Jordansche Gravitationstheorie mit neuen Feldgleichungen

Autor(en): **Ludwig, G. / Just, K.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **29 (1956)**

Heft [4]: **Supplementum 4. Fünfzig Jahre Relativitätstheorie = Cinquantenaire de la Théorie de la Relativité = Jubilee of Relativity Theory**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-112739

Jordansche Gravitationstheorie mit neuen Feldgleichungen

von G. LUDWIG und K. JUST (Berlin)

Die von JORDAN (vorstehendes Referat) besprochenen Transformationen der Metrik und des Variations-Prinzips

$$\delta \int \varkappa^{\eta} \, (\overset{4}{R} - \zeta \cdot \varkappa^{-2} \, \varkappa^{|\nu} \, \varkappa_{|\nu}) \, d\overset{4}{\Sigma} = 0 \tag{1}$$

waren nur möglich für $\eta \neq 0$. Der deshalb von JORDAN ausgeschlossene Fall $\eta = 0$ ist jedoch nach JUST [1] durch besondere Einfachheit ausgezeichnet:

1. Die *Periheldrehung* der Planeten [2] hat nur bei $\zeta + \eta = 0$ den von der Erfahrung geforderten Einsteinschen Wert.

2. Die Fälle $|\zeta| \gg \eta^2 \neq 0$, in denen die Periheldrehung annähernd die Einsteinsche ist, widersprechen dem Prinzip von DIRAC [3], nach dem alle grundlegenden Naturkonstanten von der *Größenordnung Eins* sein sollen.

3. Im Falle $\eta = 0$ läßt sich ζ so wählen ($\zeta = -\frac{1}{2}$), daß die LAGRANGE-Funktion (nach Hinzunahme des MAXWELLschen $\varkappa \, F_{\nu\mu} \, F^{\nu\mu}$) der fünfdimensionale Krümmungs-Skalar der projektiven Relativitäts-Theorie ist:

$$d \int \overset{5}{R} \, d\overset{4}{\Sigma} = 0 \, . \tag{2}$$

4. Der Ansatz (2), der *gar keinen Parameter* mehr enthält, liefert nach Einfügung einer LAGRANGE-Funktion der Materie die Feldgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} & R^{\alpha}_{\beta} + \frac{1}{2} \sigma^{|\alpha} \sigma_{|\beta} + \varkappa \left(T^{\alpha}_{\beta} - \frac{1}{2} \, T \, \delta^{\alpha}_{\beta} \right) = 0 \\ \text{und} \qquad & \sigma^{|\nu}{}_{||\nu} = \varkappa \, b \qquad \text{mit} \qquad \sigma = \ln \varkappa \, ; \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

diese sind von der einfachsten Art, die als Erweiterung der EINSTEINschen denkbar ist.

Aus (3) folgt mit dem üblichen Ansatz der Kosmologie (Metrik räumlich homogen und isotrop, Materie mit Dichte ε und Druck p ruht im System):

$$\dot{\varrho}^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\dot{\sigma}^2 + \varepsilon\varkappa\right)\varrho^2 \mp 1 \qquad \text{mit} \qquad \dot{\sigma} = \frac{\dot{\varkappa}}{\varkappa}. \tag{4}$$

Darin gilt das obere (untere) Vorzeichen für den geschlossenen (hyperbolischen) Raum vom Weltradius ϱ; und es ist

$$\varepsilon\varkappa = 3\gamma\varrho^{-3}, \qquad \dot{\sigma} = -\nu\varrho^{-3} \tag{5}$$

mit

$$\gamma = \int\frac{b}{6\varepsilon}\frac{d\varkappa}{\varkappa} - \int\frac{p}{\varepsilon}\frac{d\varrho}{\varrho}, \qquad \nu = \int\varrho^3\varkappa\, b\, dt. \tag{6}$$

Für Weltepochen, in denen der Druck p und das neuartige b (Quelle für die Änderung der Gravitationszahl $\varkappa$) zu vernachlässigen sind, dürfen wir γ und ν als *konstant* ansehen. Beschränkt man sich ferner auf Epochen, in denen das letzte Glied von (4) noch bedeutungslos ist (andernfalls ist die Rechnung nicht wesentlich schwerer, nur das Ergebnis weniger übersichtlich), dann folgt [4]:

$$\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^3 = \left(1+\frac{\tau}{t}\right)\left(\frac{t}{t_0}\right)^2 \tag{7}$$

und

$$\varkappa = \varkappa_0\left(1+\frac{\tau}{t}\right)^n \qquad \text{mit} \qquad n = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1{,}15\,. \tag{8}$$

Falls die heutige Weltepoche im Geltungsbereich dieser Näherung liegt, sind t_0 und ϱ_0 die heutigen Werte von Weltalter und -radius (aus der Erfahrung ist t_0 gut, ϱ_0 noch gar nicht bekannt); und für die *Zeitkonstante* τ dürfen wir annehmen:

$$\frac{1}{100}t_0 < \tau < \frac{1}{10}t_0\,. \tag{9}$$

Hierin folgte die obere Schranke aus Betrachtungen von Teller [5] über die *Möglichkeit organischen Lebens* (die Temperatur der Erdoberfläche verhält sich etwa wie $\varkappa^2$); die untere Schranke ist nötig, wenn man wie Jordan [6] die *Größe des Planetensystems* durch nachträgliche Expansion erklären will.

Die zu $\varepsilon\varrho^3$ proportionale Energie eines Weltbereiches verhält sich nach (5) und (8) wie

$$E \sim \frac{\varkappa_0}{\varkappa} \approx \frac{t}{t+\tau}\,; \tag{10}$$

eine merkliche Entstehung neuer Materie erfolgte also nur in sehr frühen Epochen ($t < \tau$). Heute und in künftigen Zeiten aber ist das neue Weltmodell [4] *fast identisch* mit dem bekannten FRIEDMANNschen (ohne kosmologische Konstante), vor allem ist die Gravitationszahl (8) heute praktisch gleich der Konstanten $\varkappa_0$.

Nimmt man mit JORDAN [6] an, daß die Materie nicht kontinuierlich, sondern in Form ganzer Sterne entsteht, und deutet man als „Nachzügler" in dieser früher (bei $t < \tau$) viel dichteren Folge neuer Sterne die heutigen *Supernovae I*, so ist deren Häufigkeit mit (9) verträglich.

Die Materiefunktion b spielt nach (3) und (6) für die neue Kosmologie eine entscheidende Rolle, denn mit $b \equiv 0$ wäre die Theorie (sobald man von $\sigma^{|\nu}{}_{||\nu} \equiv 0$ nur die Lösung $\sigma =$ const. als physikalisch bedeutsam ansieht) völlig gleichwertig der Einsteinschen. Prinzipiell wäre b aus der LAGRANGE-Funktion der *Materiefelder* zu berechnen, die für JORDANS Theorie mit veränderlicher Gravitationszahl $\varkappa$ von LUDWIG [7] formuliert wurde. Mit der Energiedichte ε vergleichbare Werte hat b vermutlich [7] nur bei *starker Wechselwirkung* innerhalb der Materie, so daß wir für nicht zu frühe Epochen außer $p \ll \varepsilon$ auch $|b| \ll \varepsilon$ annehmen durften. Es ist jedoch *bisher nicht gelungen*, b näher zu bestimmen (nicht einmal sein Vorzeichen) oder mit beobachtbaren Effekten zu verknüpfen.

Literatur

[1] JUST, K., Z. Physik *139*, 498 (1954); *140*, 485 (1955). Siehe jedoch Z. Physik *143*, 472 (1955), wo eine andere Parameter-Wahl vertreten wird.
[2] JUST, K., Z. Physik *149*, 524 (1955). Berichtigung und Ergänzungen dazu: Z. Physik *144*, 411 (1956).
[3] DIRAC, P. A. M., Nature *139*, 323 (1937).
[4] JUST, K., Z. Physik *141*, 592 (1955).
[5] TELLER, Phys. Rev. *73*, 801 (1948).
[6] JORDAN, P., *Schwerkraft und Weltall*, § 38 (Vieweg, Braunschweig 1955).
[7] LUDWIG, G., *Fortschritte der projektiven Relativitätstheorie* (Vieweg, Braunschweig 1951), Seite 71 bis 93.