

Der Supercomputer und die wissenschaftliche Erkenntnis

Autor(en): **Reinsch, Karl-Gottfried**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **61 (1988)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-115928>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Der Supercomputer und die wissenschaftliche Erkenntnis

Karl-Gottfried Reinsch, Stuttgart

1.0 Einleitung

In diesem Übersichtsvortrag wird der Versuch unternommen, zunächst die Vorzüge des Supercomputers anhand von drei Anwendungen auf der CRAY-2 zu beschreiben, eine Klassifizierung nach Funktionen und Leistungskriterien sowie die Beschreibung des Umfeldes von Supercomputern vorzunehmen. Ein Beitrag zur Geschichte der rechnergestützten wissenschaftlichen Erkenntnis schließt sich an.

Der Vortrag bilanziert den positiven Abschluß eines langjährigen Prozesses, der sich die Einführung dieser neuen Qualität wissenschaftlichen Arbeitens zum Ziel gesetzt hatte.

2.0 Was ist ein Supercomputer?

Ist es der jeweils leistungsfähigste oder gar teuerste Rechner auf dem Markt? Gilt dieses, dann gibt es Supercomputer seit es Computer gibt. Die Rechenmaschine von Pascal, damals sicherlich der leistungsfähigste Computer und vermutlich auch der teuerste, wäre somit ein Supercomputer gewesen.

Hilfreicher ist dann schon folgende Definition: Der Supercomputer ist ein Rechner, bei dem die Engpässe der von Neumann'schen Architektur zugunsten einer höheren Leistung entschärft werden. Der Kunstgriff, mit dem dieses Ziel zu erreichen ist, ist fast trivial: Parallelisierung von Abläufen. Im von Neumann'schen Rechner können aufgrund der Architektur die einzelnen Programmschritte nur seriell ablaufen.

Definiert man den Supercomputer in der vorgeschlagenen Weise, dann ist der erste Supercomputer die CD 6600 der Firma Control Data. Der Beginn ernstzunehmender wissenschaftlicher Datenverarbeitung im Sinne des Computational Science in Europa ist daher gleichbedeutend mit der Installation dieser Maschine bei CERN in Genf vor ziemlich genau 20 Jahren.

Im folgenden werden an drei ausgewählten Beispielen die Einsatzmöglichkeiten des Supercomputers in der Forschung vorgestellt werden.

3.0 Ausgewählte Supercomputer-Anwendungen

3.1 Die Methode der Finiten Elemente

Die Methode der Finiten Elemente gehört zu den Anwendungen, die schon sehr früh nach leistungsfähigen Rechnern verlangte und deren Entwicklung maßgeblich beeinflusste. Konrad Zuse, ein Pionier auf dem Gebiet der Rechnerentwicklung, ist Bauingenieur.

Die im Jahr 1968 am Rechenzentrum der Universität Stuttgart installierte CD 6600 wurde fast ausschließlich durch das Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen (J. Argyris) für Berechnungen nach der Methode der Finiten Elemente genutzt (1). Die bei dieser Methode verwendete Diskretisierung erlaubt die Nachbildung auch komplexer Strukturen durch spezielle Strukturelemente. Ein in dieser Weise zerlegtes Gebilde kann anschließend als daraus abgeleitetes Modell berechnet werden.

Es leuchtet ein, daß die Feinmaschigkeit des Netzes und damit die Genauigkeit der Rechnung der Anzahl der Unbekannten direkt proportional ist und damit dem Aufwand an Rechenzeit. Ferner, daß bei dynamischer Beanspruchung eine große Anzahl von Rechenläufen, entsprechend der wechselnden Lasteinleitung, durchzuführen sind. Mit zunehmender Komplexität der zu berechnenden Modelle und erhöhten Genauigkeitsanforderungen der Ergebnisse steigen die Anforderungen hinsichtlich CPU-Leistung und Hauptspeicher. Den Zusammenhang zwischen Komplexität und Rechnerleistung veranschaulicht die folgende Abbildung (Abb. 1), wobei die Bandbreite von der Topologie des zu berechnenden Körpers abhängt (2).

Freiheitsgrad	Bandbreite		
	900	1800	2700
5000	5	10	15
10000	10	20	30
15000	15	30	45

Abb. 1: Berechnungssekunden auf einer CRAY-2 für die linearen Gleichungssysteme einer Rohrverzweigung. Quelle: E. Schrem (2)

Komplexe Konstruktionen von 100.000 und mehr Freiheitsgraden sind heute mit dem großen Hauptspeicher der CRAY-2 und der dazugehörenden Rechenleistung kosteneffizient berechenbar.

3.2 Computational Chemistry

Von der Makrostruktur der Finiten Elemente begeben wir uns in den Bereich der Mikrostruktur. Wenn auch jünger als die Geschichte der Materialver- und -bearbeitung, hat das Streben nach dem Verständnis der die Materialeigenschaften bestimmenden Einflußgrößen einen festen Platz in der Geschichte der Wissenschaft und deren Vorläufern. Ziel des damals wie heute theoretisch oder experimentell arbeitenden Wissenschaftlers ist es, Zusammenhänge zwischen der Beschaffenheit eines Materials - beispielsweise seiner Struktur - und dessen physikalischen Eigenschaften herzustellen. Auf diesem schwierigen Weg ist die Wissenschaft durch die Verwendung des Supercomputers in den zurückliegenden Jahren einige entscheidende Schritte weitergekommen. Vor einem Kreis von Physikern ist der Hinweis nicht ohne Delikatesse, daß es gerade sie sind, die mit Hilfe des "Trojanischen Pferdes" der Schrödinger-Gleichung in das Zentrum der präparativen Chemie eingedrungen sind.

Bekanntlich ist die Ermittlung der Elektronendichteverteilung ein aussagekräftiges Hilfsmittel für die Erklärung einer großen Anzahl physikalisch-chemischer Eigenschaften. Unter Zuhilfenahme des Supercomputers ist eine schnelle Lösung der Schrödinger-Gleichung möglich, so daß iterativ und unter der Annahme, daß die Struktur einer chemischen Verbindung identisch mit dem niedrigsten gesamtenergetischen Zustand des Moleküls ist, eine Strukturaufklärung mit vertretbarem Aufwand durchführbar wird. Die folgende Abbildung (Abb. 2) zeigt den Zusammenhang zwischen der Komplexität einer Struktur und dem dazu erforderlichen Rechenaufwand.

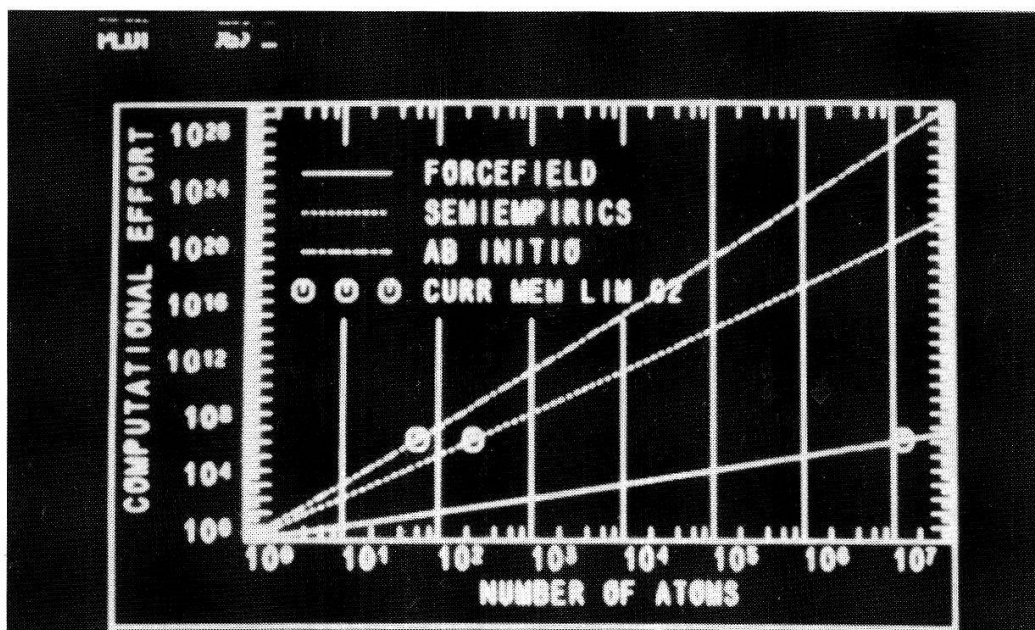


Abb. 2: Erforderliche Rechenleistung in Abhängigkeit von der Molekülgröße sowie den jeweils verwendeten Berechnungsverfahren (nach R. Rühle)

Die räumliche und farbliche Darstellungsmöglichkeit mehrerer Moleküle auf dem Bildschirm erlaubt es nun, chemische Umsetzungen in einer "virtuellen Retorte" durchzuführen. Damit ist eine völlig neue Qualität des präparativen Arbeitens möglich. In letzter Konsequenz bedeutet das, daß in der virtuellen Retorte experimentelle Bedingungen simuliert werden können, die außerhalb der im Labor darstellbaren Möglichkeiten liegen.

Die CRAY-2 des Rechenzentrums der Universität Stuttgart wird durch das Institut für Theoretische Chemie u.a. im Rahmen folgender Projekte in Anspruch genommen (3):

- Berechnung von Bindungslänge und Bindungsenergie einer Kohlenstoff-Phosphorverbindung des Typs Methylphosphan. Die dazu erforderliche Berechnung der Elektronendichteverteilung erfolgte nach der SCF Pseudopotentialmethode. Es konnte gezeigt werden, wie sich als Folge der Fluorierung Bindungsenergie und -abstand ausgehend von $\text{H}_3\text{C} - \text{PH}_2$ bis hin zu $\text{F}_3\text{C} - \text{CF}_2$ ändern.
- Ermittlung der Struktur des Komplexes $\text{Cu}_4 - \text{Sn}_4$. Auf dem Farbgrafikschirm läßt sich sehr überzeugend darstellen, wie die vier Kupferatome den an den Kanten des aus den Sn-Atomen gebildeten Tetraeders überbrücken.

3.3 Der Elektronische Windkanal

Unter dem Namen "Electronic Wind Channel" wird der Supercomputer im Flugzeugbau schon seit Jahren als numerisches Entwurfswerkzeug eingesetzt. Parallel zu den experimentellen Arbeiten im Windkanal gibt es in der Strömungsmechanik die traditionsreiche numerische Behandlung mit theoretischen Ansätzen. Bei der CFD (Computational Fluid Dynamic) ist in erster Linie die Lösung von Euler- und Navier-Stokes-Gleichungen Berechnungsgrundlage für das Verständnis der Strömungsvorgänge. Grenzen für die Lösung dieser theoretischen Ansätze setzen auch heute noch die Computer. Mit den Rechnern der Klasse CRAY-1 und CYBER 205 waren zweidimensionale Navier-Stokes-Gleichungen gerade noch mit vertretbarem Aufwand lösbar. Für die rechnerische Behandlung dreidimensionaler und reibungsbehafteter Strömungen ist erst die CRAY-2 leistungsstark genug. Unter Zuhilfenahme einiger Tricks gelingt eine akzeptable Annäherung an die Realität (4).

Analog zur Methode der Finiten Elemente werden hier umströmte Körper mit Hilfe eines Netzwerks diskretisiert. Über die Maschenweite und daraus resultierende Knotenanzahl kann dann der Bedarf an Rechenzeit sowie Speicher abgeschätzt werden. Wie die freundlicherweise von der Firma ETA zur Verfügung gestellten folgenden Bilder zeigen (Abb. 3 und 4), führt die Nachbildung der Realität bei zu grober Maschenweite zugunsten eines

verringerten Rechenaufwands nicht nur zur Verminderung der Aussagekraft sondern zu völlig anderen Ergebnissen.

Derzeit ist die rechnergestützte Gestaltung des sogenannten Laminarflügels Gegenstand intensiver wissenschaftlicher Anstrengungen. Das wissenschaftliche Interesse wird hierbei gleichzeitig von starkem wirtschaftlichem Interesse getragen. Ist doch die Treibstoffersparnis als Folge eines verlustärmeren Flügelprofils eine Konsequenz mit direkten Auswirkungen auf die Wettbewerbsfähigkeit konkurrierender Luftfahrtindustrien.

Die Strömungsvorgänge lassen sich besonders vorteilhaft mit den heutigen Möglichkeiten der Farbgrafik darstellen. Karl-Heinz Winkler (5) hat hier mit seinen Filmen Maßstäbe gesetzt.

Die Vorteile des "Supercomputational" Fluid Dynamics lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Genauere Berechnungen reduzieren die Anzahl von kostenaufwendigen Experimenten im Windkanal.
- Simulation von im Experiment nicht darstellbaren Umweltbedingungen.
- Es kann auf Modellversuche weitgehend verzichtet werden, weil die Genauigkeit der Berechnungsvorgänge die ohnehin problematische Übertragbarkeit experimentell ermittelter Kerngrößen mehr als kompensiert.

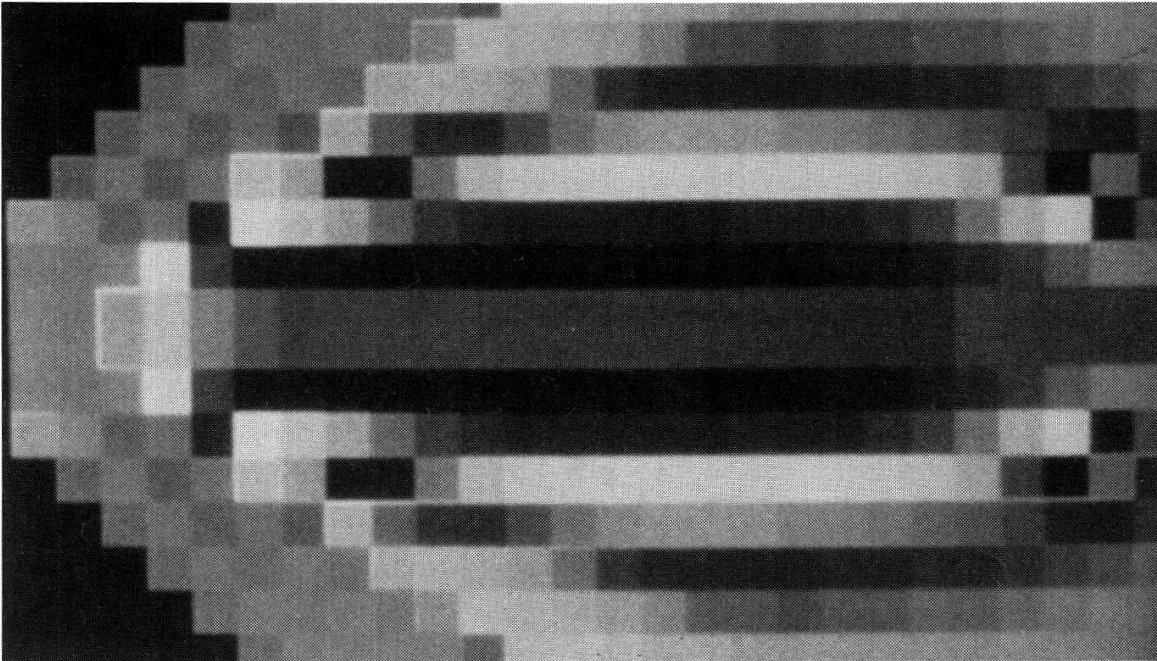


Abb. 3: Diskretisierung eines umströmten Körpers auf einer VAX der Firma DEC mit einem Hauptspeicher von 2 MW (32 Bit)

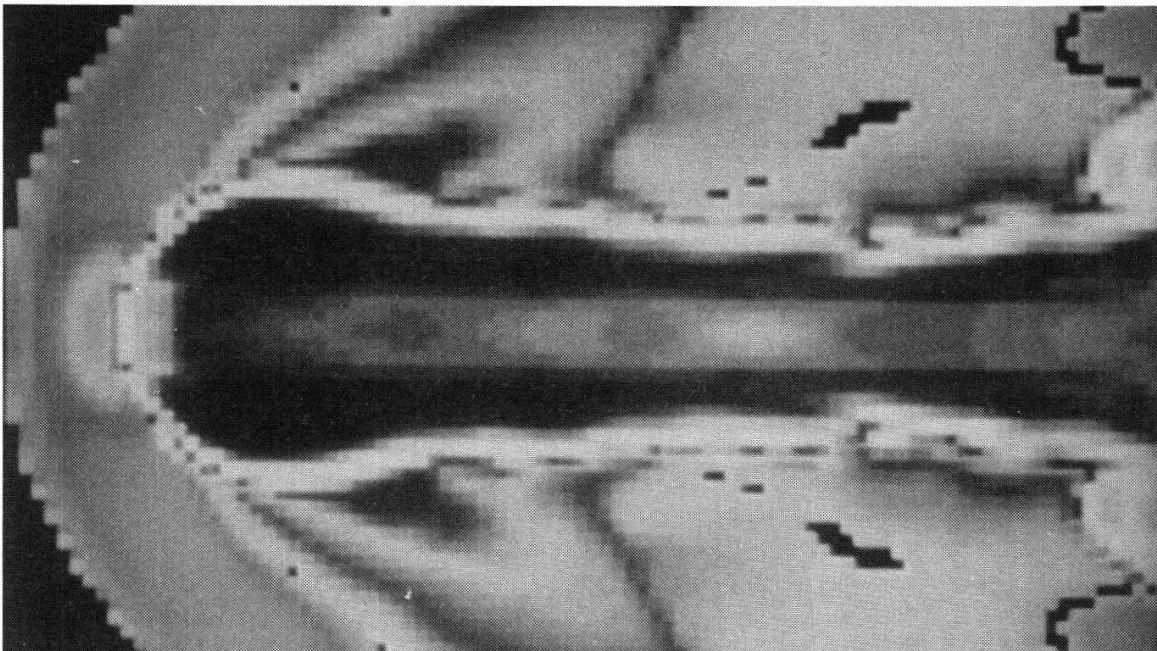


Abb. 4: Diskretisierung eines umströmten Körpers auf einer ETA 10, 64 MW Speicher (64 Bit)

4.0 Die Klassifikation von Supercomputern

Die im vorigen Kapitel ausgewählten Beispiele für den Einsatz von Supercomputern sind nur ein winziger Ausschnitt aus dem ständig wachsenden Bereich von Anwendungsgebieten. Als solche sind zu nennen:

- Anlagentechnik
- Bildverarbeitung
- Kryptographie
- Geophysik
- Meteorologie
- Raumfahrt
- Schaltkreisentwurf
- Biochemie
- Linguistik

Eine Klassifikation läßt sich auf zweierlei Weise vornehmen:

- durch die Anwendungen
- durch die Rechner

Zwischen beiden Kriterien besteht ein engerer Zusammenhang als allgemein angenommen wird. Ausgehend von der jeweiligen Anwendung über die dabei verwendeten Algorithmen läßt sich die Eignung einer bestimmten Rechnerarchitektur weitgehend vorher bestimmen. Die folgende Abbildung 5 verdeutlicht zunächst den Zusammenhang zwischen Anwenderproblem und Rechnerleistung. Die Rechnerleistung hat hierbei eine zeit- und eine raumabhängige Komponente. Komplexe Problemstellungen, wie sie mit einem Supercomputer bearbeitet werden, sind nicht nur rechenzeitaufwendig. Die Bedeutung eines reichlich bemessenen Hauptspeichers für schnelle "in core" Lösungen ist erstaunlicherweise erst spät erkannt worden. Aus der Abbildung geht hervor, daß eine weitere Steigerung der Rechengeschwindigkeit ebenso wie ein wachsendes Hauptspeicherangebot Voraussetzung für die wirtschaftliche Bearbeitung einer ganzen Reihe von Anwenderproblemen notwendig sein wird.

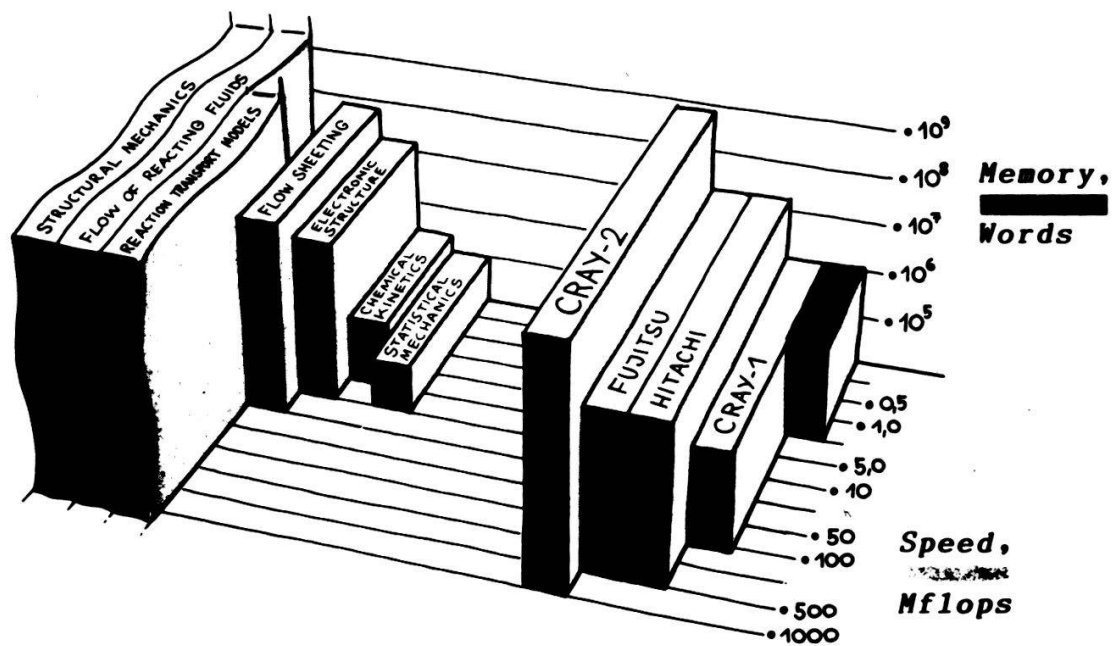


Abb. 5: Rechnerleistung in Abhängigkeit von den Rechnern bzw. Anwendungen

Es gibt nun eine Reihe von unterschiedlichen Wegen, die zur Steigerung der Rechnerleistung von den Designern neuer Rechanlagen vorgeschlagen werden, die nach Flynn (6) formal wie folgt systematisiert werden können (Abb. 6).

- SISD (single instruction, single data)
- SIMD (single instruction, multi data)
- MIMD (multi instruction, multi data)

Der klassische "von Neumann Rechner" ist vom TYP SISD. Die Architektur dieses Rechners erlaubt ausschließlich eine serielle Arbeitsweise. Die eingangs erwähnte "Entschärfung" dieses Engpasses als Merkmal des Supercomputers erfolgte zuerst bei den Rechnern des Typs SIMD. Hier wurde, zunächst auf der Ebene von Funktionsregistern bei der CD 6600, Parallelität zur Steigerung der Rechnerleistung eingeführt. Von dort führt die Entwicklung weiter zum Rechnertyp MIMD.

Hier wird die Parallelverarbeitung in letzter Konsequenz betrieben, obwohl die Rechner des Typs MIMD wegen einer Reihe von Schwierigkeiten, insbesondere in der Software, derzeit erst am Anfang der Einsatzmöglichkeiten stehen. Es kommt nun darauf an, die um den Faktor n vervielfachte Computerleistung nicht wieder durch die daraus resultie-

rende Notwendigkeit der Kommunikation zwischen n Prozessoren zu reduzieren. Dann wäre der Engpaß CPU-Leistung durch den Engpaß interne Kommunikationsgeschwindigkeit ersetzt worden.

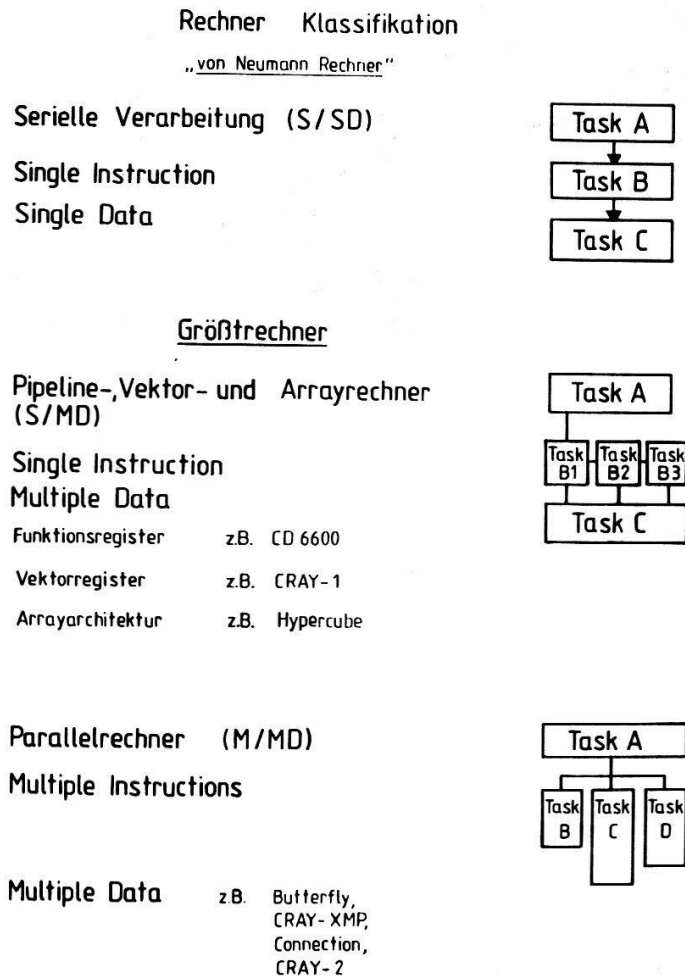


Abb. 6: Rechnerklassifikation

An dieser Stelle sind einige kritische Anmerkungen zum Leistungsbegriff von Supercomputern notwendig. Die vom Hersteller genannte Spitzenleistung eines Rechners hat allenfalls theoretische Bedeutung. Für den Anwender ist nicht die "peak rate" sondern die "sustained rate" wichtig. Benchmarks, wie die Livermore Loops (8) oder LINPACK (7) sind nützlich, wenn die Eignung zu vergleichender Maschinen für eine Reihe häufig benutzter Algorithmen ermittelt werden soll. Sie sind indessen wenig hilfreich, wenn ein sich in der Zusammensetzung ständig wechselnder "workload" verarbeitet werden soll, wie das bei wissenschaftlichen Service-Rechenzentren der Fall ist. Das Optimierungskriterium lautet hier: Minimierung der Ausführungszeit bei Maximierung der Ressourcennutzung.

Es sind im wesentlichen vier Kriterien, die die Leistung eines Supercomputers beeinflussen:

- Problemtyp
- Anwendungssoftware (Algorithmen)
- Systemsoftware
- Hardware-Architektur

Konsequent zu Ende gedacht bedeutet das, daß bis hin zur Konfiguration eines Rechners seine Leistung von der jeweiligen Anwendung her definiert werden kann. Das hat, in überzeugenden Anfängen, David Hillis (9) mit der Connection-Maschine realisiert. Als Nachteil dieses genialen Konzepts muß allerdings gleichzeitig der Aufwand genannt werden, der beim "Zuschneiden" der Maschine auf das Problem zu leisten ist. Dieser Aufwand wird bei Wirtschaftlichkeitsüberlegungen häufig übersehen.

Als Resume ist festzustellen: Die Balance zwischen Anwendungsprogrammen, Compiler, System-Software und der Hardware bestimmt generell das Leistungsverhalten eines Computers. Das gilt ganz besonders auch für den Supercomputer.

5.0 Supercomputer Environments

Im vergangenen Jahr lud die NASA die Betreiber von Supercomputern zu einem Workshop zum Thema "Supercomputing Environments". Als Ergebnis ist festzuhalten, daß als unverzichtbare Voraussetzung für die wirtschaftliche Nutzung von Supercomputern zum Umfeld gehören sollten:

- High-Bandwidth Network
- Workstations
- Massendatenspeicher

Abbildung 7 gibt einen Überblick über die dazu notwendigen Übertragungsgeschwindigkeiten bei unterschiedlichen Nutzungsanforderungen des Rechners. Die Verarbeitung und Speicherung großer Datenmengen bedeutet zwangsläufig auch deren Transfer. Das aber bedeutet: Funktionsgerechte Netze mit hohen Datenübertragungsraten. Das auf dem Campusgelände der Universität Stuttgart seit 1984 installierte Glasfasernetz erlaubt angemessene Übertragungsraten bis zu 10 MBit/sec. (Abb. 8). Es zeigt sich aber bereits heute, daß die Steigerung auf mehrere Hundert MBit/sec. zur Abdeckung einer wachsenden Anzahl von Workstations notwendig werden wird. Um auch außerhalb des Campusgeländes arbeitenden Benutzern an-

gemessene Arbeitsmöglichkeiten anbieten zu können, wird derzeit unter der Projektleitung des Rechenzentrums der Universität Stuttgart ein Hochgeschwindigkeitsnetz Baden-Württemberg installiert, das mit Beginn des kommenden Jahres Übertragungsleistungen von 140 MBit/sec. zunächst zwischen den Universitäten Stuttgart und Karlsruhe zulassen wird.

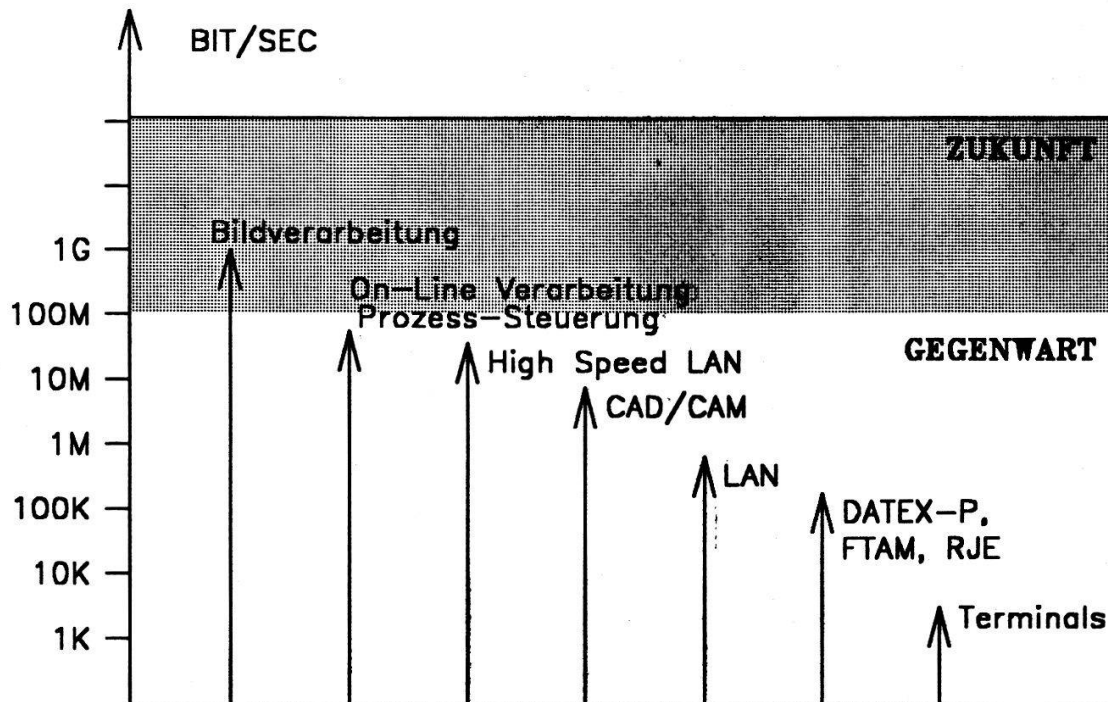


Abb. 7: Netzfunktionen und Transferraten

Das Gegenstück zum zentral betriebenen Supercomputer ist der über ein Hochgeschwindigkeitsnetz angeschlossene Arbeitsplatzrechner des Wissenschaftlers. Diese Workstation - oder treffender "workbench" genannt - ist wie folgt zu definieren:

Funktionen

- Verarbeitung und Speicherung von Daten
- Ergebnisdarstellung
 - 3 Dimensionen
 - Farbe als Indikator von Zuständen (Betrag und Richtung)
 - Zeitdilatation bzw. -kontraktion zum Verständnis von Abläufen

Design - anwendungsabhängig

- Arbeitsplatzrechner: 5 - 10 MFLOPS Rechenleistung
64 MByte Hauptspeicher
- Netzanschluß: > 10 MBit/sec > Level 5 (OSI)
- Externer Speicher: 1 GByte
- Grafik:

Hochauflösender Schirm 1024 x 1024 Rasterpunkte

Farbplotter

Laserprinter

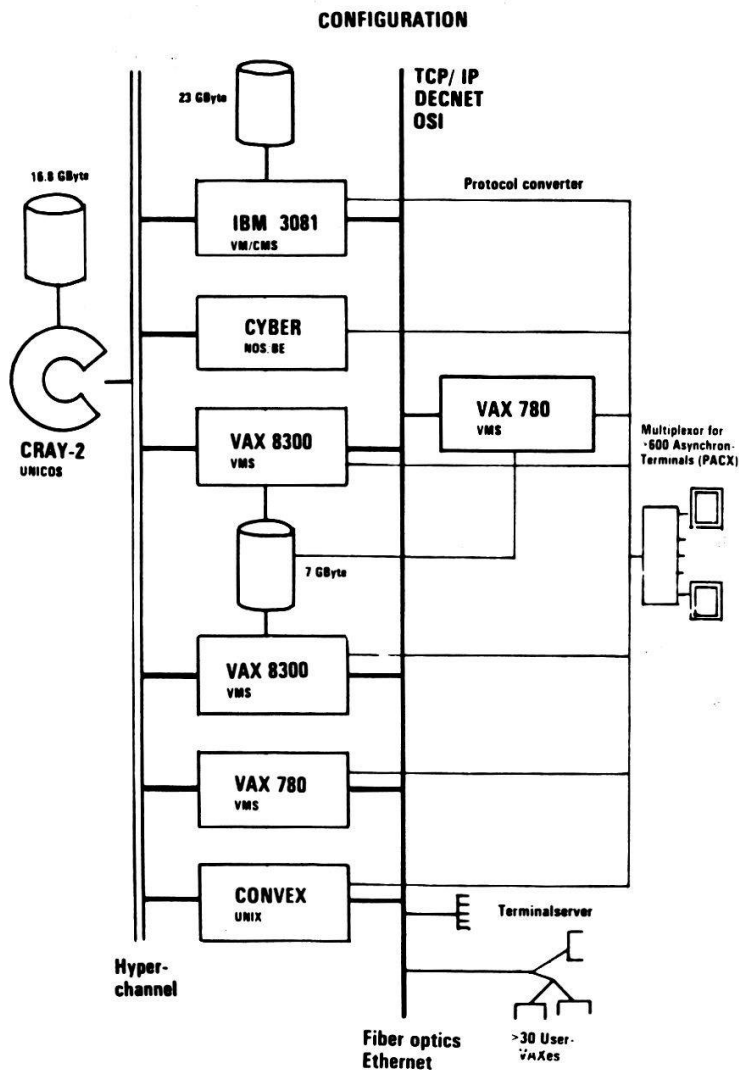


Abb. 8: Das Netz des Rechenzentrums der Universität Stuttgart

6.0 Die rechnergestützte wissenschaftliche Erkenntnis

"Why should I believe a Computer?" Unter dieser Überschrift berichteten P. Davis und R. Hersch (10) in "The Mathematical Experience" über einen Vorfall, den selbst die New York Times der Erwähnung für würdig befand. K. Appel und W. Haken (11) hatten das Vier-Farben-Theorem in neuartiger und zugleich spektakulärer Weise gelöst. Neu und spektakulär zugleich an dieser Beweisführung war indessen nicht die Theorie sondern die Methode der Beweisführung: Der rechnergestützte Beweis.

An dieser Stelle entzündete sich eine Methodenkritik, die bereits Anstoß an einem Brief vom 20.9.1623 hätte nehmen können, den der protestantische Pfarrer und Professor für biblische Sprachen an der Universität Tübingen, Wilhelm Schickard, dem berühmten Freund Johannes Kepler geschrieben hat.

"...Porro quod tu logistice, idem ego mechanice nuper tentavi, et machinam extruxi undecim integris et sex mutilatis rotulis constantem, quae datos numeros statim "automathos" computet, addat, subtrahat, multiplicet, dividatque ..."

"...Dasselbe, was Du rechnerisch gemacht hast, habe ich in letzter Zeit auf mechanischem Wege versucht, und eine aus elf vollständigen und sechs verstümmelten Rädchen bestehende Maschine konstruiert, welche gegebene Zahlen augenblicklich automatisch zusammenrechnet: addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert..."

W. Schickard baute eine Rechenmaschine (von Freytag-Löringhoff (12)), die von Kepler später nachweislich modifiziert und benutzt wurde. Johannes Kepler, der bereits unter Verwendung der Messungen Tycho Brahes die unzureichende Theorie des Kopernikus in den Rang eines physikalischen Gesetzes erhob und damit das Experiment als zweiten eigenständigen Weg zur wissenschaftlichen Erkenntnis adelte, steht nun mit Schickard auch für den dritten Weg zur Erkenntnis.

Das Dreigestirn Kepler, Brahe und Schickard - am Ausgangspunkt einer dreifaltigen wissenschaftlichen Arbeitsweise: Theorie - Experiment - rechnergestützte Erkenntnis? In der Terminologie der Aerodynamik dann: Navier-Stokes-Gleichungen für Theorie, Windkanal für Experiment und Computer für Simulation.

Die heute üblicherweise als "Computational Science" bezeichnete Arbeitsweise läßt sich daher zumindest in Deutschland bis zur Reformation zurückverfolgen.

7.0 Schluß

Die Supercomputer von heute werden die Arbeitsplatzrechner von morgen sein, legt man den bereits absehbaren technischen Entwicklungstrend zugrunde.

Wer sich heute im Umgang mit den neuen Möglichkeiten zur wissenschaftlichen Erkenntnis vertraut macht, der wird sie morgen im großen Stile nutzen können. Wir sollten mehr von den Superanwendungen denn von den Supercomputern reden.

Ich wünsche uns eine segensreiche Nutzung auf dem Wege zum besseren Verständnis unserer Welt.

Literaturverzeichnis

- (1) Argyris, J., Mlejnek, H.-P.: Die Methode der Finiten Elemente. Vieweg, Braunschweig 1986.
- (2) Schrem, E.: Berechnung von Tragwerken und Bauteilen aus Festigkeit und Formsteifigkeit; Tagungsmanuskript für ein Supercomputer-Seminar der Techn. Akademie Esslingen, Sept. 1987.
- (3) Preuss, H.: Arbeitsbericht des Instituts für Theoretische Chemie, Stuttgart, Juni 1987.
- (4) Schmidt, W.: Numerical Simulation in Aerodynamics, Vortragsmanuskript Supercomputer-Seminar des Vereins zur Förderung der wiss. Weiterbildung an der Universität Mannheim e.V., Mannheim 1986.
- (5) Winkler, K.-H.: A Numerical Laboratory, Physics today, Vol.40, No.10, Oct. 1987.
- (6) Flynn, M.J.: Some Computer Organizations and Their Effectiveness, IEEECT, 21,9, Sept. 1972.
- (7) Dongarra, J.: Performance of Various Computers Using Standard Linear Equations Software in a FORTRAN Environment, Argonne National Laboratory, MCS-TM-23, April 1987.
- (8) McMahon, F.H., Livermore Fortran Kernels: A Computer Test of the Numerical Performance Range, UCRL-53745, LLNL, June 1986.
- (9) Hillis, D.: The Connection Machine, MIT Press, Cambridge/Mass., 1985.
- (10) Davis, P.J., Hersch, R.: The Mathematical Experience, Birkhäuser, Boston, 1980.
- (11) Appel, K., Haken, W.: The Four-Color Problem, Mathematics Today, Springer, New York, 1978.
- (12) v. Freytag-Löringhoff: Wilhelm Schickards Tübinger Rechenmaschine von 1623, Universität Tübingen, 1986.