

# 1856

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern**

Band (Jahr): - **(1896)**

Heft 1399-1435

PDF erstellt am: **28.06.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

1856. Steiner an Schläfli.

Berlin, 20<sup>ten</sup> April 1856.

«Lieber Schläfli!

«So wirkt das Verhängniss! so weit hat uns Ihr vorjähriger  
«Kathar auseinander gebracht. Es ist nicht Rache für die acht Höllen-  
«tage in Bern, sondern mein geistiges Beharrungsvermögen (Inertia).  
«Es liegen sogar freudige Briefanfänge vom 4<sup>ten</sup> October (Paris) und  
«November (Berlin) vor mir, auch spätere, aber es wollte nicht gehen,  
«weil die Kraft, Lust und der Inhalt fehlten, auch das Vertrauen: dass  
«Sie im eigenen Interesse nicht thun würden, was ich verlange. —  
«Der seitherige Verlauf ist so:

«In Paris traf ich erst Niemand, Alles verreist, 11 leere Besuche;  
«nach 8—10 Tagen kamen sie an. Am ersten Mittwoch des October  
«lud mich *Sturm* mit *Bertrand* und *Catalan* zum Frühstück (11—5 Uhr)  
«ein. Als ich dabei von Ihrem Schicksal mit *Liouville* (*Crelle* und *Wien*)  
«sprach, war *Sturm* sehr gerührt und platzte mit dem Urtheil heraus:  
«dass Ihr Aufsatz über elliptische Transcendenten in *Grunert's* Archiv  
«das Beste wäre, was er über denselben Gegenstand gelesen habe.»  
«Potz Donnerwetter! wie zuckte das mir durch die Glieder. Nun hatten  
«auch die beiden Andern grosses Interesse und drängten, *Sturm* solle  
«die Abhandlung übersetzen; endlich wollte *Bertrand* sie von einem  
«seiner Schüler übersetzen lassen und *Sturm* sollte ein Paar Vorworte  
«machen; doch jener ist *Franzose* und dieser ist leider gestorben.  
«Als ich von Ihren andern Arbeiten (Wiener Abhandlungen) sprach,  
«musste ich — zu Ihrem grossen Leid! — auch Ihre *unmenschliche*  
«Seite berühren, zur Erklärung, warum Sie noch keine Exemplare ge-  
«schickt haben und meine Befehle fruchtlos blieben. Da baten mich  
«*Sturm* und *Bertrand*, die Deutsch lesen, Sie nochmals zu *puffen*, was  
«sogleich (folgenden Tags) ich zu thun versprach; aber es gelang mir  
«nicht, — auch entmuthigte mich die wahrscheinliche Erfolglosigkeit,  
«Hätte ich Macht über den Ziegel, so würde ich jetzt noch donnernd  
«befehlen sogleich Exemplare zu schicken und zwar an: 1) die Akademie,  
«2) *Poncelet*, 3) *Lamé*, 4) *Liouville*, 5) *Chasles*, 6) *Bienaymé*. 7) *Binet*,  
«8) *Hermite*, 9) *Bertrand*, 10) *Serret*, 11) Dr. *Wertheim*, 12) Abbé  
«*Moigno*, 13) Dr. *Wöpcke* (arabisch drauf), 14) *Terquem* (ein Wort  
«hebräisch drauf), und Andere.

«Wenn dieser Befehl binnen 8 Tagen nicht ausgeführt wird, so  
«hol Sie . . . .

«Auf ein Exemplar setzen Sie :

A l'Académie des Sciences

hommage de l'auteur.

«oder: hommage de la part de l'auteur

«auf die andern :

A Monsieur N.

Hommage de la part de l'auteur.

«Alle Exemplare in ein Packet und darauf die Adresse

A Monsieur

Monsieur le Président

de l'Académie des Sciences Impériale

à Paris.

«und das Paket der Gesandtschaft übergeben in der Kramgasse N. 48 (?)  
«höflich ersucht um Beförderung. So mache ich es hier, warum sollt's  
«in Bern nicht auch gehen? zum Donnstig! Den meisten habe ich  
«von Ihnen gesprochen und Exemplare versprochen — wird mich der  
«Ziegel zum Lügner machen?! Erst vor 4 Wochen erhielt Prof.  
«*Schönemann* endlich ein Exemplar, er freute sich dennoch und dankt.

«Leider sah ich *Liouville* nicht; aber ich habe *Vielen* so ein-  
«dringlich ans Herz gelegt, mit ihm Ihretwegen zu sprechen, dass  
«es geholfen hat; im einen Heft (glaube November) beginnt Ihr Auf-  
«satz und im folgenden ist er beendet.

«[N. B. zu Oben. Wenn Sie etwa ein kleines Sätzchen  
«für *Liouville* oder *Terquem* bereit haben, so können Sie  
«es in dessen Exemplare hineilegen und mit dünnem  
«Faden zubinden (auch so g'macht); an *Terquem* (-Türk-  
«heim) können sie Deutsch schreiben, von mir sprechen,  
«und wenn Sie irgend ein Wort hebräisch beisetzen, werden  
«Sie feurige Kohlen auf seinem Haupte sammeln.]»

«Meine vorjährige Verwendung bei *Reimer* zu Gunsten Ihrer  
«hiesigen Abhandlung blieb deshalb erfolglos, weil *Crelle* bereits mehr  
«als 2 Bände zum Voraus hatte drucken lassen; so sagte mir *Reimer*,  
«als ich nach meiner Rückkunft mich flugs danach erkundigte. Bei  
«diesem Anlass verlangte *Reimer* von mir Rath über einen neuen Re-  
«dacteur; ich schlug ihm vor und leitete es ein, so dass Dr. *Borchardt*  
«es wurde; als Unterstützer werden auch *Steiner*, *Schellbach*, *Kummer*  
«und *Kronecker* genannt. Die noch vorrätigen, dem alten Redacteur  
«eingesandten Abhandlungen wurden meist den Autoren zurückgeschickt;

«bei der Ihrigen protestirte ich, ob ich sie aber durchbringen werde,  
«weiss ich noch nicht; Anstand ist: weil Sie etwas von 22 Bogen  
«darauf schrieben, wovon man Respect hat, siehe Exempel an *Oettinger*  
«und *Gudermann*. *Borchardt* schlug vor, Ihnen einen Verleger zu suchen,  
«er wolle helfen; aber die Zeitumstände für solche Werke sind ungünstig;  
«ich ging deshalb bereits 2 mal zu *Reimer*, aber traf ihn nicht.  
«Sollte sich ein Verleger finden, so wären Sie wohl auch bereit, das  
«Werk zu ergänzen (den *Liouville'schen* Brocken einzuverleiben)  
«und geeignet zu redigiren. Geben Sie darüber Antwort. Ob ich  
«etwas Honorar erpressen kann, ist zweifelhaft. Findet sich kein Ver-  
«leger, so *zwinge* ich es durch fürs Journal. --

«Im 4<sup>ten</sup> Heft des 50<sup>sten</sup> Bandes wird *Signore* durch *Cayley*  
«verherrlicht.

«21. April. In Paris wollte ich Mr *Terquem* mit Ihrem mira-  
«ckelösen Satz über die Fusspunktenlinie G beim Dreieck beglücken,  
«aber ich konnte damit nicht zu Rechte kommen. Hier zurückge-  
«kehrt sollte es mein erstes Geschäft sein, allein die Verwicklung  
«ward immer grösser, ich gerieth immer tiefer hinein, endlich fing  
«es an zu tagen, alles Wunderbare verschwand, so dass zuletzt am  
«7. Januar ein gerade nöthiger Klassen-Vortrag daraus werden konnte,  
«wie Sie aus dem Monatsbericht wohl schon ersehen haben. Als ich  
«am 31. Januar einen Plenum-Vortrag halten musste und nichts wusste,  
«nahm ich etwas von der  $f^3$ , was zu meinem Erstaunen bei Freund  
«und Feind, bei Geweihten und Laien Furore machte. Den ersten  
«Vortrag wollte ich mit den zahlreichen Nebensätzchen ausarbeiten  
«(im Monatsbericht ist das Naivste verheimlicht) und in die Denk-  
«schriften der Akademie geben, allein bis jetzt kam ich noch nicht  
«dazu, — immer einschlafen oder alberne Phantastereien. Ebenso  
«sollte aus einigen lumpigen Sätzchen (wovon ein Theil bereits  
«*Terquem* übergeben ward) eine Abhandlung werden, freiwillig in der  
«Akademie vorzutragen, aber auch damit kam ich nicht zu Stande,  
«gerieth tiefer hinein und stiess auf Schwierigkeiten, die nur Der,  
«welcher niemals schwach werden wollte, überwinden wird, und dem  
«ich sie unten mittheile. An die allgemeinen Flächen bin ich noch  
«nicht wieder rangekommen, seitdem meine schönen Hoffnungen in  
«Bern an der Knechtsgestalt zerschellten.

«Da ich geistig immer tiefer sinke, und da man mich da oben,  
«wo Muckerei und «*Umkehr der Wissenschaft*» auf der Fahne steht,  
«ganz *verworfen*, auf meine vorjährige Eingabe um gehührende Stel-

«lung mich keiner Antwort gewürdigt hat, und in 22 Jahren mir keine  
«Beförderung angedeihen liess, was, wie vor Jahren Staatsrath v.  
«*Hermann* in München sagte: «nur zu Preussens nicht zu meiner  
«Schande gereiche, denn ich habe ja eine geometrische Welt ge-  
«schaffen», so reifte mein Vorsatz, das letzte Mittel zur Herausgabe  
«meiner Productionen zu benutzen, nämlich mit fremden Kälbern zu  
«pflügen. Zu diesem Behuf bin ich am 1<sup>ten</sup> April um einen zwei-  
«jährigen Urlaub eingekommen, motivirt: «durch Annahme der mir  
«angebotenen Hülfe treuer Schüler, Prof. *Schläfli* in Bern und Dr.  
«*Sidler* in Zürich, so wie meines Freundes, General *Poncelet* in Paris,  
«zur Veröffentlichung meiner Forschungen im Gebiete der Geometrie.»  
«Als ich 3 Wochen zuvor mein Vorhaben dem Geh. Rath *Sch.*  
«mündlich erzählte, da erinnerte sich der Kerl sogleich, dass ich ihm  
«vor Jahren Ihretwegen Anträge gemacht habe, obschon er damals  
«nicht darauf zu hören schien. Nehmen Sie's nicht übel, dass ich Sie  
«als Schüler nannte, Sie haben es mir ja selbst eingeredet. Sollten  
«nunmehr weder Sie noch *Sidler* geneigt sein, sich mit mir zu be-  
«fassen, so schadet es meiner Berufung auf euch doch nichts, ich  
«wende mich dann an Andere, in Pforzheim, Ludwigsburg, etc., oder  
«gehe nach Paris und mache da, so viel ich vermag. Nach 2 Jahren:  
«Verlängerung des Urlaubs; wird gewährt, damit ich hier nicht überall  
«klage und resonnire und zwar mit gutem Grund. Kontrast mit  
«Ihrer Weise.

«Mein heimlicher Glaube, mit den Flächen einen Preis von  
«3000 Fr. zu gewinnen und mit *Signore* zu theilen, war irrig. Es  
«bleibt nur die Hoffnung auf das Honorar. Bereits sind mir 2 Fried-  
«rich-d'or ( $= 41\frac{1}{2}$  Fr.) per Bogen geboten. Etwa 10—12 Bogen  
«kanns werden.

«Das Beste wird sein, dass ich den *Helfer* adoptire, oder ihm  
«eine lebenslängliche Rente aussetze, d. h, die Zinsen eines unver-  
«äusserlichen Kapitals, wofür er noch nach meinem Tode fort redigirt  
«und wenn er stirbt, das Kapital entweder einem meiner Verwandten  
«zufällt, oder die Zinsen alljährlich für wissenschaftliche Leistungen  
«oder für andere nützliche Erfindungen als Preis ertheilt werden,  
«Denn dass ich das durch grosse Sparsamkeit mühsam Erworbene  
«alles ungeschlachten Verwandten soll zukommen lassen, ist *nicht*  
«möglich, absolut unmöglich, das thue ich nicht. Bloss einige Schwester-  
«kinder in Koppigen sollen den gebührenden Antheil erhalten. Jene

«Schwester, welche Sie in Utzenstorf sahen, ist am 2<sup>ten</sup> Februar in  
«Kirchberg gestorben, und dabei sind Unbilligkeiten vorgefallen, die  
«mich aufs Aeusserste empört haben. Genug mein Entschluss, den  
«ich ohne diess schon lange hegte, steht fest: einem Theil meines  
«Vermögens eine ewig fortdauernde wissenschaftliche Bestimmung zu  
«geben.

«Da Sie in eigenen Angelegenheiten so verschlossenen Charak-  
«ters sind, so werden Sie vor der Hand auch Niemand von meinem  
«Urlaub, etc. sprechen.

«(22. April.) Nun sollen Sie auch etwas für den Rüssel haben,  
«wenn derselbe noch bei Kräften ist. Ich hatte diesen Winter einige  
«Male so eine einzelne Aufgabe; wo dieselben sind, und was ich jetzt  
«aufgabe, weiss ich nicht. Auf die Ordnung kommt's nicht an, daher  
«will ich blindlings beginnen.

«Ein Mr. Terquem übergebenes Sätzli heisst:

«Haben drei begrenzte Gerade  $a\alpha$ ,  $b\beta$ ,  $c\gamma$ , in einer Ebene, den-  
«selben Punkt  $m$  zur Mitte, so sind sie Durchmesser eines bestimm-  
«ten Kegelschnitts  $m^2$ , und so schneiden sich sowohl die vier Kreise  
« $abc$ ,  $a\beta\gamma$ ,  $b\alpha\gamma$ ,  $c\alpha\beta$  in einem Punkte  $d$ , als auch die 4 Kreise  $a\beta\gamma$ ,  
« $abc$ ,  $\beta\alpha c$ ,  $\gamma ab$  in einem Punkte  $\delta$ , und es ist  $d\delta$  ein vierter Durch-  
«messer des Kegelschnitts  $m^2$ .» (Beweis: elementar.)

«Daraus werden durch «*Spinnen und Drehen auf dem Absatz*»  
«eine Reihe Folgerungen gezogen. Z. B. fixirt man die Kreise  $abc$   
«und  $a\beta\gamma$  und lässt sodann die Durchmesser  $b\beta$  und  $c\gamma$  dem festen  
« $a\alpha \infty$  nahe rücken, so wird der erste Kreis der Krümmungskreis in  
« $a$ , und ist sehr einfach und elegant durch den zweiten bestimmt.  
«Eine weitere Folge ist: «Dass wenn  $m$  insbesondere der Schwer-  
«punkt des Dreiecks  $abc$  und somit  $m^2$  nothwendig Ellipse ist, als-  
«dann die drei Krümmungskreise in  $a$ ,  $b$ ,  $c$  durch einen und denselben  
«Punkt  $d$  in  $m^2$  gehen, und  $abcd$  in einem Kreise liegen.» Und umge-  
«kehrt: «Durch jeden Punkt  $d$  der Ellipse gehen 3 Krümmungskreise  
«und ihre Osculationspunkte  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sind die Ecken eines eingeschrie-  
«benen Dreiecks von grösstem Inhalte und liegen mit  $d$  in einem  
«Kreise.»

«Dies findet alles *wörtlich gleich* beim sphärischen Kegelschnitt  
«statt (Schnitt der Kugel mit einem concentrischen Kegel 2<sup>ten</sup> Grads).

«Nun aber beginnt mein Jammer. Auf der Kugel ist der Satz  
«*sphärisch polarisierbar*, wobei Kreis in Kreis übergeht, so dass ein  
«neuer Satz über das dem sphärischen Kegelschnitt umschriebene *Drei-*

«seit vom *kleinsten Umfang* entsteht. Danach fühlte ich, dass auch  
 «beim *ebenen Kegelschnitt*  $m^2$  entsprechende Sätze stattfinden müssen,  
 «wenn auch nicht *polare* so doch *duale*, und zwar in folgender dop-  
 «pelter Gestalt.

«I. Sind in 1 Ebene drei Paar  $\neq$  Gerade  $a\alpha$ ,  $b\beta$ ,  $c\gamma$  von einem  
 «Punkte  $m$  gleich weit abstehend (jedes Paar für sich), so berühren  
 «sie einen Kegelschnitt  $m^2$ . Dem Dreiseit  $abc$  lassen sich 4 Kreise  $K$   
 «einschreiben; ebenso den Dreiseiten  $a\beta\gamma$ ,  $b\alpha\gamma$ ,  $c\alpha\beta$  je 4 Kreise  $K_1$ ,  
 « $K_2$ ,  $K_3$ . Von diesen Kreisen müssen nun 4 Mal 4, je von jeder Gruppe  
 «einer, eine gemeinschaftliche Tangente  $d$  haben, welche zugleich auch  
 «den Kegelschnitt  $m^2$  berührt. Oder: Jeder der 4 Kreise  $K$  muss mit  
 «einem bestimmten der 4 Kreise  $K_1$  eine gemeinschaftliche Tangente  
 « $d$  haben, welche auch  $m^2$  berührt (und zwar sind  $a$  und  $d$  conjugirte  
 «gemeinsame Tangenten der Kreise  $K$  und  $K_1$ , d. h. entweder beide  
 «*äussere* oder beide *innere*).

«II. Werden drei beliebige Winkel  $a\alpha$ ,  $b\beta$ ,  $c\gamma$ , in 1 Ebene, von  
 «derselben Geraden  $m$  gehälftet, so sind sie einem bestimmten Kegel-  
 «schnitt  $m^2$  umschrieben, welcher  $m$  zur Axe hat. Die den 4 Drei-  
 «seiten  $abc$ ,  $a\beta\gamma$ ,  $b\alpha\gamma$ ,  $c\alpha\beta$  eingeschriebenen Kreise haben die vorige  
 «Eigenschaft, nämlich zu vier  $4gt=4d$ , welche auch  $m^2$  berühren.  
 «— Die den 4 Dreiseiteiten  $\alpha\beta\gamma$ ,  $abc$ ,  $\beta\alpha\gamma$ ,  $\gamma ab$  entsprechenden 4  $\delta$   
 «schneiden ihre correspondirenden 4  $d$  auf der Axe  $m$ , und diese häl-  
 «flet die Winkel  $d\delta$ .

«Lässt man nun, bei I. oder II., die Geraden  $b$  und  $c$  der festen  $a$   
 «unendlich nahe rücken, so gehen von den 4 Kreisen  $K$  zwei in einen  
 «Punkt über, der dritte wird  $\infty$ , und der 4<sup>te</sup> wird Schmiegunskreis  
 «im Berührungspunkt  $a_0$  der  $a$ , und hat mit  $m^2$  noch die Tangente  $d$   
 «gemein. Und daher weiter: Ist dem  $m^2$  ein Dreiseit  $abc$  von klein-  
 «stem Umfang umschrieben, so haben die drei Krümmungskreise in  
 «den drei Berührungspunkten  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  mit  $m^2$  dieselbe Tangente  $d$   
 «gemein; und umgekehrt: Jede Tangente  $d$  des Kegelschnitts  $m^2$  wird  
 «von irgend drei Krümmungskreisen desselben berührt, und die den  
 «Osculationspunkten  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  zugehörigen Tangenten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  bilden ein  
 «umschriebenes Dreieck von kleinstem Umfang, dessen innerer Kreis  
 «(derjenige von den 4  $K$ , der innerhalb des Dreiseits liegt) auch die  
 « $d$  berührt; die drei äussern Kreise berühren  $m^2$  (sowie die Seiten)  
 «gerade in den Punkten  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ . (Siehe Ende meiner Abhandlung  
 «Elementare Lösung einer geometrischen Aufgabe» in Crelles Journal  
 «1847.) Wohlan! setzen Sie an, und entscheiden Sie bald, was daran

«wahr oder falsch ist, damit ich den Aufsatz beenden kann. — Es  
«muss gewiss auch projektivisch gehen, wenn ich Kraft hätte. — Beim  
«sphärischen Kegelschnitt ist alles analog.

«Das Bestreben, etwas Analoges bei der allgemeinen  $f^2$  zu finden,  
«führte auf einen schönen Satz, den ich Ihnen nicht vorenthalten  
«darf, obschon Sie ihn v. J. selbst auffinden sollten, aber den Dienst,  
«als nicht amtlich, verweigerten. Er offenbart eine neue Eigenschaft  
«eines speziellen  $G(f^2)$ . Ich leite wie folgt ein.

«Gegeben eine  $f^2$ . Bewegt sich Pol  $P$  in einer Geraden  $G$ , so  
«dreht sich seine Polarebene um eine andere Gerade  $H$ , und umge-  
«kehrt. Ich nenne  $G$  und  $H$  *reciproke Gerade* in Bezug auf  $f^2$ .

«Zieht man in  $f^2$  irgend drei Sehnen  $a\alpha$ ,  $b\beta$ ,  $c\gamma$ , welche ein  
«Paar reziproke Gerade  $G$ ,  $H$  schneiden, so gehen die vier Ebenen  
« $abc$ ,  $\alpha\beta\gamma$ ,  $b\alpha\gamma$ ,  $c\alpha\beta$  durch einen Punkte  $d$ , sowie die 4 Ebenen  $\alpha\beta\gamma$ ,  
« $abc$ ,  $\beta\alpha c$ ,  $\gamma ab$  durch einen Punkt  $\delta$ , beide Punkte liegen in der Fläche  
« $f^2$  und die Sehne  $d\delta$  schneidet  $G$  und  $H$ .“ Die Endpunkte jeder  
«Sehne und ihre Schnitte mit  $G$ ,  $H$  sind harmonisch. Die Schnitt-  
«linie, etwa  $L$ , je zweier Gegenebenen  $abc$  und  $\alpha\beta\gamma$ ,  $\alpha\beta\gamma$  und  $abc$ , etc.  
«schneidet ebenfalls beide Gerade  $G$ ,  $H$ . (Welche Beziehung haben  
«diese 4  $L$  zu jenen 4 Sehnen  $a\alpha$ ,  $b\beta$ ,  $c\gamma$ ,  $d\delta$ ? folgen diese rück-  
«wärts aus jenen?).

«Auf dem Absatz gedreht, scheint mir zu folgen:

«Alle  $f^2$ , welche durch die 6 Endpunkte  $abca\beta\gamma$  gehen und  
« $G$ ,  $H$  zu reziproken Geraden haben, gehen auch durch die beiden  
«Schnittpunkte  $d$  und  $\delta$  der zweimal 4 Ebenen und bilden ein  $G(f^2)$ ,  
«dessen Kerncurve  $R^6$  aus  $G$ ,  $H$  und dem 4  $L$  besteht.»

«Sind  $G$ ,  $H$  und etwa die 3 Endpunkte  $a$ ,  $b$ ,  $c$  beliebig gegeben,  
«so sind  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , als vierte harmonische Punkte, bestimmt; also wird  
«im Grunde nur verlangt: die  $f^2$  soll durch drei gegebene Punkte  
« $a$ ,  $b$ ,  $c$  gehen und die gegebenen  $G$ ,  $H$  zu reziproken Geraden  
«haben; folglich zählt ein gegebenes Paar  $G$  und  $H$  für 4 Beding-  
«ungen, für 4 Punkte.

«Schneiden zwei Gerade  $G$ ,  $H$  irgend 4 begrenzte Gerade  $a\alpha$ ,  
« $b\beta$ ,  $c\gamma$ ,  $e\epsilon$  harmonisch, so sind letztere gemeinsame Sehnen eines  
« $B(f^2)$ , von dessen Grundcurve  $R^4$  unendlich viele Punktenpaare  $d$ ,  $\delta$   
«leicht zu construiren sind; nämlich je drei der 4 Sehnen geben  
«mittels der durch ihre Endpunkte gelegten 2 mal 4 Ebenen ein  
«solches Paar, oder eine neue Sehne  $d\delta$ ; und sodann bestimmen  
«diese 4 neuen Sehnen, unter sich (?) und mit den gegebenen zu je



«drei verbunden, wiederum andere neue Sehnen, u. s. w. in infinitum.  
 «Alle sind Sehnen der  $R^4$  und werden von  $G$ ,  $H$  harmonisch geschnitten; aber sie liegen nicht in einem Hyperboloid, sondern in  
 «(?) in  $f^4$ ; denn eine freie Gerade  $J$  bestimmt mit  $G$  und  $H$  ein Hyperboloid  $J^2$ , das die  $R^4$  in 8 Punkten, und zwar in 4 Paaren  $d, \delta$   
 «schneidet, so dass also  $J$  von 4 Sehnen  $d \delta$  getroffen wird, und folglich der Ort der letztern  $= f^4$  ist.

«Sei gegeben  $B(f^2)$ . In beliebigem Punkte  $g$  der  $R^4$  sei  $G$  die Tangente; durch  $G$  alle Ebenen  $E$ , jede  $E$  schneidet die  $R^4$  in zwei Punkten  $h$  und  $h_1$ ; die Schaar Geraden  $hh_1 = H$  liegen in einem Hyperboloid  $H^2$ , und  $G$  gehört zu dessen andern Schaar, und  $H^2$  ist Glied des  $B(f^2)$ . Kommt der Punkt  $h_1$  in  $g$  zu liegen, so berührt hier  $E$  das Hyperboloid  $H^2$  und osculirt die  $R^4$ , und der in  $E$  durch  $h$  gehende und die  $G$  in  $g$  berührende Kreis ist Krümmungskreis der  $R^4$ , très beau! auch schneidet dabei die  $E$  den  $B(f^2)$  in einem  $B(C^2)$ , die durch Punkt  $h$  gehen und sich im Punkt  $g$  osculiren, jenen Krümmungskreis gemein haben. — Ist alles richtig?

«23. April. Gegeben  $B(C^n)$ . Aus Pol  $P$  Normalen auf alle  $C^n$ , so ist der Ort der Fusspunkte  $Q$  eine  $Q^{2n}$ , welche durch  $P$ , durch die  $n^2$  Grundpunkte  $p$ , und durch die  $3(n-1)^2$  Doppelpunkte  $d$  des  $B(C^n)$  geht. In jedem  $Q$  an die zugehörige  $C^n$  die Tangente  $t$ , deren Ort  $= t^x$ . Dieses  $x$  hat mich genarrt; für Determinanten wird es nicht witzig sein.  $x$  ist die Zahl der  $t$ , welche durch irgend einen Punkt  $A$  gehen; nun schneidet der Kreis über Durchmesser  $AP$  die  $Q^{2n}$  (ausser in  $P$  noch) in  $4n-1$  Punkten  $Q$ , deren zugehörige  $t$  durch  $A$  gehen, also sollte  $x = 4n-1$  sein. Dagegen ist die Pampolare von  $A$  in Bezug auf  $B(C^n)$  eine Curve  $Q^{2n-1}$ , die vom genannten Kreise, ausser in  $A$ , nur in  $4n-3$  Punkten  $Q$  geschnitten wird, deren zugehörigen Normalen durch  $P$  gehen, so dass  $x = 4n-3$  sein muss. Dies folgt auch daraus, dass die  $2n \times (2n-1)$  Schnitte der Curven  $Q^{2n}$  und  $Q^{2n-1}$  aus den  $n^2 p$ ,  $3(n-1)^2 d$  und  $(4n-3) Q$  bestehen. Jene zwei falschen Punkte, welche der Kreis mit  $Q^{2n}$  gemein haben soll, sind wohl die Donnstigs zwei Kreispunkte auf  $G_\infty$ ! he? Dabei ist noch Eins. Ist  $P_1$  ein anderer Pol und  $Q_1^{2n}$  seine Pampusspunkten-Curve, so bestehen die  $2n \times 2n$  Schnitte der  $Q^{2n}$  und  $Q_1^{2n}$  aus den  $n^2 p + 3(n-1)^2 d + 2(n-1) Q_1$ , diese  $Q_1$  in der Geraden  $PP_1$ , es fehlen also noch  $4n-2$  Punkte  $Q$ , oder wenn

«man die zwei Kreispunkte auf  $G_\infty$  annimmt, so fehlen noch  $4(n-1)$  Punkte  $Q$ . Diese weiss ich nur so zu deuten: Die  $G_\infty$  wird von  $2(n-1)$  Gliedern  $C^n$  des  $B(C^n)$  berührt, durch die Berührungspunkte gehen nothwendig  $Q^{2n}$  und  $Q_1^{2n}$ , aber sie müssen sich in derselben berühren, so dass sie  $2(n-1)$  Asymptoten gemein haben, was die  $4(n-1) Q$  ausmacht.“ He? Die analogen Betrachtungen bei Flächen, bei  $B(f^n)$  und  $G(f^n)$ .

«Kann es zwei solche Kegelschnitte geben, wovon jeder durch ein Triangel conjugirte Punkte  $(x, y, z)$  des andern geht? — Dergleichen bei den Flächen  $f^2$  rücksichtlich der Quadrupel; hier wird es gehen, aber wie weit kann man die Forderung steigern?

«An Ihre *Menschlichkeit* möchte ich schliesslich noch die Bitte wagen: zuerst jene leichten Dinge zu beantworten, die ich zu meinem Aufsätze gebrauche, und die Andern nachher zu verzehren.

«Es grüsst Sie und die Andern (Leuenberger u. Frau).

Ihr dankbarer

J. Steiner.»

«Wär's nicht möglich, dass Signore die Antwort mir flugs selbst überbrächte? Kaum 150 Fr. Kosten; dafür Verleger, Honorar, Gelehrte aller Art, Bibliothek; A. Braun<sup>1)</sup>, so gutmüthig wie Sie, würde sich freuen, ihm viel erzählt, auch *Klotsch*. Kommen Sie, lassen Sie die  $1\frac{1}{2}$  Zuhörer!»

**Steiner an Schläfli.** <sup>2)</sup>

Berlin, 17. Mai 1856.

«Lieber Freund!

«Am 23. vorigen Monats trug ich einen Brief an Sie nach dem Anhaltischen Bahnhof, derselbe erzählte Ihnen von Paris, von meinem Vegetiren und meinen Endzwecken, enthielt mehrere Sätze und Aufgaben, so wie auch eine wesentliche Frage über Ihre hiesige Abhandlung und deren Fortsetzung. Das Ausbleiben Ihrer Antwort verursacht mir viel Kopfbrechen und setzt mich in *mehrfache* Verlegenheit. Denn letzthin besuchte mich *Reimer* (als ich ihn zum 3<sup>ten</sup> Mal nicht traf) und erklärte sich bereit, Ihre Arbeit ins Journal aufzunehmen und zugleich, als Buch, 200 Extraabzüge zu veranstalten; auch liess er sich zu einem kleinen Honorar bewegen, bot 4 Thaler; als

<sup>1)</sup> Direktor des botanischen Gartens in Berlin.

<sup>2)</sup> Ein Concept vorhanden.

«ich sagte, das wäre nur 15 Fr., er solle auf 20 Fr. steigen, lächelte  
«er und meinte, es käme nicht wieder ein. *Borchardt* ist aber noch  
«nicht so wohl geneigt, hinter meinem Rücken eher entgegen. Nun  
«kann ich es aber nicht durchzwängen, bevor ich Ihren Willen kenne.  
«Kurz ich stecke drinn — weiss nicht, was machen. Dass mein  
«Brief verloren gegangen, ist unwahrscheinlich. Dass Sie todtkrank,  
«ebenso; dass Knechtsarbeit eine Antwort unmöglich macht, eben-  
«so; dass meine Aufgaben unlösbar, ebenso, zudem brauchen sie nicht  
«absolut gelöst zu werden; dass Sie böse sind, ebenso, denn ich  
«wüsste nicht wesshalb, auch wäre es kleinlich, unmännlich mir nicht  
«— wenn auch derb — die Gründe anzugeben. Was daher auch ob-  
«walten mag, so sind Sie so gut, mich mit umgehender Post aus dieser  
«peinlichen Ungewissheit zu erlösen. Bisdahin enthalte ich mich jeder  
«weitem Frage über Dinge, die ich beschliessen muss, z. B. über die  
«Denkschriften der Akademie und andern Bücher, ob ich sie ver-  
«kaufen oder mitschleppen soll, etc.; eben so der Sätze und Aufgaben.

«Mit Spannung einer Antwort entgegensehend grüsst Sie  
«herzlich  
Ihr dankbarer

*J. Steiner.*

«NB. *Reimer* war bereit ein Werk von mir über «Algeb.  
«Curven und Flächen» 20—30 Bogen zu verlegen. Auch lehnte er  
«nicht ab, denselben Gegenstand von Ihnen analytisch behandelt, oder  
«eine Analytische Geometrie später noch folgen zu lassen, als ich ihm  
«versicherte, dass dieselbe reicher und besser sein würde, als alle  
«bisherigen.»

### **Schläfli an Steiner.**

Bern, den 19. Mai 1856.

«*Lieber Freund!*

«Der längere Aufschub meiner Antwort rührt davon her, dass  
«ich mich vorbereitete, um ausführlicher auf Ihren letzten Brief zu  
«antworten. Mit Ihrem ersten Vortrag in der Akademie ist es sonderbar  
«zugegangen. Sie haben die Hypocycloide mit den drei Rückkehr-  
«punkten zu betrachten fortgefahren und daran Dinge entdeckt, die ich  
«nicht ahnte. Und gleich nach Ihrer Abreise habe ich mich auf das  
«gleichseitige, der gleichseitigen Hypocycloide eingeschriebene, Dreieck  
«geworfen, und da ebenfalls artige Dinge gefunden, wie unter anderm  
«eine Umhülle, die ihre eigene Polare ist (in Bezug auf einen Kegel-

«schnitt). Auf Ihre Fragen kann ich jetzt noch nicht antworten, ich  
«habe die Zeit gebraucht um die Hypocycloide zu verdauen. In Ihrer  
«Abhandlung steckt ein Rechnungsfehler. Das Curvendreieck ist *doppelt*  
«so gross als der eingeschriebene Kreis. Die Rectification ist richtig.

«Sie erwähnen mit keiner Silbe, ob Herr *Crelle* noch unter den  
«Lebenden weilt. Was meine Abhandlung über n-Dimensionen betrifft,  
«so bin ich mit 15 Fr. zufrieden; und wenn an dieser Bedingung der  
«Abdruck scheitern sollte, so abstrahire ich von derselben und ver-  
«lange nur, dass sie nach vielen Jahren endlich einmal veröffentlicht  
«werde. Die Fortsetzung ist längst geschrieben; ich könnte zwar  
«manches jetzt anders redigiren; doch ist dieses nicht von grossem  
«Belang. Es ist durchaus keine Gefahr, dass es damit wie bei *Oettinger*  
«und *Gudermann* gehe; ich bin nicht so weitschweifig.

«Ich werde fortan die Zeit zu mathematischer Thätigkeit nur  
«noch stehlen müssen. Denn einmal habe ich für drei Halbjahre den  
«Unterricht in der reinen Mathematik am hiesigen Vorbereitungscurs  
«auf das Polytechnikum übernommen, sodann die Liquidation der 18  
«Versicherungsgesellschaften, mit der Verbindlichkeit, ungefähr in einem  
«Monat, je eine Gesellschaft zu spediren. Das letzte ist freilich eine  
«beschwerliche Last, wird mich aber ein für allemal ökonomisch sicher  
«stellen.

«Von *Liouville* habe ich nie eine Antwort erhalten, und ver-  
«wunderte mich auch darüber, dass Sie mir nicht von Paris aus  
«schrieben. Die Abhandlung, die *Liouville* aufgenommen hat, ist ans  
«Ende des Bandes gerathen, so dass ich nicht ein Druckfehlerverzeichniss  
«einsenden kann, und doch ist gleich auf der ersten Seite ein sinn-  
«störender Druckfehler und nachher kommen noch mehr. Wie ich  
«jetzt die Abhandlung ansehe, reut es mich, dass ich keine Beweise  
«dazu gegeben habe.

«In aller Eile schliessend grüsst Sie herzlich

«Ihr dankbarer Schüler

«Nachmittags 4 Uhr.

*L. Schläfli.*»

---

Von diesem Zeitpunkte an stockt der Briefwechsel, denn *Schläfli*  
war über *Steiner* sehr ungehalten und die beiden Freunde über-  
warfen sich, nicht, dass es *Schläfli* äusserlich zeigte, aber er be-  
schränkte den Verkehr mit *Steiner* auf das Nothwendigste, besonders

auch dann als *Steiner* ganz sich zurückgezogen hatte und von seiner Pension in Bern oder Utzenstorf lebte. Das Zerwürfniss kam hauptsächlich zum Ausbruch bei Anlass der Abhandlung *Steiners* «Ueber eine besondere Curve 3<sup>ter</sup> Classe und 4<sup>ten</sup> Grades» gelesen in der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 7. Januar 1856. (Vergl. den Brief vom 20. April an *Schläfli*.) Die Abhandlung ist in den Monatsberichten der K. Akademie und im *Crelle'schen Journal*, Band LIII (auch Ges. Werke, Werk II p. 640—47) abgedruckt.

Wie aus dem Briefwechsel sich ergibt, hat *Steiner* das genannte Problem *Schläfli* vorgelegt und letzterem auch eine Reihe der interessantesten Sätze über die fragliche Umhüllungscurve mitgetheilt.

Die Entdeckung aber, dass die Curve eine *Hypocycloide* sei, schrieb *Schläfli* sich selber zu. *Steiner* aber hat in der ganzen Abhandlung den Namen «Hypocycloide» nirgends ausgesprochen, *Schläfli's* erst gegen Schluss der Abhandlung bei Anlass einer andern Ergänzung der Curve genannt (Ges. Werke II. p. 646, Zeile 9 von unten), und dann bloss beigefügt: «Die Curve wird ferner auch durch rollende Bewegung erzeugt.»

gen/