CHAPITRE VII

41. Les indices de l'*arête normale* à la face possible :

$$\nu_1 u_1 \mathfrak{l}_2 + \nu_2 u_2 \mathfrak{l}_2 + \nu_3 u_3 \mathfrak{l}_3$$

le vecteur de la face coïncidant avec celui de l'arête, se déduisent immédiatement de l'égalité vectorielle :

Les indices de la *face normale* à l'arrête possible :

$$\mu_1 x_1 \mathfrak{r}_1 + \mu_2 x_2 \mathfrak{r}_2 + \mu_3 x_3 \mathfrak{r}_3$$

le vecteur de l'arête coïncidant avec celui de la face, se déduisent immédiatement de l'égalité vectorielle :

$$\nu_1 u_1 \mathfrak{l}_1 + \nu_2 u_2 \mathfrak{l}_2 + \nu_3 u_3 \mathfrak{l}_3 = \mu_1 x_1 \mathfrak{r}_1 + \mu_2 x_2 \mathfrak{r}_2 + \mu_3 x_3 \mathfrak{r}_3$$

En effet, en s'en rapportant toujours aux équations du chap. II' unissant entre eux les vecteurs des faces et des arêtes fondamentales,

si nous multiplions scalairement les 2 membres de notre égalité successivement par $\nu_1 \mathfrak{l}_1$, $\nu_2 \mathfrak{l}_2$, $\nu_3 \mathfrak{l}_3$, et tenons compte des relations :

$$\mu_i \nu_i = \sin A_i \text{ et } \sin A_i \sin h_i = \Delta$$

nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= \nu_1^2 u_1 + \nu_1 \nu_2 u_2 \cos A_{12} + \nu_1 \nu_3 u_3 \cos A_{13} \\
\Delta x_2 &= \nu_2 \nu_1 u_1 \cos A_{12} + \nu_2^2 u_2 + \nu_2 \nu_3 u_3 \cos A_{13} \\
\Delta x_3 &= \nu_3 \nu_1 u_1 \cos A_{13} + \nu_3 \nu_2 u_2 \cos A_{23} + \nu_3^2 u_3
\end{aligned}$$

ce qui, avec la notation introduite au § 28, nous donne sous une forme extraordinairement simple les indices demandés :

$$x_1 : x_2 : x_3 = \Omega'(u_1) : \Omega'(u_2) : \Omega'(u_3) \tag{23}$$

si nous multiplions scalairement les 2 membres de notre égalité successivement par $\mu_1 \mathfrak{r}_1$, $\mu_2 \mathfrak{r}_2$, $\mu_3 \mathfrak{r}_3$ et tenons compte des relations :

$$\mu_i \nu_i = \sin A_i \text{ et } \sin A_i \sin h_i = \Delta,$$

nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\Delta u_1 &= \mu_1^2 x_1 + \mu_1 \mu_2 x_2 \cos a_{12} + \mu_1 \mu_3 x_3 \cos a_{13} \\
\Delta u_2 &= \mu_2 \mu_1 x_1 \cos a_{12} + \mu_3^2 x_2 + \mu_2 \mu_3 x_3 \cos a_{13} \\
\Delta u_3 &= \mu_3 \mu_1 x_1 \cos a_{13} + \mu_3 \mu_2 x_2 \cos a_{23} + \mu_3^2 x_3
\end{aligned}$$

ce qui, avec la notation introduite au § 28, nous donne sous une forme extraordinairement simple les indices demandés :

$$u_1 : u_2 : u_3 = \omega'(x_1) : \omega'(x_2) : \omega'(x_3) \tag{23}$$

42. Or contrairement à tous ceux dont il a été question jusqu'ici, ces indices trouvés ne jouissent plus du tout nécessairement de l'essentielle propriété que nous avons établie au § 20 des indices des faces et arêtes *possibles* du cristal. Les constances μ_i et ν_i déterminant la face et l'arête-unité, et les cos A_{ik} et cos a_{ik} des angles que font entre elles les faces et arêtes fondamentales sont en effet pour le cas général des quantités irrationnelles quelconques ; les valeurs $\Omega'(u_i)$ et $\omega'(x_i)$ qui les impliquent, ne sont donc pas elles-mêmes en général des indices entiers, et par le fait la face ou l'arête normale à une arête ou une face possible, ne sont pas en général elles-mêmes une face ou une arête également possible.

Si par contre un complexe cristallin implique un système de 4 faces, telles que les *cos* A_{ik} de leurs angles et les composantes ν_i de la face-unité sur les vecteurs des faces fondamentales *, soient des quantités *rationnelles,* les indices $\Omega'(u_i)$ de l'arête normale à toute face possible u_i sont également rationnels. A chaque face de ce complexe correspond donc une arête normale *possible,* et comme cette arête normale appartient au complexe, quelles que soient les 4 de ses faces prises pour point de départ de sa construction zonale, ses indices sont *entiers,* quelles que soient les 4 faces du complexe auxquelles on le rapporte.

Par le fait pour chaque système de référence que fournissent 4 faces quelconques du complexe en question, les coefficients ν_1^2, $\nu_1\nu_2$ cos A_{12}, etc., des indices $\Omega'(u_i)$ que nous avons appelés : (§ 28)

Si par contre un complexe cristallin implique un système de 4 arêtes, telles que les *cos* a_{ik} de leurs angles et les composantes μ_i de l'arête-unité sur les vecteurs des arêtes fondamentales, soient des quantités *rationnelles*, les indices $\omega'(x_i)$ de la face normale à toute arête possible x_i sont également rationnels. A chaque arête de ce complexe correspond donc une face normale *possible,* et comme cette face normale appartient au complexe, quelles que soient les 4 de ses arêtes prises pour point de départ de sa construction zonale, ses indices sont *entiers,* quelles que soient les 4 arêtes du complexe auxquelles on le rapporte.

Par le fait pour chaque système de référence que déterminent 4 arêtes quelconques du complexe en question, les coefficients μ_1^2, $\mu_1\mu_2$ cos a_{12}, etc., des indices $\omega'(x_i)$ que nous avons appelés : (§ 28)

* Déterminées par les relations $\mu_i\nu_i = \sin A_i$, les μ_i étant les segments interceptés par la face-unité sur les intersections des faces fondamentales.

$\Omega_{11}, \Omega_{22}, \Omega_{33}, \Omega_{12}, \Omega_{13}, \Omega_{23}$
doivent être des quantités *rationnelles.*

$\omega_{11}, \omega_{22}, \omega_{33}, \omega_{12}, \omega_{13}, \omega_{23}$
doivent être des quantités *rationnelles.*

43. Un seul complexe cristallin réalise totalement la condition énoncée ; le complexe *cubique* pour lequel nous avons (§ 85, V)

en choisissant comme faces fondamentales les 3 faces du cube générateur et comme face-unité le plan diagonal déterminant ses 3 arêtes (face de l'octaèdre) :

$$\cos A_1 = \cos A_2 = \cos A_3 = 0$$
$$\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 1$$

en choisissant comme arêtes fondamentales les 3 arêtes du cube générateur et comme arête-unité sa diagonale principale passant par le point 0 :

$$\cos a_1 = \cos a_2 = \cos a_3 = 0$$
$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$$

$$\sin A_1 = \sin A_2 = \sin A_3 = 1$$

Pour chaque *face* du complexe cubique l'arête normale est donc une arête *possible*, dont les indices $\Omega'(u_i)$ se réduisent, dans le cas particulier du système de référence choisi, aux valeurs mêmes des indices de la face :

$$x_1 : x_2 : x_3 = u_1 : u_2 : u_3$$

Pour chaque *arête* du complexe cubique la face normale est une face *possible*, dont les indices $\omega'(x_i)$ se réduisent, dans le cas particulier du système de référence choisi, aux valeurs mêmes des indices de l'arête :

$$u_1 : u_2 : u_3 = x_1 : x_2 : x_3$$

En conséquence, puisque à chaque couple de faces du complexe, correspond une zone complète de faces possibles, leurs arêtes normales, situées chacune dans le plan commun perpendiculaire à l'axe zonal, déterminent ainsi une face possible du complexe. Par le fait, réciproquement pour chaque axe zonal, c'est-à-dire pour chaque arête du complexe cubique, la face normale est également possible.

En conséquence, puisque à chaque couple d'arêtes du complexe, correspond un faisceau complet d'arêtes possibles, leurs faces normales, passant chacune par l'intersection commune perpendiculaire au plan du faisceau, déterminent ainsi une arête possible du complexe. Par le fait, réciproquement pour chaque faisceau d'arêtes, c'est-à-dire pour chaque face du complexe cubique, l'arête normale est également possible.

Chaque face du complexe cubique fait donc en somme partie d'un système de 3 faces trinormales, comme chacune de ses arêtes est comprise dans un système de 3 arêtes perpendiculaires entre elles. Chaque zone du complexe est telle qu'à chacune de ses faces correspond une face normale dans la même zone ; chaque faisceau ou *zone d'arêtes* est telle qu'à chacune de ses arêtes correspond une arête perpendiculaire dans la même face. Fédorow appelle zones *isotropes* des zones de faces et d'arêtes cristallines possédant cette propriété, et ce que nous venons de dire s'exprime plus simplement : chacune des zones de faces ou d'arêtes du complexe cubique est une zone *isotrope.*

44. Deux autres complexes cristallins (voir § 85) réalisent partiellement la condition du paragraphe 42. En effet, pour le complexe *quadratique*,

en choisissant comme faces fondamentales les 3 faces du prisme droit générateur à base *carrée* et comme face-unité le plan diagonal déterminant ses 3 arêtes (face de la protopyramide), les cos A_{ik} et les constances ν_i sont les valeurs * :

$$\cos A_1 = \cos A_2 = \cos A_3 = 0$$
$$\nu_1 \ , \ \nu_2 = \nu_3 = 1$$

et les indices $\Omega'(u_i)$ de l'arête normale à la face possible u_i, se réduisent, pour ce système de référence choisi, aux rapports des 3 quantités dont la première est essentiellement irrationnelle (remarque du § suivant :

$$x_1 : x_2 : x_3 = \nu_1^2 u_1 : u_2 : u_3$$

en choisissant comme arêtes fondamentales les 3 arêtes du prisme droit générateur à base *carrée* et comme arête-unité sa diagonale principale passant par le point 0, les cos a_{ik} et les constances μ_i sont les valeurs :

$$\cos a_1 = \cos a_2 = \cos_3 = 0$$
$$\mu_1 \ , \ \mu_2 = \mu_3 = 1$$

et les indices $\omega'(x_i)$ de la face normale à l'arête x_i se réduisent, pour ce système de référence choisi, aux rapports des 3 quantités dont la première est essentiellement irrationnelle (remarque du § suivant) :

$$\nu_1 : \nu_2 : u_3 = \mu_1^2 x_1 : x_2 : x_3$$

Pour le complexe *hexagonal* (§ 85, IV), les

faces fondamentales étant les 3 faces du prisme droit générateur à base *équilatérale,* et la face-unité le plan diagonal déterminant

arêtes fondamentales étant les 3 arêtes du prime droit générateur à base *équilatérale,* et l'arête-unité la diagonale principale pas-

* En désignant simplement par la lettre correspondante celle de ses constances qui sont irrationnelles.

ses 3 arêtes (face de la protopyramide hexagonale) les éléments du système sont :

$$\cos A_1 = \frac{1}{2}, \ \cos A_2 = \cos A_3 = 0$$

$$\nu_1, \quad \nu_2 = \nu_3 = 1$$

et les indices $\Omega'(u_i)$ de l'arête normale sont également les rapports des 3 expressions dont la première est encore irrationnelle (même remarque) :

$$x_1 : x : x_3 = \nu_1 u_1 : (u_2 + {}^1/_2 u_3) : ({}^1/_2 u_2 + u_3)$$

sant par le point 0, les éléments du système sont :

$$\cos a_1 = \frac{1}{2}, \ \cos a_2 = \cos a_3 = 0$$

$$\mu_1, \quad \mu_2 = \mu_3 = 1$$

et les indices $\omega'(x^i)$ de la face normale sont également les rapports des 3 expressions dont la première est encore irrationnelle (même remarque) :

$$u_1 : u_2 : u_3 = \mu_1^2 x_1 : (x_2 + {}^1/_2 x_3) : ({}^1/_2 x_2 + x_3)$$

Pour l'un comme pour l'autre de ces 2 complexes,

le premier indice u_1 des faces tautozonales à l'arête fondamentale $\mathfrak{r}_1$ étant nul, les indices de leurs arêtes normales se réduisent aux 2 derniers, et sont ainsi des rapports de quantités rationnelles. Pour chaque face de la zone fondamentale $\mathfrak{r}_1$, l'arête normale est donc possible, et puisque par cette arête normale passe une nouvelle face dans la même zone, cette zone $\mathfrak{r}_1$ est encore telle, qu'elle implique une face normale à chacune de ses faces.

le premier indice x_1 des arêtes coplanaires à la face fondamentale $\mathfrak{l}_1$ étant nul, les indices de leurs faces normales se réduisent aux 2 derniers, et sont ainsi des rapports de quantités rationnelles. Pour chaque arête du faisceau fondamental $\mathfrak{l}_1$, la face normale est donc possible, et puisque cette face normale détermine une nouvelle arête du même faisceau, cette zone d'arête $\mathfrak{l}_1$ est encore telle, qu'elle implique une arête normale à chacune de ses arêtes.

Pour l'un et l'autre des 2 complexes quadratique et hexagonal, les *zones fondamentales* de faces et d'arêtes $\mathfrak{r}_1$ et $\mathfrak{l}_1$ sont donc encore des zones *isotropes*.

En appelant (Fedorow) zone *orthogonale* de faces ou d'arêtes celle qui n'implique qu'un seul couple de faces ou d'arêtes normales*, on se rend compte en outre sans peine,

* On démontrerait facilement que dès qu'une zone de faces (d'arêtes) possède deux couples de faces (arêtes) normales, elle possède une face normale à chacune de ses faces, c'est-à-dire qu'elle est isotrope.

puisque chacune de leurs arêtes, c'est-à-dire chacun de leurs arcs zonaux est nécessairement situé sur une face de la zone fondamentale $\mathfrak{r}_1$, à laquelle correspond une arête normale, que *toutes* les autres zones de *faces* des 2 complexes sont des zones *orthogonales*.

puisque chacune de leurs faces, c'est-à-dire chacune de leurs zones d'arêtes passe nécessairement par une arête du faisceau fondamental $\mathfrak{l}_1$, à laquelle correspond une arête normale, que *toutes* les autres zones d'*arêtes* des 2 complexes sont des zones *orthogonales*.

45. Les 3 autres complexes cristallins, *rhombique, monocline* et *tricline* (voir toujours § 85) n'ont plus aucun système de référence avec des éléments rationnels suffisants pour y nécessiter la présence de zones de faces ou d'arêtes isotropes.

En choisissant toujours comme faces élémentaires les 3 faces du parallélipipède générateur avec la face déterminant ses 3 arêtes, les éléments du complexe *rhombique* sont (prisme droit à base *rectangle,* faces des 3 pinakoïdes et de la protopyramide):

$$\cos A_1 = \cos A_2 : \cos A_3 = 0$$
$$\nu_1 \ , \ \nu_2 \ , \ \nu_3$$

et les indices $\Omega'(u_i)$ de l'arête normale sont les rapports des 3 quantités irrationnelles:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \nu_1^2 u_1 : \nu_2^2 u_2 : \nu_3^2 u_3$$

Seules donc les arêtes normales aux 3 faces dont 2 indices sont nuls, c'est-à-dire aux 3 faces fondamentales $\nu_1\mathfrak{l}_1$, $\nu_2\mathfrak{l}_2$, $\nu_3\mathfrak{l}_3$, sont des arêtes possibles. Ces 3 faces sont ainsi les seules faces du complexe auxquelles corresponde une arête normale, et on se rend compte immédiatement que chaque zone

En choisissant toujours comme arêtes élémentaires les 3 arêtes du parallélipipède générateur avec la diagonale principale passant par 0, les éléments du complexe *rhombique* sont (prisme droit à base *rectangle*):

$$\cos a_1 = \cos a_2 : \cos a_3 = 0$$
$$\mu_1 \ , \ \mu_2 \ , \ \mu_3$$

et les indices $\omega'(x_i)$ de la face normale sont les rapports des 3 quantités irrationnelles:

$$u_1 : u_2 : u_3 = \mu_1^2 x_1 : \mu_2^2 x_2 : \mu_3^2 x_3$$

Seules donc les faces normales aux 3 arêtes dont 2 indices sont nuls, c'est-à-dire aux 3 arêtes fondamentales $\mu_1\mathfrak{r}_1$, $\mu_2\mathfrak{r}_2$, $\mu_3\mathfrak{r}_3$, sont des faces possibles. Ces 3 arêtes sont ainsi les seules arêtes du complexe auxquelles corresponde une face normale, et on se rend compte immédiatement que chaque zone de *faces* dont l'axe est situé sur l'une d'elles, est une zone *orthogonale.*

Pour le complexe *monocline,* le prisme est droit à base *parallélogrammique* quelconque (faces des 3 pinakoïdes et de l'hémipyramide positive), les éléments du système sont :

$$\cos A_1 \ , \ \cos A_2 = \cos A_3 = 0$$
$$\nu_1 \ , \ \nu_2 \ , \ \nu_3$$

et les indices irrationnels $\Omega'(u_i)$ s'écrivent, abstraction du facteur proportionnel :

$$\begin{aligned} x_1 &= \nu_1^2 u_1 \\ x_2 &= \nu_2^2 u_2 + \nu_2\nu_3 u_3 \cos A_1 \\ x_3 &= \nu_3\nu_2 u_2 \cos A_1 + \nu_3^2 u_3 \end{aligned}$$

Seule l'arête normale à la face dont les 2 indices u_2 et u_3 sont nuls, est une arête possible. La face fondamentale $\mathfrak{l}_1$ est donc la seule face du complexe possédant une arête normale, et chaque zone de *faces* dont l'arête est située sur cette face, est une zone *orthogonale.*

d'*arêtes* dont la face support passe par l'une d'elles, est une zone *orthogonale.*

Pour le complexe *monocline* le prisme est droit à base *parallélogrammique* quelconque (arêtes du prisme, orthodome et clinodome), les éléments du système sont :

$$\cos a_1 \ , \ \cos a_2 = \cos a_3 = 0$$
$$\mu_1 \ , \ \mu_2 \ , \ \mu_3$$

et les indices irrationnels $\omega'(x_i)$ s'écrivent, abstraction du facteur proportionnel :

$$\begin{aligned} u_1 &= \mu_1^2 x_1 \\ u_2 &= \mu_2^2 x_2 + \mu_2\mu_3 x_3 \cos a_1 \\ u_3 &= \mu_3\mu_2 x_2 \cos a_1 + \mu_3^2 x_3 \end{aligned}$$

Seule la face normale à l'arête dont les 2 indices x_2 et x_3 sont nuls, est une face possible. L'arête fondamentale $\mathfrak{r}_1$ est donc la seule arête du complexe possédant une face normale, et chaque zone d'*arête* dont le plan passe par cette arête, est une zone *orthogonale.*

Enfin pour le complexe *tricline,* les 3 faces du parallélipipède générateur sont des *parallélogrammes* quelconques ; les 6 constantes de chaque système sont des quantités essentiellement irrationnelles, et les indices $\Omega'(u_i)$ et $\omega'(x_i)$ restent sans aucune simplification ce qu'ils ont été trouvés au § 41. Pour aucune valeur des indices u_i et x_i, ils ne peuvent se réduire à un seul ou devenir rationnels ; le complexe tricline est donc le seul complexe cristallin qui n'ait aucune arête normale à l'une de ses faces.

Remarque. Le fait que les coefficients Ω_{ik} et ω_{ik}, en fonction desquels s'expriment les indices $\Omega'(u_i)$ et $\omega'(x_i)$, implique chacun un produit ou un carré des constantes ν_i, cos A_i ou μ_i, cos a_i du complexe, ne permet, semble-t-il, rien d'absolu en ce qui concerne la propriété que nous venons d'établir des zones et des complexes cristallins. En principe, il ne serait sans doute aucunement impossible par exemple que 2 quelconques ou les 3 constantes irrationnelles μ_1, μ_2, μ_3, (et par suite ν_1, ν_2, ν_3) c'est-à-dire les longueurs des axes-unités d'un complexe cristallin rhombique soient des valeurs de racines carrées quelconques: $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$; ce complexe rhombique possèderait dans ce cas, comme un complexe quadratique, une zone isotrope, ou pour chacune de ses faces une arête normale et réciproquement, comme le complexe cubique. Il en serait de même d'un complexe monocline dans le cas où ses constantes μ_i (ν_i) seraient des racines carrées et ses cos a_i et cos A_i tels que les coefficients $\mu_2\mu_3$cos a_1 et $\nu_2\nu_3$cos A_1 soient des quantités rationnelles. Mais en réalité, pour l'étude du cristal, cette restriction n'a aucune importance. Si rien n'empêche que, momentanément, pour une température déterminée, les axes unités ou les constantes μ_i d'un cristal rhombique ou monocline puissent prendre des valeurs de racines carrées, pour le plus petit changement de température, les propriétés physiques étant différentes sur chacune des 3 directions de ces axes, leurs dilatations inégales (positives ou négatives) auront aussitôt ramené ces constantes à des rapports de nombres *irrationnels quelconques.* C'est d'ailleurs la l'essence même de la nature du complexe cristallin : l'irrationnalité des rapports des constantes d'un cristal n'est qu'un cas spécial de la *non-équivalence physique* des directions correspondantes dans la substance cristalline.

Naturellement la même remarque s'applique aux complexes quadratique et hexagonal; au cas où leur première constante μ_1 (par suite ν_1) serait une valeur de racine carrée quelconque chacune de leurs zones de faces et d'arêtes pourrait être isotrope.

46. Le vecteur d'une *face parallèle* à une arête et *normale* à une face données x_i et u_i, est d'après le § 3, le produit vectoriel:

Le vecteur d'une *arête parallèle* à une face et *normale* à une arête données u_i et x_i, est d'après le § 3, le produit vectoriel:

$$V(\mu_1 x_1 \mathfrak{r}_1 + \mu_2 x_2 \mathfrak{r}_2 + \mu_3 x_3 \mathfrak{r}_3)(\nu_1 u_1 \mathfrak{l}_1 + \nu_2 u_2 \mathfrak{l}_2 + \nu_3 u_3 \mathfrak{l}_3)$$

Ce produit vectoriel s'effectue très simplement si nous substituons au vecteur de la *face:*

$$\nu_1 u_1 \mathfrak{l}_1 + \nu_2 u_2 \mathfrak{l}_2 + \nu_3 u_3 \mathfrak{l}_3$$

le vecteur équivalent de son *arête* normale; en d'autres termes si nous rapportons, comme le vecteur de l'arête, le vecteur de la

Ce produit vectoriel s'effectue très simplement si nous substituons au vecteur de l'*arête :*

$$\mu_1 x_1 \mathfrak{r}_1 + \mu_2 x_2 \mathfrak{r}_2 + \mu_3 x_3 \mathfrak{r}_3$$

le vecteur équivalent de sa *face* normale; en d'autres termes si nous rapportons, comme le vecteur de la face, le vecteur de l'a-face au trièdre des arêtes fondamentales :

$$\mu_1 \Omega'(u_1)\mathfrak{r}_1 + \mu_2 \Omega'(u_2)\mathfrak{r}_2 + \mu_3 \Omega'(u_3)\mathfrak{r}_3$$

Cela revient d'ailleurs à chercher le vecteur de la *face coplanaire* aux 2 arêtes d'indices x_i et $\Omega'(u_i)$; ses indices sont en effet (§ 31) les déterminants de 2^me^ ordre :

$$\begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ \Omega'(u_2) & \Omega'(u_3) \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_3 & x_1 \\ \Omega'(u_3) & \Omega'(u_1) \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ \Omega'(u_1) & \Omega'(u_2) \end{vmatrix}$$

que nous donnerait également le produit vectoriel posé.

Naturellement la même réserve est à faire ici que dans les paragraphes précédents. Cette face normale n'est une face possible que lorsque ses indices c'est-à-dire lorsque les valeurs $\Omega'(u_i)$ sont des quantités rationnelles. Pour les faces du complexe cubique, les faces des zones isotropes du complexe hexagonal et quadratique, les 3 faces fondamentales du complexe rhombique et la face $\mathfrak{l}_1$ du complexe monocline, la face normale passant par une arrête quelconque est donc toujours une face possible. C'est d'ailleurs ce qui a déjà été dit sous une autre forme en parlant des zones orthogonales.

rête au trièdre des vecteurs des faces fondamentales :

$$\nu_1 \omega'(x_1)\mathfrak{l}_1 + \nu^2 \omega'(x_2)\mathfrak{l}_2 + \nu_3 \omega'(x_3)\mathfrak{l}_3$$

Cela revient d'ailleurs à chercher le vecteur de l'*arête intersection* des 2 faces d'indices u_i et $\omega'(x_i)$; ses indices sont en effet (§ 31) les déterminants de 2^me^ ordre :

$$\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ \omega'(x_2) & \omega'(x_3) \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_3 & u_1 \\ \omega'(x_3) & \omega'(x_1) \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ \omega'(x_1) & \omega'(x_2) \end{vmatrix}$$

que nous donnerait également le produit vectoriel posé.

Naturellement la même réserve est à faire ici que dans les paragraphes précédents. Cette arête normale n'est une arête possible que lorsque ses indices c'est-à-dire lorsque les valeurs $\omega'(x_i)$ sont des quantités rationnelles. Pour les arêtes du complexe cubique, les arêtes des zones isotropes du complexe hexagonal et quadratique, les 3 arêtes fondamentales du complexe rhombique et l'arête $\mathfrak{r}_1$ du complexe monocline, l'arête normale coplanaire à une face quelconque est donc toujours une arête possible. C'est d'ailleurs ce qui a déjà été dit sous une autre forme en parlant des zones d'arêtes orthogonales.