Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern
Band: - (1896)
Heft: 1399-1435

Artikel: Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schäfli
Autor: Graf, J. H.
Kapitel: 1848
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319085

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

J. H. Graf.

Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli.

Festgabe der Bernischen Naturforschenden Gesellschaft an die Zürcherische Naturforschende Gesellschaft anlässlich der Feier des 150-jährigen Bestehens der Letzteren im August 1896.

Der Briefwechsel der beiden grossen Mathematiker wurde eingeleitet nach dem Besuche Steiner's in Bern 1843 und beginnt mit einem Brief Steiner's an den gemeinschaftlichen Freund Steiner's und Schläfli's, den Professor der Philosophie *Ris* in Bern. Der Brief ist ohne Datum, aber sehr wahrscheinlich vom August 1848 [1]) und geschrieben aus Rippoldsau, wo Steiner zum Kurgebrauch sich aufhielt. Der Brief ist nur im Concept von Steiner's Hand vorhanden und wurde von mir aus drei andern Concepten zum einheitlichen Ganzen zusammengefasst.

1848. Steiner an Ris (Schläfli).

Verehrter Freund!

«Das ist e *seltsame* Brief; es ist seit länger als Jahr und Tag «der 3te den ich schreibe, aber vor meiner Abreise von Berlin nahm «ich mir vor, von hier aus einige Zeilen an Sie zu richten — ich «eile mein Gelübde zu halten, ehe ich ganz matt gewässert bin.

«Aus Ihren Berichten — für deren freundliche Zusendung ich «Ihnen bestens danke — habe ich ersehen, dass Sie in fortgesetzter «Thätigkeit für die Wissenschaft sind und dass Sie auch Schläfli zu ani«miren wissen. Er hat einige nette Sachen gemacht, aber mit seiner «grossen Kraft könnte er noch weit mehr leisten, wenn er bei guter

[1]) Siehe eine bezügliche Stelle in Steiner's Brief vom 31. Juli 1851.

«Stimmung wäre. Seine Versetzung an die Universität ist wohl nicht «erfolgt, weil die Zeitumstände zu ungünstig waren. Es thut mir «leid! —

«Mein Anliegen an Sie wär' öppe das: Den Thuner Mathematiker «zu veranlassen (wofern Sie es für geeignet erachten), sich mit nach-«stehenden Sätzen und Aufgaben zu befassen, welche mir von meinen «letzten Bemühungen (während des Revolutions-Gewühls) noch halb «unverdaut im Magen sitzen.

«Eine Curve 4ten Grads C^4 und ein Kegelschnitt K^2 können ein-«ander in 4 Punkten berühren.

«1. «Wird in einer Curve C^4 ein Punkt a angenommen, so «gibt es im Allgemeinen 63 Kegelschnitte K^2, welche dieselbe in «a und ausserdem in noch irgend drei andern Punkten berühren.» «(Mein Beweis ist schwach und unsicher.)

«Im weitern Verfolg dieses Satzes wurde ich auf folgende Dio-«phantische Aufg. geführt:

«2. «Man denke sich beliebig liegende Punkte; ihre unbestimmte «Anzahl sei = x. Von welcher Form muss die Zahl x sein, damit «die Punkte den Forderungen genügen:

«*a)* dass sie sich zu 3 und 3 so zu Dreiecken E_3 verbinden «lassen, dass je 2 Punkte, die man beliebig wählt, allemal «Ecken *eines*, aber *nur eines einzigen* Dreiecks E_3 sind;

«*b)* dass je 3 Punkte, die man wählt, Ecken eines, aber nur «eines Vierecks E_4 sind, wobei jedoch von den 4 Ecken «jedes E_4 keine drei die Ecken eines der vorigen (a) Drei-«ecke E_3 sein dürfen;

«*c)* dass wenn man 4 Punkte wählt, dieselben Ecken eines Fünf-«ecks E_5 sind, und dessen fünfte Ecke nothwendig bestim-«men, aber es sollen von den fünf Ecken jedes E_5 weder 4 «die Ecken eines der vorigen E_4, noch 3 die Ecken eines «der vorigen E_3 sein;

«*d)* dass sie sich ebenso zu Sechsecken E_6 verbinden lassen, «aber dass je fünf Ecken jedes E_6 nur zu einem einzigen «E_6 gehören, und dass keine 5, 4, 3 Ecken eines dieser «E_6 zugleich die Ecken eines der vorhergehenden E_5, E_4, «E_3 sein dürfen, und eben so für E_7, E_8 . . . .

«Wie gross ist dabei die Anzahl der E_3, E_4, E_5, E_6, ... ?»

«Ich fand: Für die Anzahl der Dreiecke $E_3 = \frac{x\,(x-1)}{2 \cdot 3}$. Ein

«natürlicher Grund bedingt, dass x ungerad, und daher eine Zahl von «einer der zwei Formen

«$6n + 1$ oder $6n + 3$ sein muss.

«Die Zahl der E_4 ist $= \frac{x(x-1)(x-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}$. Dies verbunden mit dem «Vorigen, bedingt für x die vier Formen:

«$12n + 1$; $12n + 3$; $12n + 7$; $12n + 9$.

«Die kleinste Anzahl Punkte, welche diesen beiden Fällen genügt, «ist $x = 7$, und giebt 7 E_3 und 7 E_4.

«Ich hoffe und erwarte, Herr Schläfli werde das weitere, das «allgemeine Gesetz, allein bewältigen.

«Beide Sätze (1.) und (2.) haben Bezug auf die 28 Doppeltan- «genten dt der Curve C_4. Diese 28 dt gruppiren sich zu 12 und 12 «in 63 Systeme, wovon jedes die nämlichen bestimmten Eigenschaften «hat. — Wenn es Herrn Schläfli gelingt, diesen 28 dt mit der Rech- «nung beizukommen, so wird er auch finden, dass ihre 56 Berührungs- «punkte zu 4 und 4 in Geraden liegen; — wie oft? und welche Lage «haben diese Geraden gegen einander?[1])

«Wenn der begabte Mathematiker aufgelegt ist, so kann er sich «auch an nachfolgenden Sätzen üben, mit deren Anfang wir uns in «Rom gemeinschaftlich beschäftigt haben.

«Erklärung: Legt man aus einem beliebigen Punkte P Tan- «genten an eine Curve n^{ten} Grads C^n, so liegen die n (n—1) Berührungs- «punkte in einer Curve von $n-1^{ten}$ Grads C^{n-1}; an diese aus P wie- «derum Tangenten, liegen die (n—1) (n—2) Berührungspunkte in einer «Curve C^{n-2}, an diese wieder Tangenten, giebt C^{n-3}; u. s. w. Diese «neuen Curven C^{n-1}, C^{n-2}, ... C^{n-x}, ..., C^2, C^1 heissen (bei «mir) nach der Reihe die 1te, 2te ..... x^{te}, ..., $n-2^{te}$, $n-1^{te}$ «Polare des Punktes P in Bezug auf die Basis C^n.

I. «Bewegt sich der Pol P in einer gegebenen Curve C^r, so ist «die Enveloppe seiner x^{ten} Polare, C^{n-x}, eine Curve vom

«$r(r + 2x - 3)(n-x)^{ten}$ Grad.»

---

[1]) Die Aufgabe wurde von Schläfli nicht gelöst, vergl. Brief Steiner an Schläfli vom 15. Dezember 1850. Nach der gleichen Quelle besuchte Steiner Schläfli in Bern im Herbst 1850 anlässlich einer Reise nach Wien.

Der Satz, dass die 56 Berührungspunkte der dt zu 4 und 4 in Geraden liegen, ist falsch. Immerhin ist es möglich, dass Steiner, als er den Brief schrieb, an seine Richtigkeit glaubte. Er fehlt in der gedruckten Arbeit über die dt der C_4. (Bemerkung von H. Prof. Dr. C. F. Geiser.)

II. «Hat die x^{te} Polare eines Punktes P einen Doppelpunkt Q, «so hat umgekehrt die $n-x-1^{te}$ Polare von Q jenen Punkt P zum «Doppelpunkt.»

III. «Der Ort des Punktes P, dessen 1te Polare, C^{n-1}, einen Dop- «pelpunkt Q hat, ist eine Curve $\mathfrak{P}$ vom 3 $(n-2)^2{}_{ten}$ Grad; und der «Ort von Q ist eine Curve $\mathfrak{Q}$ vom 3 $(n-2)^{ten}$ Grad; der Ort der Geraden «PQ ist eine Curve $\mathfrak{R}$ von der 3 $(n-1)(n-2)$ Klasse und von der- «selben Klasse ist auch die Curve $\mathfrak{P}$.»[1])

In einem 2ten Concept spricht Steiner die Absicht aus, nach Beendigung seiner Cur in Rippoldsau, wohin er Ende Juli 1848 gekommen ist, nach der Schweiz zu reisen, wenn nicht sein Bruder *Hans Steiner* der aus Amerika in Utzenstorf zu Besuch sei, schon früher zurückkehre und ihn in Rippoldsau besuche. —

1850. Schläfli an Steiner.

Herr Professor!

Sie werden sich wohl mit mir freuen, dass ich jetzt etwas gearbeitet habe, das zu publiciren ich mich nicht schäme. Es ist die Theorie der Elimination zwischen algebraischen Gleichungen im allgemeinsten Sinne. Zum gegebenen System von n höhern Gleichungen mit n Unbekannten nehme ich noch eine lineare Gleichung mit litteralen [unbestimmten] Coefficienten a, b, c... hinzu und zeige, wie man auf diesem Wege, ohne je mit fremden Faktoren die Rechnung zu belästigen, zur ächten Resultante gelangen kann. Ist alles Uebrige numerisch gegeben, so muss diese Resultante in Faktoren zerlegbar sein, welche alle in Beziehung auf a, b, c,... linear sind. In jedem einzelnen dieser linearen Polynome sind dann die Coefficienten von a, b, c... die zu *einer* Lösung gehörenden Werte der Unbekannten.

Ich beleuchte dann die von *Hesse* in seiner bekannten Abhandlung über die Resultante dreier quadratischer Gleichungen gegebene Bedeutung über ein allgemeines Eliminationsverfahren und zeige, dass dieses nicht zum Ziele führen kann. Ich untersuche ferner die Eigenschaften der Resultante eines Systems algebraischer Gleichungen überhaupt und finde eine Reihe von Sätzen, von denen die bekannten Sätze *Jakobi's* über die Determinante sich als spezielle Fälle ergeben. Ich gehe in mehrere besondere Fälle ein, die immer noch von beträchtlicher relativer Allgemeinheit sind, und unterwerfe namentlich die Resultante der acht abgeleiteten Gleichungen eines vierschichtig

[1]) Schläfli hat es Steiner etwas entgelten lassen, dass er die Aufgaben nicht ihm direkt zugesandt hat.