aber jetzt die zusätzliche Forderung endlicher Impulsintegrale stellt, bleiben nur noch ganz wenig strukturell verschiedene Fälle, die *nicht* im Diracschen Sinne entartet sind: *Zwei* im Falle  $\varepsilon > 1$  und *einer* im Falle  $0 < \varepsilon < 1$ .

Besonders interessant ist der Fall  $\varepsilon > 1$ . Man erhält zwei Teilchen, deren Energien sich verhalten wie

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\pi - \text{Ar ctg} \sqrt{\varepsilon - 1}}{\text{Ar ctg} \sqrt{\varepsilon - 1}}, \quad (4)$$

und deren Ladungen entgegengesetzt gleich sind, sofern man sie nach dem Verhalten der Potentiale im Unendlichen beurteilt.

Über das Vorzeichen der Energie und über die Massenwerte erhält man keine eindeutige Auskunft.

Wenn man die Gleichung

$$R_{\sigma}^{\sigma} - \frac{1}{2} \delta_{\sigma}^{\sigma} R = -\kappa T_{\sigma}^{\sigma}$$

<sup>3)</sup> Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern, Neue Folge, 6. Band, SC. IX (1948).

im Unendlichen mit der Poissonschen Gleichung identifizieren will, muss man  $\varkappa$  negativ wählen und erhält dann zwei positive Massen  $M_1 = E_1 c^{-2}$  und  $M_2 = E_2 c^{-2}$ .

Wenn man aber die geodätischen Bahnen im Unendlichen als Vergleichsmittel benützt, erhält man eine positive Masse  $M_1^* = M$  und eine negative Masse  $M_2^* = -M$ . Die Verhältnisse der Beträge ergeben sich aus (4) in Verbindung mit

$$\frac{M_1}{M} = \frac{\varepsilon}{2} \frac{\text{Ar ctg } \sqrt{\varepsilon - 1}}{\sqrt{\varepsilon - 1}}. \quad (5)$$

Die Frage, ob dieses Modell zur Darstellung der empirischen Verhältnisse geeignet sei, kann auf Grund der vorliegenden Ergebnisse noch nicht entschieden werden. Seine Bedeutung erblicke ich darin, dass es zeigt, wie eine mathematisch natürliche Modifikation des klassischen Ansatzes (1) die Möglichkeit einer rein feldmässigen Auszeichnung asymmetrischer diskreter Lösungen liefert.

Eine heikle Stelle, auf die meines Erachtens die Aufmerksamkeit gelenkt werden sollte, ist die Entartung des Linienelements

$$ds^2 = f^2 dx_0^2 - g^2 dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \quad (6)$$

im Quellpunkt. Diese Entartung hat nämlich fatalerweise invarianter Charakter. Immerhin ergeben die Ansätze (2) und (3) insofern eine Verbesserung gegenüber dem klassischen Falle, als für sie wenigstens  $f$  nicht verschwindet.

Wesentlich für die Durchführbarkeit dieser Ansätze ist die Tatsache, dass die Wirkungsgrössen homogen in den  $G_{\rho\sigma}$  und quadratisch homogen in den Feldgrössen sind. Es stellt sich daher die Frage, wie weit man unter diesen Bedingungen die Ansätze verallgemeinern könne, ohne die Ableitungsordnung zu erhöhen. Während (2) vermutlich schon die allgemeinste Möglichkeit darstellt, kommen für (3) folgende 5 Invarianten in Betracht:

$$\begin{aligned} H &\equiv R \Phi_\rho \Phi^\rho \\ J &\equiv R_{\rho\sigma} \Phi^\rho \Phi^\sigma \\ L &\equiv D_\rho \Phi^\sigma D_\sigma \Phi^\rho \\ M &\equiv D_\rho \Phi^\rho \cdot D_\sigma \Phi^\sigma \\ F &\equiv \frac{1}{2} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \end{aligned} \quad (7)$$

Das entsprechende Wirkungsprinzip lautet:

$$\int (H + 2 \xi J + 2 \eta L + \zeta M + 2 \varepsilon F) \sqrt{-G} dx = 0, \quad (8)$$

wobei  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  und  $\varepsilon$  reine Zahlen sind. Es besitzt im statisch-zentral-symmetrischen Falle dieselbe Lösungsstruktur wie (3), abgesehen von numerischen Verschiebungen.

Eine ausführliche Darstellung der hier skizzierten Ergebnisse wird in den Commentarii Mathematici Helvetici erscheinen.

---