

Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Band: - (1898)
Heft: 1451-1462

Artikel: Zur kubischen Gleichung
Autor: Sidler, G.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-319100>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Dr. G. Sidler.

Zur kubischen Gleichung.

(Vorgetragen den 12. November 1898.)

Von der kubischen Gleichung

$$x^3 + 3 p x + 2 q = 0 \quad (1.)$$

habe man, z. B. mittelst der Regula falsi, eine Wurzel $x = \alpha$ erhalten, so genügen die zwei andern Wurzeln β und γ den Relationen

$$\beta + \gamma = -\alpha \quad . \quad \beta \gamma = -\frac{2 q}{\alpha}.$$

Es sind also β und γ die Wurzeln der Gleichung

$$z^2 + \alpha z - \frac{2 q}{\alpha} = 0,$$

und wir finden

$$\left. \begin{array}{l} \beta \\ \gamma \end{array} \right\} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha^3 + 8 q}{\alpha}}.$$

Aber $\alpha^3 + 3 p \alpha + 2 q = 0$, also $8 q = -4 \alpha^3 - 12 p \alpha$, und wir haben auch

$$\left. \begin{array}{l} \beta \\ \gamma \end{array} \right\} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-3 (\alpha^2 + 4 p)}. \quad (2.)$$

Es seien p und q reell, so können wir auch α stets als reell voraussetzen. Dann wissen wir aber durch die Cardanische Formel, dass β und γ reell oder complex conjugiert sind, je nachdem $q^2 + p^3$ negativ oder positiv ist. Vergleichen wir damit den Ausdruck 2), so muss $\alpha^2 + 4 p$ gleiches Zeichen haben wie $q^2 + p^3$.

Um dies zu zeigen, schreiben wir

$$\alpha^2 + 4 p = \varepsilon.$$

Nun ist $\alpha^3 + 3 p \alpha + 2 q = 0$, d. h. $\alpha \cdot \varepsilon - p \alpha + 2 q = 0$ oder

$$\alpha = -\frac{2 q}{\varepsilon - p}.$$

Diesen Ausdruck für α setzen wir in $\alpha^2 + 4 p = \varepsilon$ ein, und erhalten so

$$\varepsilon^3 - 6 p \varepsilon^2 + 9 p^2 \varepsilon - 4 p^3 - 4 q^2 = 0,$$

$$\text{d. h. } \varepsilon \cdot (\varepsilon - 3 p)^2 = 4 (q^2 + p^3), \text{ oder}$$

$$\varepsilon = \frac{4 (q^2 + p^3)}{(\varepsilon - 3 p)^2}.$$

Führen wir hier für ε wieder $\alpha^2 + 4 p$ ein, so kommt

$$\alpha^2 + 4 p = \frac{4 (q^2 + p^3)}{(\alpha^2 + p)^2},$$

und der Ausdruck 2) von β und γ wird schliesslich:

$$\left. \begin{array}{l} \beta \\ \gamma \end{array} \right\} = -\frac{\alpha + \sqrt{-3 (q^2 + p^3)}}{2 (\alpha^2 + p)}. \quad (3.)$$

Hier erkennt man unmittelbar, dass β und γ reell sind, wenn $q^2 + p^3$ negativ ist, und dass β und γ complex conjugiert, wenn $q^2 + p^3$ positiv ist.