Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 29 (1956)

Heft: [4]: Supplementum 4. Fünfzig Jahre Relativitätstheorie = Cinquantenaire de la Théorie de la Relativité = Jubilee of Relativity Theory

Artikel: Sur le mouvement des corps en rotation d'après la théorie de gravitation d'Einstein

Autor: Fock, V.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112744

Sur le mouvement des corps en rotation d'après la théorie de gravitation d'Einstein

par V. Fock (Léningrad)

1. Pour un corps élastique pesant de dimensions finies, les composantes du tenseur impulsion-énergie sont approximativement égales à

$$\left.\begin{aligned} c^2\, T^{00} &= \varrho \left\{1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2} v^2 + \Pi - U\right)\right\} \\ c^2\, T^{0i} &= \varrho\, v_i \left\{1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2} v^2 + \Pi - U\right)\right\} - \frac{1}{c^2}\, p_{ik}\, v_k \\ c^2\, T^{ik} &= \varrho\, v_i\, v_k - p_{ik} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

($i, k = 1, 2, 3$), où ϱ et $\varrho\, v_i$ satisfont à l'équation bien connue de continuité. L'énergie interne Π et les tensions p_{ik} sont liées par la relation

$$\varrho \frac{d\Pi}{dt} = \frac{1}{2}\, p_{ik} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right). \tag{2}$$

Dans (1), U est le potentiel newtonien. Le tenseur $T^{\mu\nu}$ satisfait approximativement à l'équation $\nabla_\mu\, T^{\mu\nu} = 0$.

2. Pour trouver les équations de mouvement des n corps en rotation (problème mécanique à $6\,n$ degrés de liberté) il faut connaître, du moins approximativement, le tenseur impulsion-énergie à l'intérieur des corps. Pour les équations de Newton, il suffit de poser $c^2\, T^{00} = \varrho$; $c^2\, T^{0i} = \varrho\, v_i$, tandis que les expressions (1) permettent de trouver les corrections relativistes.

3. Dans un système de coordonnées approximativement harmonique, on a, d'une manière approchée,

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\partial \mathfrak{g}^{\mu\nu}}{\partial x_\mu} = \frac{16\,\pi\,\gamma}{c^3}\, g\, \nabla_\mu\, T^{\mu\nu}, \tag{3}$$

Δ étant l'opérateur de LAPLACE euclidien. Pour que les conditions d'harmonicité $\partial \mathfrak{g}^{\mu\nu} / \partial x_\mu = 0$ soient remplies (du moins, à une distance suffisante de chacun des corps), il faut exiger que l'on ait

$$\int g \, \nabla_\mu \, T^{\mu\nu} \, dx_1 \, dx_2 \, dx_3 = 0 \tag{4}$$

et aussi

$$\int (x_i \, g \, \nabla_\mu \, T^{\mu k} - x_k \, g \, \nabla_\mu \, T^{\mu i}) \, dx_1 \, dx_2 \, dx_3 = 0 \,, \tag{5}$$

l'intégrale étant étendue au volume de chaque corps. Les équations (4) (qui sont d'ailleurs équivalentes à celles postulées par PAPAPETROU, Proc. Phys. Soc. 1951) donnent le mouvement du centre de gravité, et les équations (5) le mouvement rotatoire.

4. Pour un système de corps en rotation, les équations (4) peuvent être mises sous la forme de LAGRANGE. On peut écrire d'une manière explicite les dix intégrales des équations de mouvement. Les expressions pour la fonction de LAGRANGE et pour les intégrales étant assez compliqués, nous ne les citons pas.