

# Modèle semiphénoménologique de l'interaction nucléon-nucléon

Autor(en): **Houriet, A. / Bagnoud, X.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **50 (1977)**

Heft 1

PDF erstellt am: **10.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-114848>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Modèle semiphénoménologique de l'interaction nucléon – nucléon

par **A. Houriet** et **X. Bagnoud**

Institut de Physique Théorique, Université de Fribourg

(2.VI.1976)

*Abstract.* A nucleon with isobars is used to elaborate a model of the nucleon–nucleon interaction at low energy ( $E_{\text{CM}} < 160$  MeV). Three free parameters only are introduced among which  $f_r^2$ , the pion-nucleon renormalized coupling constant. The model establishes a very good coordination for deuteron and  $p$ – $p$  scattering-polarization measurements ( $^1K_0$ ,  $^1D_2$ ,  $^1G_4$  phase shifts), and permits the determination of  $f_r^2$  for every independent experimental value. For 21 such values, we obtain the mean value  $\langle f_r^2 \rangle = 0.0785$  with  $\Delta f_r^2 = 0.0024$  (3%).

## 1. Origines et buts du travail

Les mesures relatives au système de deux nucléons se sont multipliées au cours des dix dernières années. Elles sont de plus en plus précises [1–4] et elles conduisent à une nouvelle détermination de  $f_r^2$ , la constante renormalisée de l'interaction pion-nucléon, avec un résultat proche de celui que fournit la diffusion pion-nucléon:  $f_r^2 = 0.08$  [5]. On sait que  $f_r^2$  est calculée à partir de l'interaction périphérique des deux nucléons, lorsque domine, selon l'image classique, l'échange d'un seul méson  $\pi$  (potentiel de forme OPE). Mais cette interaction est trop faible pour expliquer le déphasage expérimental de  $^1G_4$ , beaucoup trop faible aussi pour lier le deuton ou prévoir les déphasages expérimentaux  $^1K_0$  et  $^1D_2$ . On a tenté de la compléter [6], mais souvent on préfère analyser et coordonner les résultats expérimentaux à l'aide de potentiels phénoménologiques [7]. Leur défaut essentiel est de multiplier les paramètres que l'on fixe en minimalisant  $\chi_{\text{th}}^2$ .

Notre modèle est caractérisé par trois paramètres indépendants. Il utilise d'abord la constante de couplage renormalisée  $f_r^2$  et permet de la déterminer à partir de chaque mesure (ce qui n'implique pas, de notre part, l'affirmation que d'autres constantes de couplage négligées ici ne jouent aucun rôle dans l'interaction nucléon–nucléon). Dans ce travail, 21 mesures (deuton, diffusion  $^1K_0$ ,  $^1D_2$  et  $^1G_4$  entre 0 et 320 MeV<sub>lab</sub>) ont été retenues et analysées séparément à partir du modèle. Chacune fournit une valeur admissible de  $f_r^2$ . Si l'on attribue à chacune de ces 21 mesures le même poids, on peut calculer la valeur moyenne  $\langle f_r^2 \rangle$  et l'écart quadratique correspondant  $\Delta f_r^2$ . Voici la meilleure distribution statistique que nous ayons obtenue (cf. (5.3)):

$$\langle f_r^2 \rangle = 0.0785 \quad \Delta f_r^2 = 0.0024 \quad (\text{ou } 3\%) \quad (1.1)$$

Ce résultat fut pour nous inattendu (le modèle ne comportant que trois paramètres dont  $f_r^2$ ). Nous analyserons donc les idées directrices qui y conduisent.

La présence d'états isobariques dans le deuton [8, 9], suggérée par des expériences récentes, constitue probablement un élément décisif pour toute théorie de l'interaction nucléon-nucléon. De tels états, s'ils existent, doivent être associés aux niveaux de résonances du nucléon [8, 10], largement explorés au cours des dix dernières années. Mais ces résonances, bien connues jusqu'à 1 GeV, tant en ce qui concerne leurs nombres quantiques que leurs modes de désintégration, sont si nombreuses et leur dynamique si complexe qu'il paraît raisonnable d'adopter le point de vue pessimiste selon lequel une connaissance exhaustive des hadrons est indispensable pour comprendre l'interaction nucléon-nucléon. Cette opinion, réaliste si l'on considère le problème dans son ensemble, ne devrait cependant pas exclure la recherche de solutions partielles, aux buts limités, comme celle que nous proposons ici.

Une constatation que nous avons faite il y a quelques années [11]<sup>1)</sup> situera l'origine de ce travail. En intégrant phénoménologiquement, de manière très simplifiée, les états  $\Delta(1236)$  dans la théorie de l'interaction nucléon-nucléon, on avait établi que le deuton comportait des isobares  $\Delta\Delta$  dont la probabilité était d'environ 0.7%. On avait souligné l'importance pour le calcul du moment magnétique du deuton. Mais l'intérêt majeur du modèle était de fournir deux déterminations nouvelles de la constante de couplage  $f_r^2$ . En effet, à côté de la masse de  $\Delta(1236)$ , choisie phénoménologiquement, le modèle ne comprenait que deux paramètres:  $f_r^2$  et la dimension du cœur nucléonique dur  $r_c$ . (Il s'agissait d'une coupure brutale des potentiels, remplacés par un potentiel infini, pour des distances  $r$  entre les deux nucléons inférieures à  $r_c$ ). Pour des valeurs admises de  $r_c$ , comprises entre 0.5 et 0.6 f, le deuton, comme la diffusion  $^1S_0$  à énergie 0, avait donné deux déterminations de  $f_r^2$  compatibles avec celles de la diffusion pion-nucléon [5]. Cependant, à ces deux résultats intéressants, on pouvait objecter :

- a) que leur extension à la diffusion nucléon-nucléon pour des énergies  $E_{lab}$  comprises entre 0 et 320 MeV se révélait décevante: la dispersion des valeurs  $f_r^2$  obtenues était large et défavorable.
- b) qu'ils reposaient sur un nucléon à cœur dur de dimension  $0.5 \text{ f} \lesssim r_c \lesssim 0.6 \text{ f}$ . Or l'étude des noyaux lourds fixe la limite supérieure d'un cœur dur à 0.2 f [12].

Depuis lors, une autre objection sérieuse a surgi: était-il raisonnable de ne retenir que les seuls états  $\Delta(1236)$  parmi toutes les résonances connues du nucléon [13]? Cette difficulté a longuement pesé sur notre recherche: s'il est relativement facile d'intégrer de manière simplifiée les états  $\Delta(1236)$  à un modèle d'interaction de deux nucléons, l'adjonction en plus d'autres résonances conduit très vite à un problème mathématique inextricable (à lui seul  $\Delta(1236)$  ajoute à l'état de diffusion  $^1D_2$  7 états isobariques et conduit à un système de 8 équations différentielles couplées du deuxième ordre!). Une analyse, fondée sur de nombreux calculs, nous a convaincus du bien-fondé des hypothèses suivantes, lorsque  $E_{lab} < 320 \text{ MeV}$ :

- 1) la contribution de  $\Delta(1236)$  est déterminante pour les singulets pairs ( $L$  pair,  $S = 0$ ,  $T = 1$ ).
- 2) elle demeure très importante pour les triplets pairs ( $L$  pair,  $S = 1$ ,  $T = 0$ ).

<sup>1)</sup> Dans ce travail, la référence [11] sera désignée par (I).

Ce travail repose sur ces hypothèses et les résultats numériques semblent les confirmer.

Le cœur dur de (I) est remplacé par un cœur mou qui introduit un paramètre  $\alpha$  caractérisant l'extension spatiale du nucléon (cf. (2.26 et 2.27)). Cette modification, à elle seule, nous a contraints à abandonner et à remplacer tous les algorithmes de (I). Nous avons constaté que l'adjonction complémentaire d'un cœur dur résiduel de dimension  $r_c \lesssim 0.2$  f améliorerait très sensiblement tous les résultats. Ainsi notre modèle comprendra: la constante  $f_r^2$ , un cœur mou (paramètre  $\alpha$ ) et un cœur dur (paramètre  $r_c$ ). Il nous fournit pour chaque mesure indépendante une détermination de  $f_r^2$  et cela pour tout couple de valeurs  $\alpha$  et  $r_c$ .

Nous avons retenu 21 mesures considérées comme indépendantes:

- 1) les caractéristiques du deuton: énergie de liaison  $\varepsilon$ , moment quadrupolaire  $Q$ , portée effective  $\rho_t(-\varepsilon, -\varepsilon)$ .
- 2) les déphasages  ${}^1K_0$  aux énergies  $E_{\text{lab}} = 8, 30, 60, 100, 140, 200, 320$  MeV ainsi que  $\rho_s(0)$ . (Nous avons constaté que  $a_s = -17 \pm 1$  f conduit à la même valeur de  $f_r^2$  que le déphasage  ${}^1K_0$  à 8 MeV et, à cause de cela, nous l'avons éliminé.)
- 3) les déphasages  ${}^1D_2$  ( ${}^1K_2$ ) aux énergies 60, 100, 140, 200, 320 MeV<sub>lab</sub>.
- 4) les déphasages  ${}^1G_4$  aux énergies 100, 140, 200 et 320 MeV<sub>lab</sub>.

Un nombre plus grand de mesures de diffusion réparties uniformément entre 8 et 320 MeV ne changerait pas appréciablement le résultat (1.1).

Puisque les déphasages publiés  ${}^1K_0$ ,  ${}^1D_2$  et  ${}^1G_4$  diffèrent suivant les analystes, nous avons utilisé deux versions particulièrement représentatives, celle de Livermore [2] et celle de Yale [3]. Chacune des 21 mesures des deux versions a été analysée et pour chaque couple  $\alpha$  et  $r_c$  elle a fourni une valeur de  $f_r^2$ . Pour l'analyse de Livermore comme pour celle Yale, on a ainsi construit la grille des valeurs moyennes  $\langle f_r^2 \rangle$  et celle des écarts quadratiques  $\Delta f_r^2$  en fonction des paramètres  $\alpha$  et  $r_c$ . Chacune des deux grilles  $\Delta f_r^2$  de Livermore et de Yale possède un minimum et, ce qui est remarquable, pour les mêmes valeurs de  $\alpha$  et  $r_c$ . A ce minimum correspond pour chacune des deux analyses une valeur moyenne  $\langle f_r^2 \rangle$ . On trouve:

analyse de Livermore

$$\begin{aligned} \langle f_r^2 \rangle &= 0.0783 \\ \Delta f_r^2 &= 0.0025 \end{aligned} \quad \text{pour} \quad \begin{aligned} \alpha &= 10.8 \\ r_c &= 0.19 \text{ f} \end{aligned} \quad (1.2)$$

analyse de Yale

$$\begin{aligned} \langle f_r^2 \rangle &= 0.0788 \\ \Delta f_r^2 &= 0.0038 \end{aligned} \quad \text{pour} \quad \begin{aligned} \alpha &= 10.8 \\ r_c &= 0.19 \text{ f} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Ainsi lorsque  $\Delta f_r^2$  est minimum, les deux versions qui parfois diffèrent sensiblement ( ${}^1K_0$ ,  ${}^1D_2$  et  ${}^1G_4$  à 320 MeV<sub>lab</sub> par exemple), analysées selon notre modèle donnent pratiquement la même valeur moyenne  $\langle f_r^2 \rangle$ , très proche des déterminations usuelles, et cela pour des valeurs identiques des paramètres  $\alpha$  et  $r_c$ . L'écart quadratique: 3.2% pour Livermore, 4.8% pour Yale, suggère que chacune des mesures utilisées peut être considérée comme une mesure de  $f_r^2$ . (La différence que l'on notera entre les  $\Delta f_r^2$  de (1.1) et (1.2) provient du fait que (1.2) est tiré d'une exploration générale de la grille  $\Delta f_r^2$  de Livermore (cf. (5.1 et 5.2)) tandis que (1.1) représente un calcul de précision aux environs du minimum de  $\Delta f_r^2$ .)

## 2. Le modèle

Pour choisir et construire un modèle, il faut d'abord en fixer les caractéristiques. Ce sera notre première étape.

- Le nucléon en plus des états de spin et d'isospin,  $j = t = \frac{1}{2}$  possédera les états isobariques  $j = t = \frac{3}{2}$ , capables de représenter  $\Delta(1236)$ . Le potentiel statique utilisé devra comprendre des éléments de matrice couplant entre eux les états  $j = t = \frac{1}{2}$  et  $j = t = \frac{3}{2}$ .
- Le potentiel ne dépendra que de la constante  $f_r^2$  de l'interaction pion-nucléon.
- Le potentiel périphérique aura la forme générale OPE.
- On n'introduira pas la dynamique des états  $j = t = \frac{3}{2}$  et, dans cette perspective, on limitera l'utilisation du modèle à des énergies inférieures à 160 MeV dans le C.M. ( $E_{\text{lab}} = 320$  MeV). On peut alors ignorer ou négliger la production des pions.
- Le nucléon possédera un cœur mou complété par un cœur dur de dimension  $r_c \lesssim 0.2$  f (réalisé par la coupure des potentiels pour des distances  $r$  des nucléons inférieures à  $r_c$  et leur remplacement par un potentiel répulsif infini).

Certaines des approximations à couplage fort de la théorie des champs quantifiés nous paraissent propres à servir de cadre à une première réalisation du modèle. En effet, malgré les critiques justifiées qu'on peut leur faire, elles possèdent des éléments utilisables, surtout si on les manie avec souplesse en leur apportant des compléments phénoménologiques. Leur avantage est d'avoir fait l'objet de nombreuses études et d'offrir un cadre mathématique connu. Il ne nous paraît pas utile d'en rappeler tous les détails que l'on trouvera dans de nombreuses publications [14]. Par contre, il est nécessaire d'indiquer les points sur lesquels nous nous écarterons des théories à couplage fort, soit en les modifiant, soit en les complétant par des éléments phénoménologiques. Ce sera notre deuxième étape.

### A. Le nucléon

Il est représenté par une fonction de source  $U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1)$  qui le localise aux environs de  $\mathbf{x}_1$  et qui possède les propriétés suivantes:

$$\begin{aligned}
 U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) &= U(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_1|) \\
 \int dv U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) &= 1
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Sa transformée de Fourier  $v(\mathbf{k})$  est définie par

$$v(\mathbf{k}) = \int dv U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) e^{i(\vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{x}}_1)}
 \tag{2.1'}$$

Le nucléon possède quatre états de spin et de charge auxquels sont attachés les opérateurs usuels  $\sigma_j$  et  $\tau_\alpha$ . L'interaction choisie du nucléon avec le champ mésonique pseudoscalaire mixte  $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$  est fixée par l'hamiltonien

$$\begin{aligned}
 H^{(1)} = & \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 \int dv \left[ \pi_{\alpha}^2 + \varphi_{\alpha}(\mu^2 - \Delta)\varphi_{\alpha} \right] \\
 & + \sqrt{4\pi} \left( \frac{f}{\mu} \right) \sum_{\alpha,j=1}^3 \sigma_j \tau_{\alpha} \int dv U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) \frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_j}
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'approximation à couplage fort calcule les solutions  $|k\rangle$  et l'énergie  $E_k$  de l'équation

$$H^{(1)}|k\rangle = E_k|k\rangle \quad (2.3)$$

en les développant suivant les puissances décroissantes de  $f^2$ , le premier terme étant proportionnel à  $f^2$ . Si  $E_0$  désigne l'énergie minimale du système (2.2), on trouve aux environs de ce minimum une suite d'états propres

$$|j, m; t, t_3\rangle \quad t = j \quad Q = t_3 + \frac{1}{2} \quad j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \quad (2.4)$$

$j$  désignant le spin et  $m$  sa composante  $z$ ,  $t$  l'isospin et  $Q$  la charge. L'énergie en est donnée par

$$E_j = E_0 + \omega_j = E_0 + [j(j+1) - \frac{3}{4}] \frac{E_r}{3} \quad (2.5)$$

et l'on a en particulier

$$E_{1/2} = E_0 \quad E_{3/2} - E_{1/2} = E_r \quad (2.5')$$

Il est naturellement tentant d'utiliser ce qui précède pour représenter  $\Delta(1236)$ . Pour cela il faut choisir

$$E_r \simeq 300 \text{ MeV} \quad (2.6)$$

C'est une hypothèse phénoménologique. En effet, ce terme calculé à l'aide d'un couplage fort possède une valeur différente de (2.6). Mais dans la série des termes représentant  $E_k$ , c'est le troisième (il est proportionnel à  $f^{-2}$ ). Si l'on admet que sa forme quantique, conditionnée par les groupes d'invariance de  $H^{(1)}$  (2.2), est vraisemblable, il est moins raisonnable d'en admettre la valeur numérique. Une deuxième hypothèse phénoménologique consiste à ignorer les états  $j = t > \frac{3}{2}$ .

### B. Le système de deux nucléons

Chaque nucléon est représenté par une fonction de forme  $U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_N)$   $N = 1, 2$  le localisant aux environs de  $\mathbf{x}_N$ . On a choisi pour l'hamiltonien du système  $H^{(2)}$

$$\begin{aligned}
 H^{(2)} = & \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 \int dv \left[ \pi_{\alpha}^2 + \varphi_{\alpha}(\mu^2 - \Delta)\varphi_{\alpha} \right] \\
 & + \sqrt{4\pi} \left( \frac{f}{\mu} \right) \sum_{N=1}^2 \sum_{\alpha,j=1}^3 \sigma_j^{(N)} \tau_{\alpha}^{(N)} \int dv U(\mathbf{x} - \mathbf{x}_N) \frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_j}
 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Il fournit une énergie  $2E_0$  lorsque la distance

$$r = |\mathbf{x}| \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 \quad (2.8)$$

devient infinie. Cette énergie du système est complétée par un terme principal en  $f^2$  lorsque  $r$  est fini. Ce terme sert à définir l'énergie potentielle de deux nucléons

$$V(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) = -\mu \left(\frac{f}{\mu}\right)^2 \sum_{\alpha=1}^3 (\mathbf{e}_\alpha^{(1)} \cdot \nabla^{(1)}) (\mathbf{e}_\alpha^{(2)} \cdot \nabla^{(2)}) W(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \quad (2.9)$$

$$W(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) = \int dv' dv'' U(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_1) \frac{e^{-\mu|\mathbf{x}'' - \mathbf{x}'|}}{\mu|\mathbf{x}'' - \mathbf{x}'|} U(\mathbf{x}'' - \mathbf{x}_2) \quad (2.10)$$

Les opérateurs  $\mathbf{e}_\alpha^{(1)}$  et  $\mathbf{e}_\alpha^{(2)}$  qu'on trouve dans (2.9) sont caractéristiques des approximations à couplage fort. Ils proviennent de la règle selon laquelle (cf. par exemple [15])

$$\sigma_j^{(N)} \tau_\alpha^{(N)} \xrightarrow{f^2 \rightarrow \infty} -(e_\alpha^{(N)})_j \quad (2.11)$$

On décompose le potentiel (2.9) en potentiel central et tensoriel :

$$V(\mathbf{z}) = \mu \frac{f^2}{9} [3\Omega \mathcal{F}(z) + 9\Theta \mathcal{G}(z)] \quad (2.12)$$

$$\mathbf{z} = \mu \mathbf{x} \quad z = |\mathbf{z}| \quad (2.13)$$

$$\mathcal{F}(z) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{z} \left[ \int_0^\infty \frac{k dk}{\mu^2 + k^2} v^2(k) \sin\left(\frac{kz}{\mu}\right) - \frac{1}{\mu^2} \int_0^\infty k dk v^2(k) \sin\left(\frac{kz}{\mu}\right) \right] \quad (2.14)$$

$$\mathcal{G}(z) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{d^2}{dz^2} - \frac{1}{z} \frac{d}{dz} \right) \frac{1}{z} \int_0^\infty \frac{k dk}{\mu^2 + k^2} v^2(k) \sin\left(\frac{kz}{\mu}\right) \quad (2.15)$$

$$\Omega = \sum_{\alpha=1}^3 (\mathbf{e}_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{e}_\alpha^{(2)}) \quad (2.16)$$

$$\Theta = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{(\mathbf{e}_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{z})(\mathbf{e}_\alpha^{(2)} \cdot \mathbf{z})}{z^2} - \frac{\Omega}{3} \quad (2.17)$$

Les opérateurs (2.16) et (2.17) sont bien connus. Avec les notations de M. Fierz [16], on a

$$e_{j\rho} = x_{\rho j} \quad (2.18)$$

$$\Theta + \frac{\Omega}{3} = T \quad (2.19)$$

Pour définir la constante de couplage renormalisée  $f_r^2$ , on procède comme suit : si l'on choisit pour  $E_r$  une valeur infinie, on constate aisément que  $V$  (2.12) prend la forme OPE lorsque  $r$  est grand. Cela fixe par correspondance

$$f_r^2 = f^2/9 \quad (2.20)$$

On introduit pour l'ensemble de deux nucléons l'opérateur isobarique phénoménologique du système à partir de (2.5)

$$\omega_{\text{isob}}^{(1,2)} = \omega_{j_1} + \omega_{j_2} \quad (2.21)$$

Cela permet d'écrire l'hamiltonien du système de deux nucléons dans le C.M.

$$H = -\frac{\Delta}{2M^*} + \omega_{j_1} + \omega_{j_2} + V(z) \quad (2.22)$$

où  $M^*$  désigne la masse réduite du système des deux nucléons  $NN$  (ou des configurations  $N\Delta$  et  $\Delta\Delta$ ).

Ce modèle est non-relativiste. Plusieurs travaux ont démontré l'importance de corrections relativistes [17] et ont tenté d'en dégager la forme. On doit admettre que seule une théorie relativiste de l'interaction, qui n'est pas réalisable actuellement, en déterminera les termes exacts. Compte-tenu de cette situation, nous avons essayé de corriger phénoménologiquement (2.22) en modifiant (2.9) de la manière suivante: nous avons admis que la constante d'interaction renormalisée  $f_r^2$  (2.20) dépendait de l'énergie  $E_{CM}$  (énergie dans le C.M. du système,  $E_{CM} = E_{lab}/2$  dans les processus de diffusion) suivant la formule:

$$f_r^2(E_{CM}) = f_r^2(0) \left[ \frac{M}{M + E_{CM}} \right]^2 \quad (2.23)$$

où  $M$  désigne la masse du nucléon. Cela signifie qu'à la place de (2.9) nous utiliserons le potentiel

$$V(\mathbf{x}) = -\mu \left( \frac{f_r^2(E_{CM})}{\mu^2} \right) \sum_{\alpha=1}^3 (\mathbf{e}_\alpha^{(1)} \cdot \nabla^{(1)}) (\mathbf{e}_\alpha^{(2)} \cdot \nabla^{(2)}) W(\mathbf{x}) \quad (2.24)$$

Cette correction phénoménologique est importante (cf. conclusions). Mais, à notre avis, malgré son efficacité, elle ne doit pas être surestimée. (C'est pourquoi nous n'avons pas jugé bon de l'exprimer en fonction de l'énergie totale  $s$  du système dans le C.M.) Précisons aussi que, lorsqu'il sera question dans ce travail de la constante  $f_r^2$ , nous entendrons toujours:

$$f_r^2 = f_r^2(0) \quad (2.25)$$

Il reste à introduire le cœur dont les propriétés ont été fixées sous  $e$ . Nous avons choisi comme fonction de source

$$U(\mathbf{z}) = C e^{-\alpha z^2} \quad (2.26)$$

où  $\alpha$  est un paramètre numérique qui en définit l'extension. On sait que pour les états à  $L$  pair du système de deux nucléons, (2.26) détermine dans (2.24) un potentiel répulsif mou. Il a été complété par un cœur dur de dimension  $r_c \lesssim 0.2$  f obtenu en remplaçant (2.24) par un potentiel infini pour  $r < r_c$ . Contrairement à ce que l'on pourrait imaginer, la forme de la fonction choisie pour (2.26) est secondaire, seule son extension est déterminante (travail à paraître). Cette extension peut être définie par

$$\langle \mathbf{x}^2 \rangle = \frac{3}{2} (1.4)^2 \frac{1}{\alpha} \quad (2.27)$$

### 3. Le deuton

Parmi les nombreux tests auxquels on soumet tout modèle, le deuton occupe une place privilégiée, d'abord en raison de la précision des mesures, ensuite parce qu'il permet d'explorer l'interaction nucléon-nucléon dans une région étendue de l'espace, enfin parce qu'il permet de fixer les constantes phénoménologiques qui caractérisent le modèle.

Nous avons retenu les trois mesures principales du deuton: l'énergie de liaison  $\varepsilon$  [18], le moment quadrupolaire  $Q$  [19, 20] et la portée effective  $\rho_t(-\varepsilon, -\varepsilon)$  [18].



$$\begin{aligned}\varepsilon &= 2.224\,644 \pm 0.000\,046 \text{ MeV} \\ Q &= (2.860 \pm 0.015) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2 \text{ [19]} \\ \rho_t &= 1.756 \pm 0.006 \text{ f}\end{aligned}\quad (3.1)$$

Elles servent à déterminer, à l'aide du modèle, la meilleure combinaison des trois paramètres  $\alpha$  (2.26),  $r_c$  et  $f_r^2$  (2.20). On les calcule d'abord en donnant à  $\varepsilon$  la valeur expérimentale (3.1). Pour

$$\begin{aligned}\alpha &= 11 \\ r_c &= 0.20071 \text{ f}^2) \\ f_r^2 &= 0.0784\end{aligned}\quad (3.2)$$

on trouve

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{th}} &= \varepsilon_{\text{exp}} \\ Q_{\text{th}} &= (2.854) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2 \\ \rho_{\text{th}} &= 1.772 \text{ f}\end{aligned}\quad (3.3)$$

Le calcul est conduit de la manière suivante: à l'hamiltonien (2.22) correspond l'équation de Schrödinger

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad (3.4)$$

dont on recherche l'état d'énergie minimale. C'est un problème bien connu [16, 21]. On définit les intégrales premières du système:

$$\mathbf{S} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 \quad \text{le spin total} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2 \quad \text{l'isospin total} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad \text{le moment cinétique total dans le C.M., L désignant le moment orbital dans le C.M.} \quad (3.7)$$

Le potentiel (2.12) est manifestement invariant de parité: les états à  $L$  pair et impair sont séparés. L'état général  $|\Psi\rangle$  de (3.4) est décomposé suivant les fonctions spin-angles  $|S, L, j_1, j_2\rangle$

$$|\Psi\rangle = \sum_{SLj_1j_2} \frac{F_{SLj_1j_2}(r)}{r} |S, L, j_1, j_2\rangle \quad (3.8)$$

L'analyse du système montre qu'à côté des composantes  ${}^3S_1$  et  ${}^3D_1$  du deuton on trouve les états isobariques de charge 2 et d'énergie  $2E_r \simeq 600$  MeV. On vérifie sans difficulté que ces états, notés selon la nomenclature habituelle, sont:

$${}^3S_1^{**} \quad {}^3D_1^{**} \quad {}^7D_1^{**} \quad {}^7G_1^{**} \quad (3.9)$$

On a ignoré l'état  ${}^3D_1^{**}$  dont la probabilité est négligeable. La recherche mathématique des solutions de (3.4) a présenté des difficultés. Tous les algorithmes qui se révélèrent si efficaces dans (I), lorsque le cœur est dur, ont dû être remplacés. On a largement testé ceux qui ont été mis au point:

- a) sur le deuton à deux composantes (sans isobare) où ils se sont révélés plus maniables et aussi précis que ceux proposés par Lovitch et Rosati [22].

<sup>2)</sup> Les cinq décimales attribuées à  $r_c$  relèvent d'exigences dues à la technique de programmation choisie et non d'une précision numérique nécessaire.

- b) sur le deuton à isobares et cœur dur pour lequel ils conduisent plus rapidement aux résultats publiés dans (I).

Table I

Valeurs du moment quadrupolaire  $Q$  et de la portée effective  $\rho_t$  du deuton, calculées à partir du modèle, pour différents paramètres  $\alpha$  et  $r_c$  caractérisant le cœur et pour différentes constantes de couplage  $f_r^2$ .

$r_c$ (f)	$\alpha$	$f_r^2$	$Q$ ( $10^{-27}$ ) ( $\text{cm}^2$ )	$\rho_t$ (f)	$P_{^3D_1^{**}}$ (%)	$P_{^7D_1^{**}}$ (%)	$P_{^3S_1^{**}}$ (%)	$P_{^7G_1^{**}}$ (%)
0.17214	10.0	0.0826	2.956	1.808	5.794	0.411	0.228	0.032
	10.5	0.0796	2.877	1.786	5.679	0.422	0.230	0.032
	11.0	0.0768	2.803	1.759	5.572	0.432	0.232	0.032
0.20071	11.0	0.0784	2.854	1.772	5.697	0.436	0.184	0.033
0.14357	11.0	0.0754	2.751	1.737	5.443	0.427	0.292	0.030

On relève que la valeur de  $f_r^2$  ( $f_r^2 = 0.0784$ ) obtenue pour  $\alpha = 11.0$  et  $r_c = 0.20071$  f est en excellent accord avec la constante  $f_r^2$  de la diffusion pion-nucléon [5] ( $f_r^2 = 0.810 \pm 0.0030$ ,  $f_r^2 = 0.0816 \pm 0.0029$ ). Elle fournit de très bonnes valeurs de  $Q$  et  $\rho_t$ . Le table I montre qu'à la valeur expérimentale de  $\rho_t$ , comme aussi aux valeurs plus anciennes de  $Q$  [20], correspondent des valeurs acceptables de  $f_r^2$ , obtenues avec des paramètres  $\alpha$  et  $r_c$  voisins de (1.1). Le modèle établit donc une bonne coordination théorique entre  $\varepsilon$ ,  $Q$  et  $\rho_t$ , et cela pour des valeurs  $f_r^2$  proches de celles de la diffusion pion-nucléon. Pour savoir si ce résultat tient à un heureux hasard ou s'il est lié aux caractéristiques du modèle, il convient d'étendre les tests aux mesures de diffusion.

#### 4. Les états singulets pairs

Dès que l'on souhaite élargir le test du deuton il faut recourir aux expériences de diffusion-polarisation effectuées avec deux nucléons. Leur analyse habituelle sous forme d'ondes partielles se traduit par des déphasages donnés en fonction de l'énergie. En conformité avec ce qui fut exposé aux sections 1 et 2, nous nous bornerons à des énergies  $0 \leq E_{\text{lab}} \leq 320$  MeV et nous choisirons les déphasages des singulets pairs  $^1K_0$ ,  $^1D_2$  et  $^1G_4$  ( $S = 0$ ,  $T = 1$ ) pour les raisons suivantes:

- Les déphasages  $^1K_0$ ,  $^1D_2$  et  $^1G_4$  proviennent de la diffusion-polarisation  $p-p$  et sont mesurés précisément dans le domaine d'énergie considéré. (Même si les analyses de Livermore [2] et de Yale [3] diffèrent encore quelque peu pour certaines énergies, 320 MeV par exemple.)
- Ces déphasages diffèrent très largement ( $\gamma$  compris  $^1G_4$ ) de ceux que donnerait un potentiel OPE. Ils permettent donc de tester le potentiel proposé (2.24).
- Dans l'analyse des expériences, ces déphasages sont peu sensibles à l'élimination préalable des déphasages périphériques réalisée à l'aide d'une approximation OPE [23].

- d) Il n'existe pas de potentiel d'interaction spin-orbite comme cela semble être le cas pour les déphasages  $^3P$ . (Dans toute théorie à potentiel statique, un tel potentiel nécessite de nouvelles constantes phénoménologiques.)

L'extension logique du test consiste à calculer les déphasages  $^1K_0$ ,  $^1D_2$  et  $^1G_4$  à partir de (3, 4, . . . , 8). Puisqu'il s'agit de diffusion  $p$ - $p$  il faut ajouter à l'hamiltonien (2.22) le potentiel coulombien avec les modifications bien connues qu'il entraîne pour la recherche des déphasages [24].

L'analyse des fonctions de diffusion  $|\Psi\rangle$ ,  $E > 0$  de (3.4), où l'on a ajouté le potentiel de Coulomb, montre qu'à côté des fonctions oscillantes principales  $^1K_0$ ,  $^1D_2$  et  $^1G_4$  apparaissent des états isobariques du type  $N\Delta$  et  $\Delta\Delta$ . Notés suivant la nomenclature usuelle (l'astérisque désignant les états  $N\Delta$ , le double astérisque les états  $\Delta\Delta$ ), ces états complémentaires sont:

$$\text{pour } ^1K_0: \quad ^5D_0^* \quad ^1S_0^{**} \quad ^5D_0^{**} \quad (4.1)$$

$$\text{pour } ^1D_2: \quad ^5S_2^* \quad ^5D_2^* \quad ^5G_2^* \quad ^1D_2^{**} \quad ^5S_2^{**} \quad ^5D_2^{**} \quad ^5G_2^{**} \quad (4.2)$$

$$\text{pour } ^1G_4: \quad ^5G_4^* \quad ^5D_4^* \quad ^5I_4^* \quad ^1G_4^{**} \quad ^5G_4^{**} \quad ^5D_4^{**} \quad ^5I_4^{**} \quad (4.3)$$

Table II  
Déphasages  $\delta_E(E = E_{lab})$  en fonction de  $f_r^2$ , calculés à partir du modèle et comparés aux résultats expérimentaux de Livermore et de Yale ( $\alpha = 11.0$ ,  $r_c = 0.20071$  f)

	$f_r^2$	$\delta_8^0$	$\delta_{30}^0$	$\delta_{60}^0$	$\delta_{100}^0$	$\delta_{140}^0$	$\delta_{200}^0$	$\delta_{320}^0$
$^1K_0$	0.075	56.60	45.15	33.38	22.07	13.48	3.58	-10.02
	0.078	66.70	50.37	37.05	24.83	15.72	5.34	-8.84
	0.081	77.93	55.99	40.98	27.79	18.13	7.23	-7.56
	Analyse de L.	55.48	46.70	35.84	25.04	16.84	7.12	-8.60
	Analyse de Y.	55.44	46.22	35.46	25.55	17.65	7.33	-8.38
$^1D_2$	0.075		0.91	2.09	3.66	5.12	6.92	9.03
	0.078		0.96	2.22	3.91	5.49	7.45	9.74
	0.081		1.01	2.36	4.18	5.90	8.03	10.50
	Analyse de L.		0.92	2.12	3.73	5.22	7.10	9.58
	Analyse de Y.		1.10	2.35	3.63	5.13	6.95	10.23
$^1G_4$	0.075				0.39	0.57	0.81	1.25
	0.078				0.41	0.60	0.85	1.33
	0.081				0.43	0.63	0.90	1.40
	Analyse de L.				0.44	0.64	0.91	1.37
	Analyse de Y.				0.41	0.61	0.99	1.15

Les algorithmes mis au point pour rechercher les solutions de diffusion de l'équation de Schrödinger (3.4) (dans laquelle on a ajouté le potentiel de Coulomb décrivant la répulsion  $p-p$ ) se sont révélés très efficaces. Ils permettent la détermination des déphasages avec une précision comparable à celle que l'on obtient pour les calculs du deuton.

Dans une première étape on a calculé les déphasages  ${}^1K_0$ ,  ${}^1D_2$  et  ${}^1G_2$  en choisissant pour  $\alpha$  et  $r_c$  la combinaison déterminée à l'aide du deuton (3.3) et en variant  $f_r^2$ . On obtient ainsi la table II.

Un premier examen du tableau montre qu'avec des constantes  $f_r^2$  voisines de celle que fournit le deuton  $(f_r^2)_d = 0.0784$ , on peut représenter tous les déphasages expérimentaux de  ${}^1K_0$ ,  ${}^1D_2$  et  ${}^1G_4$ . Cette constatation suggère un test tout à fait nouveau du modèle, test que nous allons exposer.

Les 17 déphasages expérimentaux  ${}^1K_0$ ,  ${}^1D_2$  et  ${}^1G_4$  retenus, les trois mesures liées au deuton  $\varepsilon$ ,  $Q$ ,  $\rho_t$  auxquelles on joindra  $\rho_s$  vont être considérées comme 21 mesures indépendantes, destinées à déterminer statistiquement  $f_r^2$ . Ayant fixé un couple de valeurs  $\alpha$  et  $r_c$ , on recherche pour chacune de ces 21 mesures la valeur théorique de la constante de couplage fournie par le modèle. On définit aussi la moyenne partielle à énergie fixe :

$$[f_r^2]_E = \frac{1}{3} \{ f_r^2({}^1K_0) + f_r^2({}^1D_2) + f_r^2({}^1G_4) \} \quad (4.4)$$

Table III

Valeurs de la constante  $f_r^2$  calculées à partir du modèle et correspondant aux 17 déphasages expérimentaux choisis. ( $\alpha = 11.0$ ,  $r_c = 0.20071$  f)

		$E_{\text{lab}}$ (MeV)						
		8	30	60	100	140	200	320
Livermore	${}^1K_0$	0.0748	0.0759	0.0769	0.0781	0.0793	0.0809	0.0785
	${}^1D_2$		0.0754	0.0756	0.0757	0.0757	0.0759	0.0774
	${}^1G_4$				0.0824	0.0826	0.0819	0.0799
	Valeurs moyennes $[f_r^2]_E$				0.0787	0.0792	0.0795	0.0786
Yale	${}^1K_0$	0.0749	0.0756	0.0768	0.0785	0.0800	0.0812	0.0790
	${}^1D_2$		0.0872	0.0812	0.0766	0.0750	0.0751	0.0798
	${}^1G_4$				0.0779	0.0794	0.0869	0.0710
	Valeurs moyennes $[f_r^2]_E$				0.0776	0.0781	0.0810	0.0766

L'adaptation des grandeurs  $\varepsilon$ ,  $Q$ ,  $\rho_t(-\varepsilon, -\varepsilon)$  du deuton aux valeurs expérimentales respectives fournit trois valeurs différentes de la constante de couplage  $f_r^2$

$$\begin{aligned}
 \text{énergie de liaison } \varepsilon: & \quad f_r^2 = 0.0784 \\
 \text{moment quadropolaire } Q: & \quad f_r^2 = 0.0782 \\
 \text{portée effective } \rho_t: & \quad f_r^2 = 0.0789
 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Pour le calcul de  $^1S_0$  à énergie zéro<sup>3</sup>), on détermine la constante de couplage qui fixe la portée effective [25]  $\rho_s = 2.84 \pm 0.003$  f. On obtient dans ce cas :

$$f_r^2 = 0.0740 \quad (4.6)$$

L'ensemble des valeurs (Table III (4.5 et 4.6)) fournit, pour chacune des analyses expérimentales de Livermore et de Yale, une valeur moyenne et un écart quadratique.

$$\text{Livermore: } \langle f_r^2 \rangle = 0.0780 \quad \Delta f_r^2 = 0.0025 \quad (4.7)$$

$$\text{Yale: } \langle f_r^2 \rangle = 0.0784 \quad \Delta f_r^2 = 0.0038 \quad (4.8)$$

Ce résultat intéressant (on notera aussi la remarquable coïncidence des valeurs moyennes  $[f_r^2]$  (4.4) associées aux analyses faites à une seule énergie) peut donner lieu à la critique suivante: il est essentiellement tributaire du choix des valeurs fixes  $\alpha = 11$  et  $r_c = 0.20071$  f choisies à partir du deuton. Que devient-il si l'on varie ces paramètres? Pour y répondre nous avons élargi encore une fois notre recherche. Nous avons choisi une grille de valeurs  $\alpha$  et  $r_c$ , et nous avons répété le calcul précédent pour chaque couple  $\alpha$  et  $r_c$ : détermination des valeurs  $f_r^2$  pour chacune des 21 mesures individuelles, calcul de la valeur moyenne, calcul de l'écart quadratique. On obtient ainsi une grille de valeurs moyennes et d'écarts quadratiques donnés en fonction des deux paramètres  $\alpha$  et  $r_c$

$$\langle f_r^2 \rangle(\alpha, r_c) \quad \Delta f_r^2(\alpha, r_c) \quad (4.9)$$

La section suivante est réservée à l'exposé des résultats et à leur discussion.

## 5. Résultats et conclusions

On a réalisé une exploration étendue de  $\langle f_r^2 \rangle$  et de  $\Delta f_r^2$  en fonction des deux paramètres  $\alpha$  et  $r_c$  qui caractérisent le cœur dans notre modèle. Le but était de constater l'existence d'un minimum de  $\Delta f_r^2$ , en fonction de  $\alpha$  et  $r_c$ , de le localiser et d'en étudier le voisinage.

Afin de tenir compte des analyses différentes de Livermore et de Yale, établies à partir des données expérimentales [2, 3], il nous a paru nécessaire de réaliser deux grilles indépendantes, l'une pour Livermore (Table IV), l'autre pour Yale (Table V), que l'on trouve ci-dessous et qui servent de base à nos conclusions.

Pour chaque couple de valeurs  $\alpha$  et  $r_c$ , on a indiqué: la valeur moyenne  $\langle f_r^2 \rangle$  et l'écart quadratique  $\Delta f_r^2$  correspondant (calculés à partir des 21 données des analyses de Livermore ou de Yale). On a ajouté l'erreur relative de  $\Delta f_r^2$  en %.

On constate d'abord qu'il existe un minimum de l'erreur relative pour chacune des deux analyses. Ce qui est surprenant, c'est que la position de ce minimum est la même pour l'analyse de Livermore et pour celle de Yale. De plus, bien que les écarts quadratiques diffèrent pour les deux versions, les deux surfaces  $\Delta f_r^2$  possèdent la même structure. Enfin, les valeurs moyennes  $\langle f_r^2 \rangle$  aux environs du minimum sont pratiquement les mêmes et surtout ces valeurs recouvrent les valeurs usuelles de  $f_r^2$  fournies par la diffusion pion-nucléon et les déphasages périphériques [2, 5, 26].

Pour chacune des deux grilles, on a déterminé par interpolation quadratique les coordonnées du minimum ainsi que les valeurs correspondantes de  $\langle f_r^2 \rangle$  et de  $\Delta f_r^2$ , et on a calculé aux environs du minimum une valeur plus précise de  $\langle f_r^2 \rangle$ :

<sup>3</sup>) Diffusion  $n-n$ .

## Position et caractéristiques du minimum de la grille de Livermore

$$\begin{aligned} \alpha &= 10.8 & \langle f_r^2 \rangle &= 0.0783 \\ r_c &= 0.19 \text{ f} & \Delta f_r^2 &= 0.0025 \end{aligned} \quad (5.1)$$

## Position et caractéristiques du minimum de la grille de Yale

$$\begin{aligned} \alpha &= 10.8 & \langle f_r^2 \rangle &= 0.0788 \\ r_c &= 0.19 \text{ f} & \Delta f_r^2 &= 0.0038 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Valeur particulière de  $\langle f_r^2 \rangle$  aux environs du minimum

$$\begin{aligned} \alpha &= 10.5 & \langle f_r^2 \rangle &= 0.0785 \\ r_c &= 0.17214 & \Delta f_r^2 &= 0.0024 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Ainsi, malgré les différences parfois sensibles des deux versions de Livermore et de Yale, leur analyse à l'aide de notre modèle conduit aux mêmes valeurs  $\langle f_r^2 \rangle_{\min}$ ,  $\alpha_{\min}$  et  $(r_c)_{\min}$  et confirme les déterminations obtenues à l'aide du deuton. De plus, l'écart quadratique aux environs du minimum (3.2% pour Livermore, 4.8% pour Yale) paraît valider l'hypothèse émise à la section 4: le modèle coordonne les données analytiques de Livermore ou de Yale de manière suffisamment précise pour que l'on puisse utiliser chacune de ces données individuelles pour déterminer la constante de couplage renormalisée  $f_r^2$ . La publication prochaine d'une analyse plus étendue, relative à l'ensemble des données des singulets et triplets pairs ( $L$  pair,  $S = 0, 1$ )

Table IV  
Valeurs moyennes  $\langle f_r^2 \rangle$  et écarts quadratiques  $\Delta f_r^2$  calculés à partir du modèle et à l'aide de l'analyse de Livermore

$r_c(f) \backslash \alpha$	9	10	11	12
0.08643	0.0812 ± 0.0047 (5.8%)			
0.11500		0.0776 ± 0.0040 (5.1%)		
0.14357	0.0845 ± 0.0047 (5.5%)		0.0750 ± 0.0044 (5.8%)	
0.17214		0.0807 ± 0.0026 (3.2%)		0.0729 ± 0.0053 (7.3%)
0.20071	0.0881 ± 0.0082 (9.3%)		0.0779 ± 0.0025 (3.2%)	
0.22928		0.0840 ± 0.0059 (7.1%)		0.0759 ± 0.0034 (4.5%)
0.25786			0.0810 ± 0.0050 (6.2%)	
0.28643				0.0790 ± 0.0047 (5.9%)

Table V  
Valeurs moyennes  $\langle f_r^2 \rangle$  et écarts quadratiques  $\Delta f_r^2$  calculés à partir du modèle et à l'aide de l'analyse de Yale

$r_c$ (f) \ $\alpha$	9	10	11	12
0.08643	$0.0816 \pm 0.0056$ (6.9%)			
0.11500		$0.0779 \pm 0.0050$ (6.4%)		
0.14357	$0.0843 \pm 0.0057$ (6.8%)		$0.0754 \pm 0.0053$ (7%)	
0.17214		$0.0810 \pm 0.0038$ (4.7%)		$0.0734 \pm 0.0059$ (8%)
0.20071	$0.0885 \pm 0.0087$ (9.8%)		$0.0784 \pm 0.0038$ (4.8%)	
0.22928		$0.0843 \pm 0.0066$ (7.8%)		$0.0763 \pm 0.0043$ (5.6%)
0.25786			$0.0815 \pm 0.0057$ (7%)	
0.28643				$0.0794 \pm 0.0054$ (6.8%)

confirme ce résultat (sur la base de 50 à 60 données tirées de l'expérience et pour le même domaine d'énergie allant de 0 à 320 MeV<sub>lab</sub>).

Au vu des résultats précédents (5.1, 5.2 et 5.3), on pourrait être tenté d'attribuer au couple  $(\alpha)_{\min}$  et  $(r_c)_{\min}$  une réalité objective. Nous ne pensons pas qu'il faille franchir ce pas. L'ensemble  $(\alpha)_{\min}$  et  $(r_c)_{\min}$  constitue sans doute une représentation adéquate du phénomène 'cœur nucléonique' pour les ondes partielles à  $L$  pairs et dans l'intervalle d'énergie utilisé. Mais la structure déjà explorée du nucléon s'est révélée beaucoup trop complexe pour que l'on puisse se contenter d'une simplification aussi draconienne.

On peut critiquer le postulat d'équiprobabilité que nous avons appliqué aux différentes données des deux analyses de Livermore ou de Yale. On sait bien que les mesures du deuton, comme aussi certains déphasages sont connus avec une précision beaucoup plus grande que d'autres que nous utilisons. Un examen approfondi a confirmé ce qui semble plausible: des moyennes pondérées appliquées aux différentes mesures ne donneraient pas des résultats sensiblement différents de ceux qui précèdent. Notre calcul statistique qui pénalise les bonnes mesures a pour effet d'exagérer  $\Delta f_r^2$ .

En ce qui concerne les éléments phénoménologiques, on peut les classer en deux groupes: A) ceux qui influencent de manière décisive les résultats, B) ceux dont la variation ne modifie pratiquement pas ces mêmes résultats.

A. Deux hypothèses phénoménologiques se révèlent indispensables: la description du cœur à l'aide des deux paramètres  $\alpha$  et  $r_c$  ( $r_c \lesssim 0.2$  f) et la loi de variation

de  $f_r^2$  en fonction de l'énergie  $E_{CM}$  (2.23). (Si l'on admet une valeur  $f_r^2$  indépendante de  $E_{CM}$ , la représentation des données analytiques de Livermore ou de Yale nécessite plusieurs paramètres supplémentaires [27].) A notre avis, il ne faut pas interpréter ce fait en attribuant à (2.23) un contenu définitif. La variation de  $f_r^2$  en fonction de  $E_{CM}$  représente probablement, de manière simplifiée mais efficace, les corrections relativistes dans le domaine des énergies envisagées.

B. Parmi les facteurs phénoménologiques moins importants nous citerons:

- 1) la valeur de  $E_r$  (2.6) (il s'est avéré que le modèle ne donne pas des résultats sensiblement différents lorsqu'on varie  $E_r$  de 10%).
- 2) le choix pour la masse des mésons  $\pi$  de la valeur moyenne des masses des trois mésons  $\pi$ .
- 3) l'introduction explicite de la masse  $\Delta(1236)$  dans le calcul des masses réduites  $M^*$  de l'équation de Schrödinger (3.4).

Quant aux états isobariques construits à l'aide de  $\Delta(1236)$ , il semble que ce soit leur virtualité qui est importante. Dans (I), lors de l'étude du singulet  $^1S_0$ , on avait négligé les états isobariques  $\Delta\Delta$ , ne retenant que les états d'excitation  $N\Delta$ . Cette recherche a montré qu'une telle simplification entraînait des différences numériques non négligeables.

Il convient d'insister sur la nécessité d'appliquer aux systèmes de deux nucléons envisagés ici des algorithmes basés sur le schéma de Rarita-Schwinger. Une longue expérience nous a prouvé qu'un calcul de perturbations appliqué aux isobares conduit souvent à des résultats erronés. Les algorithmes mis au point pour calculer les différents résultats de ce travail sont totalement différents de ceux de (I). Ils feront l'objet d'une publication séparée.

Si l'on considère enfin les nombreuses recherches expérimentales destinées à établir l'existence d'états  $\Delta\Delta$  dans le deuton, il ressort de nos calculs (Table I) que ces états possèdent une probabilité totale inférieure à 0.7%. De plus, ils sont fortement diversifiés. Leur détection expérimentale est probablement plus délicate qu'on ne l'avait prévu.

En conclusion, il nous paraît nécessaire d'insister encore une fois sur le côté inattendu des résultats. Une recherche plus étendue touchant l'ensemble des états singulets et triplets pairs ( $S = 0, 1$ ;  $L$  pair), avec 50 à 60 mesures indépendantes, les a confirmés. Le modèle ne comprend que 3 paramètres dont  $f_r^2$ . La coordination qu'il établit entre toutes les mesures à  $L$  pair peut difficilement être attribuée au hasard. Cependant, nous n'avons pas trouvé jusqu'ici de justification théorique entièrement satisfaisante à cet état de fait, si peu conforme à la réalité complexe du nucléon.

Le Dr. Achour, directeur technique du Centre de calcul de Fribourg, nous a souvent aidés de ses conseils, ce dont nous le remercions vivement.

#### REFERENCES

- [1] M. J. MORAVCSIK, Rep. Prog. Phys. 35, 587 (1972). Chapitre 2.
- [2] M. H. MACGREGOR, R. A. ARNDT et R. M. WRITH, Phys. Rev. 182, 1714 (1969).
- [3] R. E. SEAMON *et al.*, Phys. Rev. 165, 1579 (1968).
- [4] P. SIGNELL, Advan. Nucl. Phys. 2, 223 (1969).
- [5] H. PILKUHN *et al.*, Nucl. Phys. B65, 480 (1973). G. EBEL *et al.*, Nucl. Phys. B33, 317 (1971). N. SZNAJDERHALD, Nucl. Phys. B48, 549 (1972).



- [6] M. J. MORAVCSIK, Rep. Prog. Phys. 35, 587 (1972). Appendix 3. Section 4.2. K. HOLINDE et R. MACHLEIDT, Nucl. Phys. A247, 495 (1975). R. DE TOURREIL *et al.*, Nucl. Phys. A242, 445 (1975). G. E. BOHANNON et P. SIGNELL, Phys. Rev. D10, 815 (1974).
- [7] M. J. MORAVCSIK, Rep. Prog. Phys. 35, 587 (1972). Section 3.2. T. HAMADA et I. D. JOHNSTON, Nucl. Phys. 34, 382 (1962). G. BREIT *et al.*, Phys. Rev. 128, 830 (1962). E. L. LOMON et H. FESHBACH, Ann. Phys. 48, 94 (1968). R. V. REID, Ann. Phys. 50, 411 (1968). R. A. BRYAN et A. GERSTEN, Phys. Rev. D6, 341 (1972). R. DE TOURREIL et D. W. L. SPRUNG, Nucl. Phys. A201, 193 (1973). A. P. S. SIROHI et M. K. SRIVASTAVA, Nucl. Phys. A201, 66 (1973). S. C. PIEPER et K. L. KOWALSKI, Phys. Rev. C5, 306 (1972).
- [8] H. ARENHOEVEL et H. J. WEBER, Springer Tracts in Mod. Phys. 65, 58 (1972).
- [9] C. P. HORNE *et al.*, Phys. Rev. Lett. 33, 380 (1974). H. BRAUN *et al.*, Phys. Rev. Lett. 33, 312 (1974). P. BENZ et P. SOEDING, Phys. Lett. B52, 367 (1974). M. J. EMMS *et al.*, Phys. Lett. B52, 372 (1974). H. J. WEBER, Phys. Rev. C9, 1771 (1974); Phys. Lett. B56, 21 (1975). N. R. NATH *et al.*, Phys. Rev. D10, 811 (1974); Phys. Rev. Lett. 26, 1404 (1971). L. KISSLINGER, Phys. Lett. B29, 211 (1969). A. KERMANN et L. KISSLINGER, Phys. Rev. 180, 1483 (1969).
- [10] H. ARENHOEVEL *et al.*, Nucl. Phys. A162, 12 (1971); Phys. Lett. B31, 109 (1970). H. ARENHOEVEL et M. DANOS, Phys. Lett. B28, 299 (1978).
- [11] A. HOURIET et C. A. HERITIER, Helv. Phys. Acta 35, 414 (1962).
- [12] S. OTSUKI, Sup. Prog. Theor. Phys. 41/42 (1968). K. A. BRUEKNER et J. L. GAMMEL, Phys. Rev. 128, 2267 (1962). Y. AKAISHI *et al.*, Prog. Theor. Phys. 36, 1135 (1966). M. ARADA *et al.*, Prog. Theor. Phys. 36, 1003 (1966). T. KASAHARA et R. TAMAGAKI, Prog. Theor. Phys. 37, 1338 (1967). M. ARADA, Prog. Theor. Phys. 38, 353 (1967). K. TAKADA *et al.*, Prog. Theor. Phys. 38, 144 (1967).
- [13] T. A. LASINSKI *et al.*, Rev. Mod. Phys. 45, s25 (1973).
- [14] G. WENTZEL, Rev. Mod. Phys. 19, 1 (1947). (Contient la bibliographie complète de tous les travaux parus jusqu'en 1947.) A. PAIS et R. SERBER, Phys. Rev. 105, 1636 (1957); Phys. Rev. 113, 955 (1959). C. DULLEMOND et F. J. VON DER LINDEN, Ann. Phys. 41, 372 (1967). M. BEDNAR et J. TOLAR, Nucl. B5, 255 (1968). R. RAMACHANDRAN, Phys. Rev. 139, B, 110 (1965). G. WENTZEL, Helv. Phys. Acta 41, 1259 (1968).
- [15] W. PAULI, *Meson Theory of Nuclear Forces*, Chap. VI (Interscience Publisher Inc., New York 1946).
- [16] M. FIERZ, Helv. Phys. Acta 17, 181 (1944); Helv. Phys. Acta 18, 158 (1945).
- [17] G. BREIT, Phys. Rev. 111, 652 (1958). S. MACHIDA, Sup. Prog. Theor. Phys. 39, 91 (1967).
- [18] L. HOUK, Phys. Rev. C3, 1899 (1971).
- [19] R. V. REID et M. L. VAIDA, Phys. Rev. Lett. 34, 1064 (1975); Phys. Rev. Lett. 29, 494 (1972).
- [20] P. SIGNELL et P. M. PARKER, Phys. Lett. B27, 264 (1968). J. P. AUFRAY, Phys. Rev. Lett. 6, 120 (1961); 'International Conference on Nucleon-Nucleon Interaction' Rev. Mod. Phys. 30, 611 (1967).
- [21] F. VILLARS, Helv. Phys. Acta 19, 323 (1946).
- [22] L. LOVITCH et S. ROSATI, Phys. Rev. 140, 877 (1965); Comput. Phys. Comm. 2, 353 (1971).
- [23] M. H. MACGREGOR *et al.*, Phys. Rev. 135, 628 (1966). R. A. ARNDT et M. H. MACGREGOR, Phys. Rev. 141, 873 (1966).
- [24] G. BREIT et R. D. HARACZ, *High Energy Physics*, Vol. I, p. 21 (Academic Press, New-York, London 1967).
- [25] M. MORAVCSIK, Rep. Prog. Phys. 35, 587 (1972). Section 3.4.
- [26] G. BREIT *et al.*, Proc. Nation. Acad. Sciences 68, 897 (1971).
- [27] X. BAGNOUD, *Thèse No 734* (Université de Fribourg 1975).