Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 38 (1965)
Heft: III

Artikel: Wellenmechanische Drei-Teilchen-Modelle
Autor: Bebie, Hans
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113594

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Wellenmechanische Drei-Teilchen-Modelle*)

von **Hans Bebie**

Institut für Theoretische Physik der Universität Bern

(12. I. 65)

Zusammenfassung: Ausgehend von bekannten Zwei-Teilchen-Wellenfunktionen konstruieren wir Wellenfunktionen von Drei-Teilchen-Systemen. Dabei werden wir weniger Gewicht auf geläufige Formen der Wechselwirkung als auf exakte Ausdrücke für die Wellenfunktionen legen. – Wie betrachten ausschliesslich drei nicht-relativistische Teilchen vom Spin 0 in ihrem Schwerpunktsystem. In den Abschnitten I und II sind gebundene Zustände zwischen dem zweiten und dritten Teilchen zugelassen; in Abschnitt III sollen keine gebundene Zustände auftreten.

I. Einleitung

Im Schwerpunktsystem sind zur Spezifizierung der Zustände neben der totalen Energie ε weitere fünf Variable erforderlich, zum Beispiel:

- die totale Energie e des zweiten und dritten Teilchens im Schwerpunktsystem dieser beiden Teilchen (Streuzustände: $e \geq 0$, gebundene Zustände: $e < 0$);
- der relative Drehimpuls l des zweiten und dritten Teilchens mit seiner z-Komponenten l_z;
- der Drehimpuls L (L_z) des ersten Teilchens bezüglich des Schwerpunktes der beiden anderen Teilchen.

Die Energie $E = \varepsilon - e$ enthält dann sowohl die Energie des ersten Teilchens als auch die Energie des Schwerpunktes der beiden anderen Teilchen ($E \geq 0$). Den Satz der Variabeln $\varepsilon, e, l, l_z, L, L_z$ kürzen wir mit dem Symbol ε, A_1 ab, wobei der Index von A auf die Auszeichnung des ersten Teilchens hinweist. Innerhalb des ganzen physikalischen Wertebereiches von ε, A_1 soll sich das Symbol $(\varepsilon), A_1$ auf jene Drei-Teilchen-Zustände beziehen, in welchen das zweite und das dritte Teilchen aneinander gebunden sind ($e < 0$), das Symbol $\underline{\varepsilon}, A_1$ auf den restlichen Wertebereich ($e \geq 0$).

$| \underline{\varepsilon}, A_1)$ seien die Eigenzustände des freien Hamiltonoperators H_0 zum Eigenwert ε. $H_1 = H_0 + V_1$ sei ein spezieller Hamiltonoperator des Drei-Teilchen-Systems, in welchem nur das zweite und das dritte Teilchen in die Wechselwirkung V_1 einbezogen sein sollen; H_1 behandelt dann das erste Teilchen als freies Teilchen und die Wellenfunktionen $(\varepsilon', A_1' \mid \varepsilon, A_1\rangle$ der Eigenzustände $| \varepsilon, A_1\rangle$ von H_1 werden diagonal in den Variabeln des ersten Teilchens. Im Bereich $e \geq 0$ sind die ein- und auslaufen-

*) unterstützt durch den Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

den Eigenzustände von H_1 den freien Zuständen durch die Lippmann-Schwinger-Gleichung

$$| \underline{\varepsilon}, A_1 (\pm)\rangle = | \underline{\varepsilon}, A_1) + \frac{1}{\varepsilon - H_1 \pm i \epsilon} V_1 | \underline{\varepsilon}, A_1) \tag{1}$$

zugeordnet. Die übrigen Eigenzustände von H_1 (zweites und drittes Teilchen aneinander gebunden) bestimmen sich nach der Gleichung

$$(H_1 - \varepsilon) | (\varepsilon), A_1 \rangle = 0 \tag{2}$$

unter der Nebenbedingung $e < 0$.

Mittels einer zusätzlichen Wechselwirkung W soll nun das erste Teilchen mit den beiden anderen wechselwirken:

$$H = H_1 + W = H_0 + V_1 + W \,. \tag{3}$$

W soll verschwinden, falls das erste Teilchen in eine grosse Entfernung von den beiden übrigen Teilchen gebracht wird, so dass der gebundene Zustand des zweiten und dritten Teilchens vor einer Streuung am ersten Teilchen allein durch H_1 definiert bleibt. – In der Schreibweise $| (\varepsilon), A_1\rangle \equiv | (\varepsilon), A_1 (\pm)\rangle$ fassen wir die Lösungen von (2) mit den Lösungen $| \underline{\varepsilon}, A_1 (\pm)\rangle$ von (1) zum Symbol $| \varepsilon, A_1 (\pm)\rangle$ zusammen und ordnen jedem dieser Zustände in der Lippmann-Schwinger-Gleichung

$$| \varepsilon, A_1 (\pm) \rangle\rangle = | \varepsilon, A_1 (\pm) \rangle + \frac{1}{\varepsilon - H \pm i \epsilon} W | \varepsilon, A_1 (\pm)\rangle \tag{4}$$

einen Eigenzustand von H zu. Wir setzen voraus, dass H keine weiteren Eigenzustände besitzt.

Für den Bereich $e \geq 0$ folgt aus (4) und (1) rein algebraisch

$$| \underline{\varepsilon}, A_1 (\pm) \rangle\rangle = | \underline{\varepsilon}, A_1) + \frac{1}{\varepsilon - H \pm i \epsilon} (H - H_0) | \underline{\varepsilon}, A_1) \,. \tag{5}$$

Eine analoge Umformung existiert im Bereich $e < 0$ nicht. (5) zeigt, dass sich die Bedeutung von H_1 in der Definition der gebundenen Zustände erschöpft.

Die physikalische S-Matrix mit den Elementen $S_{a;a'}$

$$S_{\varepsilon, A_1; \varepsilon', A_1'} = \langle\langle (-) \, \varepsilon, A_1 | \varepsilon', A_1' (+)\rangle\rangle \tag{6}$$

beschreibt im üblichen Sinne die Prozesse $\varepsilon', A_1' \to \varepsilon, A_1$ unter dem Einfluss der Wechselwirkungen V_1, W und enthält unter anderem die Information über die elastische und inelastische Streuung des ersten Teilchens an gebundenen Zuständen der beiden anderen.

Ein anderer Zugang zu S, der sich im expliziten Beispiel des II. Abschnittes als nützlich erweisen wird, ergibt sich über die Definition zweier Hilfsmatrizen S^0, S^1: Es sei S^0 die Matrix mit den Elementen $S^0_{a;a'}$

$$S^0_{\varepsilon, A_1; \varepsilon', A_1'} = \langle (-) \, \varepsilon, A_1 | \varepsilon', A_1' (+)\rangle \,. \tag{7}$$

Mit (1) und der Identität

$$\lim_{\epsilon \to +0} [(a - x - i\,\epsilon)^{-1} - (a - x + i\,\epsilon)^{-1}] = 2\,\pi\,i\,\delta(a - x) \tag{8}$$

folgt

$$\left.\begin{aligned} S^0_{\underline{\varepsilon}, A_1; \varepsilon', A_1'} = \langle (+)\, \underline{\varepsilon}, A_1 \mid \varepsilon', A_1' (+)\rangle \\ - 2\,\pi\,i\,\delta(\varepsilon' - \varepsilon)\, (\underline{\varepsilon}, A_1 \mid H_1 - H_0 \mid \varepsilon', A_1' (+)\rangle\,. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Dabei ist der linksseitige Index auf den Unterbereich $e \geq 0$ einzuschränken. Auf der rechten Seite von (9) stellt der erste Term eine Einheitsmatrix dar; das Matrixelement im zweiten Term ist proportional zu $(\varepsilon' - \varepsilon)$, so dass die Pole der Art $(\varepsilon' - \varepsilon)^{-1}$ in der Wellenfunktion $(\underline{\varepsilon}, A_1 \mid \varepsilon', A_1' (+)\rangle$ zum zweiten Term auf der rechten Seite von (9) beitragen.

In Analogie zu (9) definieren wir ferner die Elemente $S^1_{a;\,a'}$ einer Matrix S^1:

$$\left.\begin{aligned} S^1_{\varepsilon, A_1; \varepsilon', A_1'} = \langle (+)\, \varepsilon, A_1 \mid \varepsilon', A_1' (+)\rangle \\ - 2\,\pi\,i\,\delta(\varepsilon' - \varepsilon)\, \langle (+)\, \varepsilon, A_1 \mid H - H_1 \mid \varepsilon', A_1' (+)\rangle\rangle\,. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

(In den Definitionen (6), (7) und (10) laufen alle links- und rechtsstehenden Indices über den gleichen Bereich.)

Zwischen den Matrizen S, S^0, S^1 gilt nun die Relation

$$S = S^0 \cdot S^1\,. \tag{11}$$

Wir verzichten auf die Wiedergabe eines wenig eleganten Beweises.

II. Explizites Beispiel[1])

Wir geben die expliziten Lösungen von (4) im Falle der speziellen Wechselwirkung (13) und zeigen die Anwendung von (11) in der Berechnung von S.

Wir beschränken uns auf den Fall $L = l = 0$ und setzen voraus, dass diese Drehimpulse in der Wechselwirkung W einzeln erhalten sind. Die Zustände sind dann zum Beispiel durch die Energien E, e spezifiziert. Das Symbol für die Energie e im Wertebereich $e \geq 0$ sei $\underline{e}$. Wir nehmen ferner an, H_1 lasse in $l = 0$ genau einen gebundenen Zustand des zweiten und dritten Teilchens zu (Energie $e = e_0 < 0$). Die totale Energie ist entweder $\varepsilon = E + e_0$ $(E \geq 0, e_0 < 0)$ oder $\varepsilon = E + \underline{e}$ $(E \geq 0, e \geq 0)$, je nachdem ob das zweite und dritte Teilchen aneinander gebunden sind oder nicht. – Die Eigenzustände $\mid E, \underline{e})$ von H_0 seien auf $\delta(E - E')\,\delta(e - e')$ normiert; dieselbe Normierung gilt dann nach (1) und (4) auch für die Eigenzustände $\mid E, \underline{e}\,(\pm)\rangle$ von H_1 und $\mid E, \underline{e}(\pm)\rangle\rangle$ von H. Die Zustände $\mid E, e_0\rangle$ und $\mid E, e_0\,(\pm)\rangle\rangle$ seien auf $\delta(E - E')$ normiert. – Im weiteren betrachten wir die Streuphasen $\delta(e)$ des durch H_0, H_1 definierten Problemes als gegeben, womit die Elemente der Matrix S^0 bekannt sind:

$$S^0_{E, e; E', e'} = \langle (+)\, E, e \mid E', e'\, (+)\rangle \cdot e^{2i\delta(e)} \quad \text{mit} \quad \delta(e_0) = 0\,. \tag{12}$$

Die Wechselwirkung W sei nun wie folgt vorgegeben:

$$\left.\begin{aligned} \langle(+)\, E, \underline{e} \mid W \mid E', \underline{e}'\,(+)\rangle &= 0 \\ \langle E, e_0 \mid W \mid E', e_0\rangle &= 0 \\ \langle E, e_0 \mid W \mid E', \underline{e}'\,(+)\rangle &= B(E)\cdot A(E', e') \\ \langle(+)\, E, \underline{e} \mid W \mid E', e_0\rangle &= B(E')\cdot A(E, e)\,. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Die Funktionen A und B seien reell und im übrigen nur insoweit eingeschränkt als die in der Lösung auftretenden Integrale (14), (15) existieren sollen.

Wegen der separierten Form der rechten Seiten von (13) lassen sich die Gleichungen (4) im Basissystem der einlaufenden Eigenzustände von H_1 geschlossen lösen. Mit den Abkürzungen

$$a(\varepsilon) = \lim_{\epsilon\to+0} \int_0^\infty de'' \int_0^\infty dE''(\varepsilon + i\,\epsilon - e'' - E'')^{-1}\, A^2(e'', E'')\,, \tag{14}$$

$$b(\varepsilon) = \lim_{\epsilon\to+0} \int_0^\infty dE''(\varepsilon + i\,\epsilon - E'' - e_0)^{-1}\, B^2(E'')\,, \tag{15}$$

$$N(\varepsilon) = 1 - a(\varepsilon)\, b(\varepsilon) \tag{16}$$

lauten die Lösungen von (4):

$$\langle(+)\, \underline{e}', E' \mid \underline{e}, E\,(+)\rangle\rangle = \delta(e' - e)\,\delta(E' - E) + \frac{A(e', E')\, A(e, E)\, b(\varepsilon)}{(\varepsilon - \varepsilon' + i\,\epsilon)\, N(\varepsilon)} \tag{17}$$

$$\langle e_0, E' \mid \underline{e}, E\,(+)\rangle\rangle = \frac{A(e, E)\, B(E')}{(\varepsilon - \varepsilon' + i\,\epsilon)\, N(\varepsilon)}\,,$$

$$\langle(+)\, \underline{e}', E' \mid e_0, E\,(+)\rangle\rangle = \frac{A(e', E')\, B(E)}{(\varepsilon - \varepsilon' + i\,\epsilon)\, N(\varepsilon)} \tag{17$'$}$$

$$\langle e_0, E' \mid e_0, E\,(+)\rangle\rangle = \delta(E' - E) + \frac{B(E')\, B(E)\, a(\varepsilon)}{(\varepsilon - \varepsilon' + i\,\epsilon)\, N(\varepsilon)}\,.$$

Unter Beachtung von

$$\langle(+)\, \varepsilon, A_1 \mid H - H_1 \mid \varepsilon', A_1'\,(+)\rangle\rangle = (\varepsilon' - \varepsilon)\, \langle(+)\, \varepsilon, A_1 \mid \varepsilon', A_1'\,(+)\rangle\rangle \tag{18}$$

folgt aus (17) mit (10) die Matrix S^1; S^0 ist in (12) als diagonale Matrix gegeben, so dass die Berechnung des Produktes $S^0 \cdot S^1$ in der Formel (11) für die S-Matrix keine Mühe bereitet. Beispielsweise lautet das Element $S_{e_0, E;\, e_0, E'}$, welches die elastische Streuung des ersten Teilchens am gebundenen Zustand der beiden anderen beschreibt:

$$S_{e_0, E;\, e_0, E'} = \delta(\varepsilon' - \varepsilon)\left[1 - 2\,\pi\, i\, B^2(E)\,\frac{a(\varepsilon)}{N(\varepsilon)}\right] \quad \text{mit} \quad \varepsilon = E + e_0\,. \tag{19}$$

Dieser Ausdruck lässt sich mit Hilfe der Identität

$$[b(\varepsilon)]^* - b(\varepsilon) = 2\,\pi\,i\,B^2(\varepsilon - e_0) = 2\,\pi\,i\,B^2(E)\,, \tag{20}$$

welche aus (15) und (8) folgt, umschreiben:

$$S_{e_0,\,E;\,e_0,\,E'} = \delta(\varepsilon' - \varepsilon)\,\frac{1 - a(\varepsilon)\,b^*(\varepsilon)}{1 - a(\varepsilon)\,b(\varepsilon)}\,. \tag{19$'$}$$

Für negative Totalenergien erwarten wir ausschliesslich elastische Prozesse, das heisst der gebrochene Ausdruck in (19)′ muss einen reinen Phasenfaktor darstellen; in der Tat ist die Funktion $a(\varepsilon)$ für $\varepsilon < 0$ rein reell. (Dies ist für $\varepsilon > 0$ nicht mehr der Fall, was sich im Auftreten inelastischer Prozesse wiederspiegelt, in welchen der gebundene Zustand bei der Streuung aufgelöst wird.)

Im obigen Modell lassen sich ohne weiteres mehrere Drehimpulse und mehrere gebundene Zustände einbeziehen; dabei kann man die Einschränkung fallen lassen, wonach die Drehimpulse L, l einzeln erhalten sein sollen.

III. Produkte von Wellenmatrizen

In diesem Abschnitt überlagern wir ein erstes Drei-Teilchen-System, in welchem das erste Teilchen nicht an der Wechselwirkung beteiligt ist, mit einem zweiten Drei-Teilchen-System, in welchem das zweite Teilchen frei ist, zu einem neuen Drei-Teilchen-System, in welchem dann alle drei Teilchen in die Wechselwirkung einbezogen sind. – Das Auftreten von gebundenen Zuständen sei ausgeschlossen.

Es seien $H_1 = H_0 + V_1$ bzw. $H_2 = H_0 + V_2$ Hamiltonoperatoren des Drei-Teilchen-Systems, welche das erste bzw. das zweite Teilchen aus der Wechselwirkung auslassen (vergleiche I, Diagonalität der Wellenfunktionen in den Variabeln des freien Teilchens). Als Variabelnsatz eignet sich im ersten Fall ε, A_1, im zweiten Fall ε, A_2; das zweite Variabelnsystem geht durch zyklische Vertauschung aus dem ersten hervor. In den Lippmann-Schwinger-Gleichungen

$$|\,\varepsilon, A_i\,(\pm)\rangle = |\,\varepsilon, A_i) + \frac{1}{\varepsilon - H_i \pm i\,\epsilon}\,V_i\,|\,\varepsilon, A_i)\;(i = 1, 2) \tag{21}$$

sind die freien Zustände $|\,\varepsilon, A_1)$ und $|\,\varepsilon, A_2)$ durch lineare, rein kinematische Relationen miteinander verbunden, was für $|\,\varepsilon, A_1\,(\pm)\rangle$ und $|\,\varepsilon, A_2\,(\pm)\rangle$ nicht mehr zutrifft, da V_1 und V_2 im allgemeinen unabhängig voneinander gewählt werden. – Bis zu dieser Stelle liegen explizite Konstruktionen (in Anlehnung an gelöste Zwei-Teilchen-Wechselwirkungen) auf der Hand.

In der nachfolgenden Gleichung definieren wir neue Zustände

$$\left.\begin{aligned} |\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle = \int d\varepsilon'\,dA_1'\,d\varepsilon''\,dA_2'' \\ |\,\varepsilon'\,A_1'\,(+)\rangle\,(\varepsilon', A_1'\,|\,\varepsilon'', A_2'')\,(\varepsilon'', A_2''\,|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

und interpretieren diese als Zustände des überlagerten Systems[2]). – Die im Integranden auftretende Matrix $(\varepsilon', A_1'\,|\,\varepsilon'', A_2'')$ ist durch die Kinematik (Vergleich der beiden

Variabelnsysteme) bestimmt. – Das zweite Teilchen, welches in $|\,\varepsilon, A_2\,(\pm)\rangle$ als freies Teilchen auftrat, ist nun in $|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle$ an der Wechselwirkung beteiligt, da sich seine Wellenfunktion $(\varepsilon'\,A_2'\,|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle$ nicht mehr in diagonaler Form in den Variabeln des zweiten Teilchens zeigt. Damit sind Wellenfunktionen konstruiert, in denen alle drei Teilchen an der Wechselwirkung teilnehmen. – Ohne Beweis notieren wir einige Eigenschaften der neuen Zustände:

- Aus der Orthogonalität und Vollständigkeit der einlaufenden Eigenzustände von H_1 und H_2 folgt die Vollständigkeit und Orthogonalität des neuen Satzes $|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle$.
- Mit dem neuen Hamiltonoperator H

$$H = \int d\varepsilon\, dA_2\,|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle \cdot \varepsilon \cdot \langle\langle(+)\,\varepsilon, A_2\,|\,, \tag{23}$$

  dessen Eigenzustände $|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle$ den Eigenwert ε besitzen, definieren wir die totale Wechselwirkung $H - H_0$; diese ist jedoch nicht die Summe der Wechselwirkungen $(H_1 - H_0)$ und $(H_2 - H_0)$.
- Die Wellenfunktionen $(\varepsilon', A_2'\,|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle$ enthalten (neben dem freien Term) ausschliesslich einlaufende Wellen. Dies folgt mit (22) aus der Form

$$(\varepsilon', A_i'\,|\,\varepsilon, A_i\,(+)\rangle = \delta_{\varepsilon'\varepsilon} \cdot \delta_{A_i' A_i} + (\varepsilon - \varepsilon' + i\,\epsilon)^{-1} \cdot T_{(i)\,\varepsilon', A_i';\,\varepsilon, A_i}$$

  der Wellenfunktionen (wobei T für $\varepsilon = \varepsilon'$ nicht singulär ist) und der Diagonalität der kinematischen Matrix in der totalen Energie.

  Die neuen Zustände erfüllen daher die Gleichung einlaufender Eigenzustände von H:

$$|\,\varepsilon, A_2\,(+)\rangle\rangle = |\,\varepsilon, A_2) + \frac{1}{\varepsilon - H + i\,\epsilon}\,(H - H_0)\,|\,\varepsilon, A_2)\,. \tag{24}$$

Die obige Konstruktion ist insofern unsymmetrisch, als die in Analogie zu (22) definierten Zustände

$$\left.\begin{aligned} |\,\varepsilon, A_2\,(-)\rangle\rangle = \int d\varepsilon'\, dA_1'\, d\varepsilon''\, dA_2'' \\ |\,\varepsilon', A_1'\,(-)\rangle\,(\varepsilon', A_1'\,|\,\varepsilon'', A_2'')\,(\varepsilon'', A_2''\,|\,\varepsilon, A_2\,(-)\rangle \end{aligned}\right\} \tag{22$'$}$$

nicht Eigenzustände des Hamiltonoperators (23) sind. Die korrekte Konstruktion der auslaufenden Zustände hat mit der Lippmann-Schwinger-Gleichung

$$|\,\varepsilon, A_2\,(-)\rangle\rangle = |\,\varepsilon, A_2) + \frac{1}{\varepsilon - H - i\,\epsilon}\,(H - H_0)\,|\,\varepsilon, A_2) \tag{24$'$}$$

zu erfolgen, wobei H nach wie vor durch (23) definiert ist. Da die einlaufenden Wellen nach (22) bekannt sind, ergeben sich die Lösungen von (24)$'$ ohne Schwierigkeiten.

Die Elemente $S_{a;\,a'}$

$$S_{\varepsilon,\,A_2;\,\varepsilon',\,A_2'} = \langle\langle(-)\ \varepsilon,\ A_2 \mid \varepsilon',\ A_2'\ (+)\rangle\rangle \tag{25}$$

definieren die S-Matrix. Ein einfacherer Zugang ergibt sich mit den Matrizen S^{10} und S^{20}, deren Elemente $S^{i0}_{a;\,a'}$

$$S^{i0}_{\varepsilon,\,A_i;\,\varepsilon',\,A_i'} = \langle(-)\ \varepsilon,\ A_i \mid \varepsilon',\ A_i'\ (+)\rangle \quad (i = 1, 2) \tag{26}$$

als gegeben betrachtet werden dürfen und die sich in den vorgeschlagenen Variabeln nur um einen Phasenfaktor von der Diagonalform unterscheiden (vergleiche (12)). Ohne Beweis notieren wir den Satz

$$S = T^{+} \cdot S^{10} \cdot T \cdot S^{20}\,, \tag{27}$$

in welchem T die kinematische Matrix mit den Elementen $T_{a;\,a'}$

$$T_{\varepsilon',\,A_1';\,\varepsilon,\,A_2} = (\varepsilon',\ A_1' \mid \varepsilon,\ A_2)$$

bedeutet. Die 18fache Summation-Integration in (27) reduziert sich stark, indem die S^{i0} in je sechs Variabeln und die kinematische Matrix in der totalen Energie diagonal sind.

Die obige Konstruktion scheint sich nicht auf gebundene Zustände übertragen zu lassen. Sofern zum Beispiel H_2 gebundene Zustände $\mid (\varepsilon),\ A_2\rangle$ besitzt, definiert zwar (22) entsprechende Zustände $\mid (\varepsilon),\ A_2\ (+)\rangle\rangle$, welche zu den übrigen Zuständen orthogonal stehen und deren Eigenwerte dem Variabelnbereich gebundener Zustände prinzipiell angehören (wobei zu prüfen bleibt, ob die Wellenfunktionen dieser Zustände eine geeignete Form aufweisen); jedoch lässt sich beweisen, dass jene S-Matrix-Elemente $\langle\langle(-)\ \underline{\varepsilon},\ A_2' \mid (\varepsilon),\ A_2\ (+)\rangle\rangle$, welche allenfalls inelastische Prozesse beschreiben würden, verschwinden.

Herr Prof. E. C. G. SUDARSHAN hat die Ausführung der vorliegenden Arbeit vorgeschlagen. Für zahlreiche Anregungen und für seine fortwährende freundliche Hilfe danke ich ihm bestens.

Literatur

[1]) Vergleiche SUDARSHAN, Brandeis Lectures 2, 1961.
[2]) E. C. G. SUDARSHAN, mündl. Vorschlag.