Geometrisches Rechnen für Lehrlinge der Metallberufe

nen Methodik her bekannt, und den pädagogisch nicht vorgebildeten Fachlehrern würde eine summarische Einführung, wie sie hier geboten werden könnte, wenig nützen. Wir verweisen jedoch auf zwei Bücher, die handfeste Rezepte bieten und somit jedem an der gewerblichen Berufsschule Unterrichtenden gute Dienste leisten können. Es sind dies:

Frauenfelder G.: Methodik des gewerblichen Unterrichts; Zürich 1934.
Möller Franz: Unterrichtslehre für Berufsschulen; Georg Westermann Verlag, Braunschweig, 1950.

Diesem Werk sind im übrigen auch für die vorliegenden Ausführungen einige Anregungen entnommen.

Geometrisches Rechnen für Lehrlinge der Metallberufe

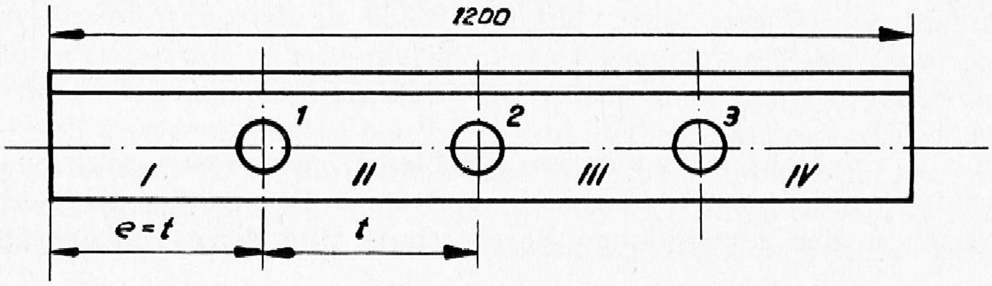
Von *Clemens Pally*

Das Teilen von Strecken

Das Problem der Streckenteilung stellt sich dem Lehrling und Arbeiter, vorwiegend der Metallbranche, praktisch recht oft. Es ist daher wichtig, den Schülern in der Gewerbeschule eine gründliche Einführung zu bieten und in der Klasse eine Anzahl Aufgaben verschiedener Schwierigkeitsgrade gemeinsam zu besprechen, damit sie imstande sind, Rechnungen, wie sie beispielsweise Schmidhauser in seiner «Angewandten Geometrie für das Metallgewerbe», S. 3/4, anführt, selbständig und richtig zu lösen. Die folgende Darstellung zeigt, wie eine solche Einführung in Lektionsform etwa vorgenommen werden kann; in zweiter Linie soll sie auch darauf hinweisen, inwieweit die Algebra mit dem Rechnen verbunden werden kann und was der Schüler der Metallbranche in algebraischer Hinsicht mindestens beherrschen soll. Das Problem «Teilen von Strecken» wird im 2. Semester behandelt.

Wir versuchen, vom einfachen praktischen Beispiel ausgehend, sämtliche Möglichkeiten der Streckenteilung durch die Schüler selber erarbeiten zu lassen.

B e i s p i e l A. In einem └-Eisen $70 \times 70 \times 9$ von 1200 mm Länge sind 3 Schraubenlöcher zu bohren. Der Mittenabstand der Bohrungen und die beiden Randabstände sollen gleich groß sein. Wie groß ist also die Teilung?



(Eine einfache Skizze veranschaulicht die Problemstellung und hilft auch den schwächeren, oft mehr visuell veranlagten Schülern, die Sachlage eher zu begreifen.)

Die Skizze zeigt uns:

— 3 Bohrungen
— aber 4 Abstände.

Die rechnerische Lösung lautet:

$$1200 : 4 = \mathit{300\ mm.}$$

Zwei bis drei weitere Beispiele sollen die Schüler auf die Eigenart aufmerksam machen, daß die Anzahl der Bohrungen und der Abstände (Teilungen) bei der Teilung mit Rand *nie* übereinstimmt.

Nun versuchen wir unsere Erkenntnis in einer allgemeingültigen Formel festzuhalten. Voraussetzung ist natürlich, daß die Schüler in der Algebra die Grundfunktionen und die Gleichung mit einer Unbekannten beherrschen.

Wir wählen zunächst die gebräuchlichen Bezeichnungen:

Länge $= l$
Teilung $=$ t
Anzahl $=$ n
Rand $=$ e

Aus den bereits gelösten Beispielen folgern wir:

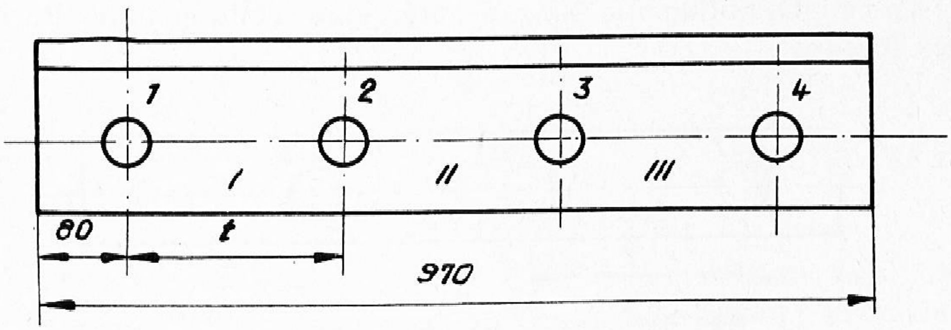
Teilung, wenn t und e gleich sind:

$$\boxed{t = \frac{l}{n + 1}}$$

Nach dieser Formel lautet die Lösung des obigen Beispiels:

$$t = \frac{1200}{3 + 1} = \mathit{300\ mm}$$

Beispiel B. Für das skizzierte Rahmenstück aus ∟-Eisen 60×60×4 ist die Teilung zu berechnen.



Merke: — 4 Bohrungen
— aber nur 3 Teilungen!

Um die Teilung zu ermitteln, werden zunächst die Randabstände subtrahiert und der Rest durch die Anzahl Teilungen (nicht Bohrungen!!) dividiert.

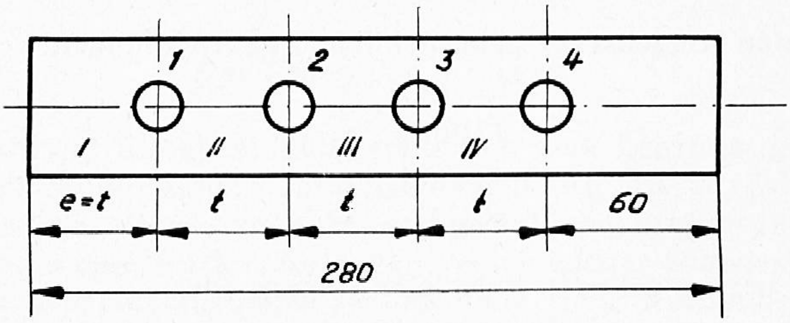
$$t = \frac{970 - 2 \cdot 80}{3} = 270 \; mm$$

Die allgemeine Formel für die Ermittlung einer Teilung bei verschiedenen Randabständen lautet:

$$\boxed{t = \frac{l - 2e}{n - 1}}$$

B e i s p i e l C. Die Zwischenvariante, wobei nur ein Rand gleich der Teilung ist, wird von den Schülern rasch gefunden, wenn die Beispiele A und B verstanden wurden.

Wiederum soll eine einfache Skizze (evtl. eigens für die Demonstration gebohrte Werkstücke) unsere theoretischen Ausführungen veranschaulichen.



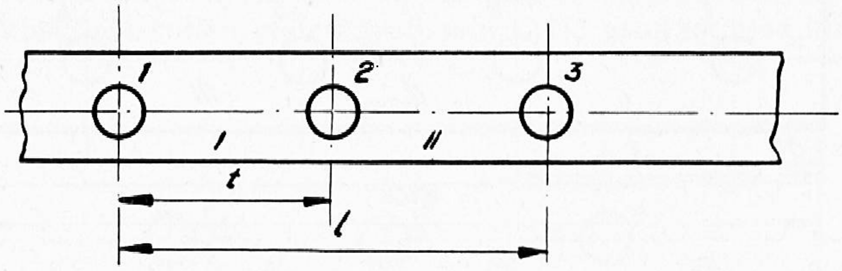
Merke: Die Anzahl der Bohrungen und der gleichen Teilungen stimmt überein.

Berechnung: $$t = \frac{280 - 60}{4} = 55 \; mm$$

Die algebraische Formel lautet also:

$$\boxed{t = \frac{l - e}{n}}$$

B e i s p i e l D. Folgende Skizze zeigt eine Teilung ohne Berücksichtigung des Randes:



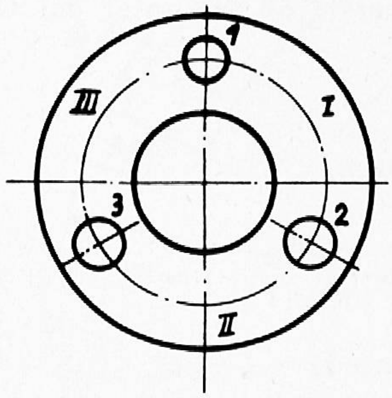
Merke: — 3 Bohrungen
— aber nur 2 Abstände.

Nun finden die Schüler ohne weiteres die allgemeine Formel. Sie lautet:

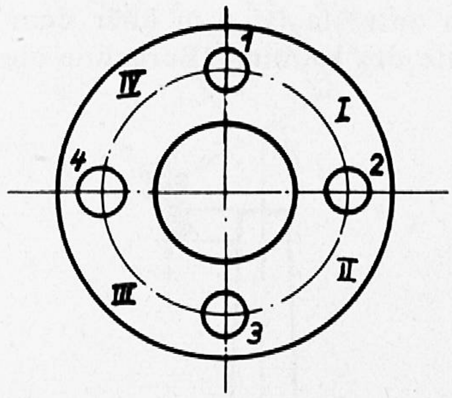
$$\boxed{t = \frac{l}{n - 1}}$$

B e i s p i e l E.

Die Teilung im Kreis



3 Bohrungen/3 Teilungen



4 Bohrungen/4 Teilungen

Merke: Anzahl der Bohrungen = Anzahl der Teilungen.

$$\boxed{t = \frac{U_m}{n}}$$

t = Bogenmaß

Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse:

Teilung ohne Rand	*Teilung, wenn die 2 e = t sind*
$t = \frac{l}{n - 1}$	$t = \frac{l}{n + 1}$
Teilung, wenn 1 e = t ist	*Teilung mit verschiedenen e*
$t = \frac{l - e}{n}$	$t = \frac{l - 2\,e}{n - 1}$

Teilung im Kreis

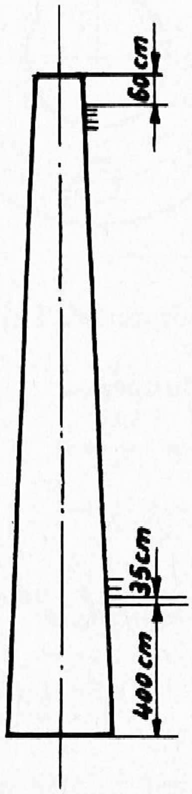
$$t = \frac{U_m}{n}$$

Übung und Anwendung

Es folgen einige Aufgaben, die in der Klasse gemeinsam gelöst werden. Wir werden nun auch l oder n als unbekannt annehmen, wobei wir aber in der Lösung streng darauf achten, daß stets die Grundformel als Ausgangsformel dienen soll. Die Auflösung der Gleichung nach der Unbekannten soll zunächst in jeder Aufgabe vollständig, Schritt um Schritt, vorgenommen werden, damit sich die Schüler die Reihenfolge genau merken. Auch die Folge: Problemstellung, Skizze, allgemeine Lösung und Zahlenlösung soll eingehalten werden. Die Gründe dafür sind nicht nur in der übersichtlichen Darstellung und sauberen Form zu suchen, sondern sie liegen vielmehr in bildenden und erzieherischen Belangen.

B e i s p i e l e :

— Ein Hochkamin ist mit 80 Steigeisen von je 35 cm Abstand versehen. Das unterste ist 4 m über dem Boden, das oberste 60 cm unter der Oberkante des Kamins. Berechne die Kaminhöhe!



Kaminhöhe

Lösung:

$$t = \frac{l—2\,e}{n—1}\;;\; l = ?$$

$$t\,(n—1) = l—2\,e$$

$$t\,(n—1) + 2\,e = l$$

$$l = t\,(n—1) + 2\,e$$

$$l = 0{,}35\,(80—1) + 4{,}6$$

$$l = 0{,}35 \cdot 79 + 4{,}6$$

$$l = 27{,}65 + 4{,}6$$

$$l = 32{,}25 \text{ m.}$$

— Eine Nietnaht ist 9,8 m lang, der Nietabstand 75 mm. Die Endnieten sind 25 mm vom Rand entfernt. Wie viele Nieten braucht es?

— Eine Lehre enthält 72 Löcher in 3 Reihen. Die waag- und senkrechten Lochabstände und der Randabstand sind 14 mm. Wie lang und breit ist die Lehre?

— Von einer 900 mm langen Silberstange werden 9 mm lange Kontaktbölzchen abgestochen. Abstechstahlbreite 0,8 mm. Wie viele Kontaktbolzen erhält man?

— In einem ⊏-Eisen 70/9 von 1050 mm Länge sind 8 Schraubenlöcher von 20 mm ⌀ zu bohren. Den Abstand der beiden äußeren Löcher wählt man 2,5 · Lochdurchmesser. Wie groß wird:

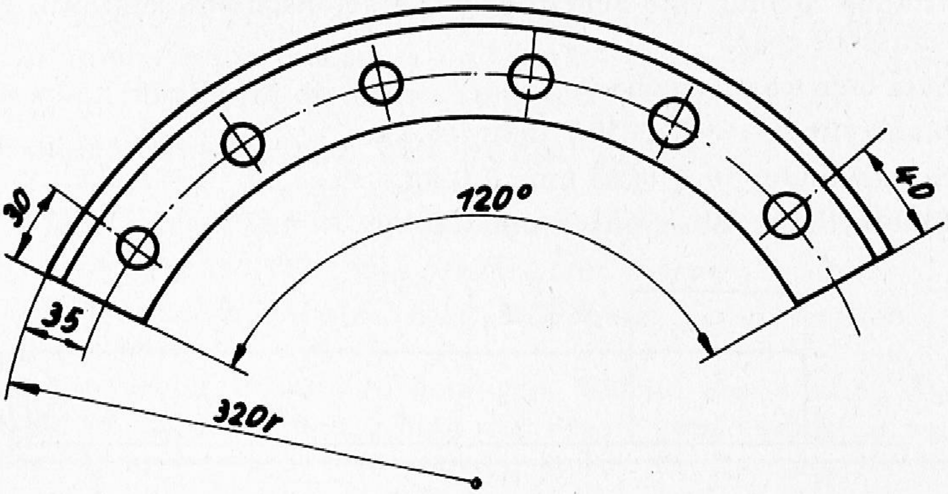
a) der Randabstand e?

b) der Lochabstand t?

— Ein Balkongeländer mit 3065 mm lichter Weite besteht aus zwei gleichgroßen Feldern. Der Pfosten in Geländermitte ist aus □ 20/20. Die

Stäbe, je 9 Stück pro Feld, bestehen aus ⌀ 13. Berechne die Zwischenabstände der Stäbe (Lichtweite).

— Berechne die Zwischenabstände für die Löcher des skizzierten Rahmens aus L-Eisen 60×60×8.



Ein Ausschnitt aus dem Fachrechnen für Mechanikerlehrlinge im 4. Semester

Von *Karl Seiler*

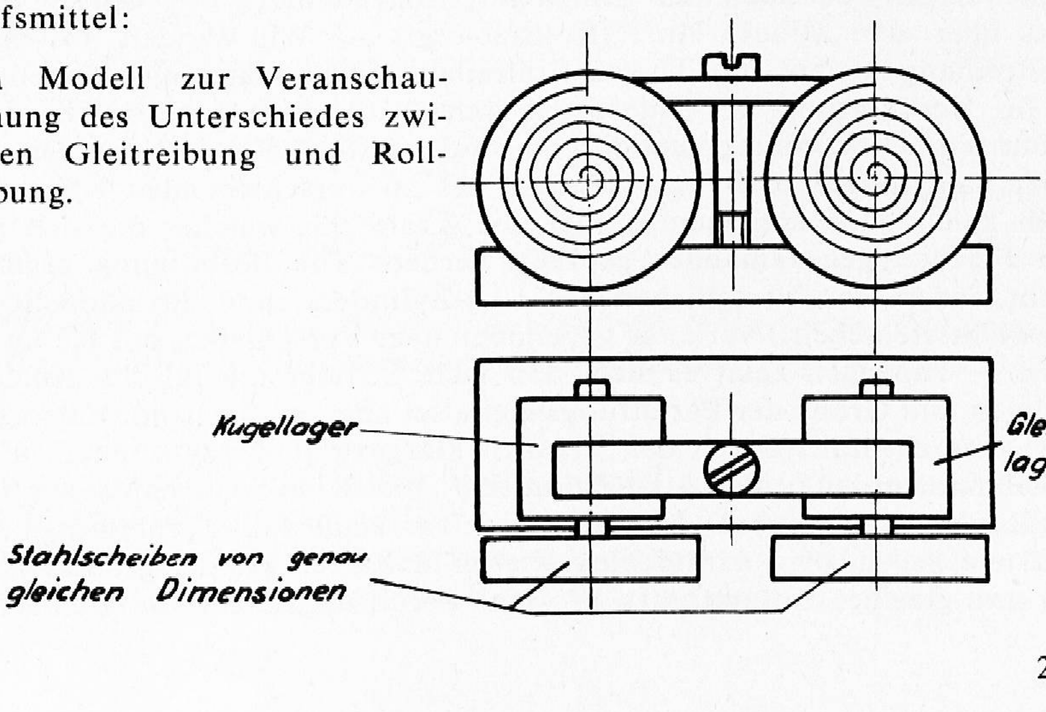
Anmerkung: Der *eingerahmte* Text wird vom Lehrling ins Heft notiert.

Es wird hier eine Lektion beschrieben, welche für Mechanikerlehrlinge des zweiten Lehrjahres bestimmt ist. Das zu erarbeitende Thema lautet:

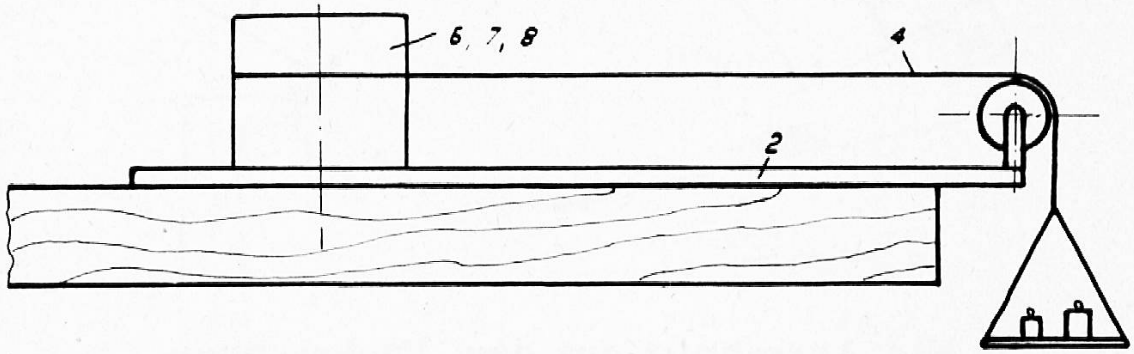
Die Gleitreibung

Hilfsmittel:

1. Ein Modell zur Veranschaulichung des Unterschiedes zwischen Gleitreibung und Rollreibung.



2. Eine Stahlschiene 50×10×500 mm mit einer am einen Ende befestigten, leichtgängigen Schnurrolle.
3. Eine Wasserwaage.
4. Eine dünne Schnur mit Schlaufe und Kartonscheibe zum Auflegen der Gewichtssteinchen.
5. Ein Satz Gewichtssteinchen.
6. Ein Stahlzylinder 40 ⌀×50,7 mm: 0,5 kg.
7. Ein Stahlzylinder 50 ⌀×65 mm: 1,0 kg.
8. Ein Stahlzylinder 70 ⌀×33,3 mm: 1,0 kg.



Nach der Zielangabe wird zunächst durch passende Fragen herausgeschält:

Reibung = Widerstand gegen Fortbewegung.

Weiter stellen wir fest, daß zwei Arten von Reibung im Vordergrund stehen: die Gleitreibung und die Rollreibung. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen beiden wird ohne viele Worte durch das Modell 1 bestätigt, indem die beiden Stahlscheiben z. B. durch das Darüberziehen eines Maßstabes auf dieselbe Drehzahl gebracht werden. Die Scheibe rechts kommt nach wenigen Sekunden zum Stillstand (Gleitreibung!), wogegen die Scheibe links über eine Minute läuft (Rollreibung!). — Wir wenden uns nun der Gleitreibung zu; auf das Thema Rollreibung wird später eingetreten.

Im Vordergrund des Interesses stehen die Faktoren, welche für die Größe der Gleitreibung maßgebend sind. Eine diesbezügliche Diskussion führt bald darauf, daß das Gewicht des zu verschiebenden Körpers eine Rolle spielt oder, allgemein gesagt, die Kraft, mit welcher die sich reibenden Flächen gegeneinander gepreßt werden. Die Bestätigung ergibt sich leicht, indem das Verschieben des 1-kg-Zylinders rund die doppelte Kraft (Gewichtssteinchen!) verlangt gegenüber dem Verschieben des 0,5-kg-Zylinders. — Hingegen zeigt es sich, daß viele Schüler die falsche Auffassung besitzen, die Größe der Berührungsfläche sei auch maßgebend. Entsprechend muß dies ebenfalls durch den Versuch klargestellt werden, indem die Verschiebekräfte der beiden 1-kg-Zylinder 7. und 8. mit verschiedener Grundfläche gemessen werden. Nachdem sich für beide Fälle praktisch dieselben Kräfte ergeben, wird darauf hingewiesen, daß eben bei der größeren Fläche (8.) und gleicher Gesamtkraft, pro cm^2 Berührungsfläche die kleinere Pressung entsteht. Umgekehrt haben wir beim Zylinder 7. weniger cm^2 und dafür die größere Pressung pro cm^2 (Begriff Druck!), womit sich die beiden Wirkungen gegenseitig genau aufheben. — Auf der Suche nach weiteren Faktoren, welche die Größe der Gleitreibung beeinflussen, finden wir schließlich noch: die Art der sich berührenden Werkstoffe (krasse Unterschiede: Gummi—Beton einerseits und Stahl—Eis anderseits), deren Oberflächenbeschaffenheit und die Mitwirkung von Schmiermitteln.

Nach diesen Besprechungen hält der Schüler fest:

Die Gleitreibung ist wesentlich abhängig von:
1. Anpreßkraft der sich berührenden Körper,
2. Werkstoff, Oberflächenbeschaffenheit, Schmiermittel.

Um nun zu einer Formel zu gelangen, welche uns erlaubt, die Größe der Reibung in verschiedenen Fällen der Praxis zum voraus zu berechnen, folgt ein weiterer Versuch. Wir messen hierin die Reibung für Stahl auf Stahl bei trockenen, glatten Berührungsflächen für verschiedene Anpreßkräfte und ermitteln stets das Verhältnis Reibung : Anpreßkraft. Um Fehlmessungen zu vermeiden, ist es nötig, die Stahlschiene mit der Wasserwaage (3) waagrecht zu stellen.

Versuch	*Anpreßkraft* (*F*)	*Reibung* (*R*)	*Reibung / Anpreßkraft* (μ)
Zylinder 8.	*1000 g*	*150 g*	*0,15*
Zylinder 8. und 6. aufeinander	*1500 g*	*230 g*	*0,153*
Zylinder 8. und 7. aufeinander	*2000 g*	*290 g*	*0,145*

Ergebnis: Das Verhältnis Reibung : Anpreßkraft bleibt somit bei sonst gleichen Bedingungen immer annähernd konstant und ist z. B. für Stahl auf Stahl bei trockenen, glatten Berührungsflächen ungefähr 0,15. Allgemein nennt man dieses Verhältnis Reibungszahl oder Reibungskoeffizient.

$$\textit{Reibungszahl} = \frac{\textit{Reibung}}{\textit{Anpreßkraft}} \quad \textit{oder} \quad \mu = \frac{R}{F}$$

Daraus folgt: $\boxed{R = \mu \cdot F}$

worin: R = Reibung in kg, F = Anpreßkraft in kg, μ = Reibungskoeffizient; Werte für verschiedene Bedingungen vergleiche Lippuner Seite 26.

Es wird darauf verzichtet, die Reibungskoeffizienten für andere Bedingungen zu ermitteln und zu notieren. Vielmehr wird, wie oben ersichtlich, auf die Formel- und Tabellensammlung hingewiesen, welche jeder Mechanikerlehrling besitzt. Ferner muß der Lehrling darauf aufmerksam gemacht werden, daß diese Werte, wie schon durch den letzten Versuch bestätigt wurde, immer etwas streuen. Es darf hier entsprechend beigefügt werden, daß die Berechnung der Reibung, wie viele andere Berechnungen in der Technik, keine Präzisionsrechnung darstellt; es wäre somit praxisfremd, das Resultat auf viele Stellen genau zu ermitteln. Ein Beispiel mehr, daß in den meisten technischen Berechnungen die Rechenschiebergenauigkeit durchaus genügend ist.

Allgemein zum Fachunterricht an der Gewerbeschule muß hier noch festgehalten werden, daß eine konsequente Berücksichtigung der normalisierten Symbole, Maßeinheiten und Begriffe nötig ist. Das Büchlein «Fachausdrücke und Erläuterungen aus dem Gebiete der Bearbeitungstechnik und der Arbeitsverfahren», herausgegeben vom VSM-Normalienbureau (*V*erein *S*chweiz. *M*aschinenindustrieller), kann, nebst den anderen VSM-Normen, dem Fachlehrer hierin eine wertvolle Unterstützung sein. Weiter hat der SEV (*S*chweiz. *E*lektrotechn. *V*erein) im Jahre 1950 Regeln und Leitsätze für Buchstabensymbole und Zeichen festgelegt, welche auch mit den englischen und amerikanischen Normen übereinstimmen. Diese Regeln finden in der Schweiz mehr und mehr Verbreitung, indem sie von führenden technischen Fachzeitschriften konsequent angewendet werden. Ferner enthalten auch bereits technische Veröffentlichungen und Prospekte namhafter Großfirmen der schweizerischen Maschinenindustrie die neuen Buchstabensymbole. — Die Übergangszeit ist natürlich mit gewissen Schwierigkeiten verbunden. Wir können aber dazu beitragen, diese Übergangszeit abzukürzen, indem wir selbst umlernen und die jungen Berufsleute an das Neue gewöhnen. Hier ein kleiner Hinweis auf einige für uns zur Geltung kommende Änderungen:

	Fläche	Leistung	Kraft
alt	F	N	P
neu	A	P	F

Zurückkommend auf unsere Lektion, welche mit der Auffindung der Formel abgeschlossen wurde, kommt nun der zweite, ebenso wichtige Teil: die Anwendung! — Es folgen 3 Rechenaufgaben zum Thema Gleitreibung,

1. Beispiel: Eine Drehbank von 2000 kg Gewicht steht auf zwei Gußsockeln. Die Maschine soll verschoben werden. Nötige Verschiebekraft = ? kg.

Lösung: Reibungszahl für Guß auf Guß trocken aus Tabelle: 0,15.
$R = \mu \cdot F = 0{,}15 \cdot 2000 = \underline{300 \text{ kg.}}$

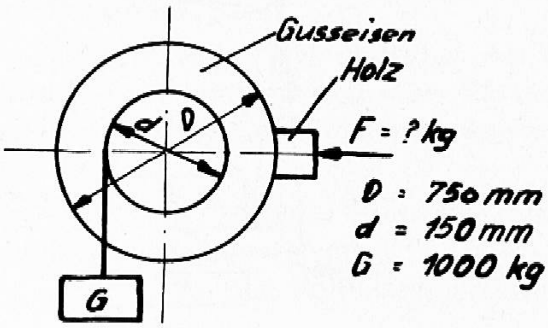
2. Beispiel: Die Leichtschnellzugslokomotive Re 4/4 der SBB wiegt 56 t. Wie groß ist die maximale Zugkraft der Maschine ohne Sand?

Der Schüler muß sich zunächst ohne weitere Erklärung mit der Aufgabe befassen, und in der Regel können bald einige aufgeweckte Jünglinge das richtige Resultat vorweisen. Andere wieder finden die Zusammenhänge nicht, und wir überlegen: Soviel Kraft, wie nötig wäre, um diese Maschine bei blockierten Rädern auf den Schienen zu ziehen, soviel kann umgekehrt auch die Lokomotive ziehen (Aktion = Reaktion!). Die Motoren sind jedenfalls so dimensioniert, daß sie die Räder bei großer Anhängelast zum Gleiten bringen können. Also ist für die maximale Zugkraft der Lokomotive nur die Gleitreibung maßgebend. Für diesen Maschinentyp wie auch für die neue Gotthardlokomotive Ae 6/6 ist diese Rechnungsart einwandfrei, wogegen natürlich bei den älteren Typen mit Leerlaufachsen nur das Gewicht auf den Treibachsen in Rechnung gesetzt werden darf!

Lösung: Stahl auf Stahl trocken: Reibungskoeffizient $\mu = 0{,}15$.
Zugkraft = Reibung = $\mu \cdot F = 0{,}15 \cdot 56000 = \underline{\underline{8400\ \text{kg}}}$.

Wenn auch obige Aufgabe nicht als typisches Beispiel aus der Mechanikerwerkstatt gewertet werden kann, so ist sie doch passend, weil die hier vorkommenden Gedankengänge wieder anderswo nützlich sind, und nicht zuletzt, weil diese Materie die Jungen interessiert, womit eine gute Gewähr für eine flotte Mitarbeit besteht.

3. Beispiel: An einer Lastwinde gemäß Skizze befindet sich eine Bremsscheibe. Mit welcher Kraft muß der Bremsklotz mindestens angepreßt werden, daß eine Blokkierung entsteht?



Überlegung: Wir haben einen Gleichgewichtszustand unter der Bedingung: Linksdrehende Kraft × Hebelarm = rechtsdrehende Kraft × Hebelarm*.

Die rechtsdrehende Kraft ist aber die Reibung!

Lösung: Somit wird $G \cdot \frac{d}{2} = R \cdot \frac{D}{2}$ *anderseits ist* $R = \mu \cdot F$,

also folgt, unter gleichzeitiger Multiplikation der Gleichung mit 2:

$$G \cdot d = \mu \cdot F \cdot D, \text{ woraus } F = \frac{G \cdot d}{\mu \cdot D}$$

Nach Herauslesung des Reibungskoeffizienten von Holz auf Gußeisen μ 0,4 aus der Tabelle werden schließlich die Zahlen eingesetzt:

$$F = \frac{1000 \cdot 150}{0{,}4 \cdot 750} = \underline{\underline{500\ \text{kg.}}}$$

* Die Hebelgesetze wurden in einer früheren Lektion behandelt!