

Schnitt des Rotationsflächensystems mit der (xy)-Ebene

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern**

Band (Jahr): - **(1911)**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

liegende Teil dieser Parabel ist Ort von reellen Scheiteln der imaginären Halbachsen der Hyperboloide, da die Punkte innerhalb der Strecke OF nie Mittelpunkt der Rotationsflächen werden (S. Fig. 6).

§ 5.

Schnitt des Rotationsflächensystems mit der (xy)-Ebene.

Auch die (xy)-Ebene des Koordinatensystems schneidet jede Fläche des Systems in einem Hauptschnitt. Die Achsengleichung desselben erhalten wir direkt aus der transformierten Flächengleichung (2.), indem wir in ihr $z' = 0$ setzen; sie wird dann:

$$\frac{x'^2}{\frac{s^2 k^2}{(1-k^2)^2}} + \frac{y'^2}{\frac{s^2 k^2}{(1-k^2)^2}} = 1 \quad (8.)$$

Setzen wir hierin für $\frac{s}{1-k^2} = a_0$ und für $k^2 = \frac{a_0 - s}{a_0}$, so geht sie über in

$$x'^2 + y'^2 = a_0 (a_0 - s) \quad (8_a.)$$

Variiert man k von 0 bis ∞ , so durchläuft a_0 alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$, ausgenommen diejenigen von 0 bis s . Für alle möglichen Werte von a_0 wird daher die rechte Seite der Gleichung (8_a) positiv, sie stellt also immer einen Kreis dar. Der Ort aller Punkte in der (xy)-Ebene, deren Abstände von zwei festen Punkten, F und O (dem Fusspunkt der z-Achse), in einem gegebenen, konstanten Verhältnis stehen, ist also ein Kreis. Für variables k kann dessen Zentrum O' mit allen Punkten der positiven und negativen (x)-Achse, ausgenommen mit denjenigen zwischen dem Nullpunkt O und dem festen Punkt F, zusammenfallen. Die Scheitel S₁ der einem positiven a_0 entsprechenden Schnittkreise befinden sich stets zwischen den Abständen $\frac{s}{2}$ und s von O, die Scheitel S₁' der einem negativen Werte von a_0 entsprechenden Schnittkreise dagegen zwischen dem Nullpunkt O und dem Abstand $+\frac{s}{2}$. Die Radien der Kreise werden für $a_0 = \pm \infty$ unendlich gross; die entsprechenden

Kreisbogen, welche beide durch den Punkt $x = \frac{s}{2}$ gehen, sind daher Geraden von der Gleichung $x = \frac{s}{2}$. (S. Fig. 7).

Alle Schnittkreise in der (xy)-Ebene bilden ein Kreisbündel 2. Ordnung mit den Grenzpunkten O und F; die (x)-Achse bildet die Zentrale und die Gerade $x = \frac{s}{2}$ die Chordale desselben.

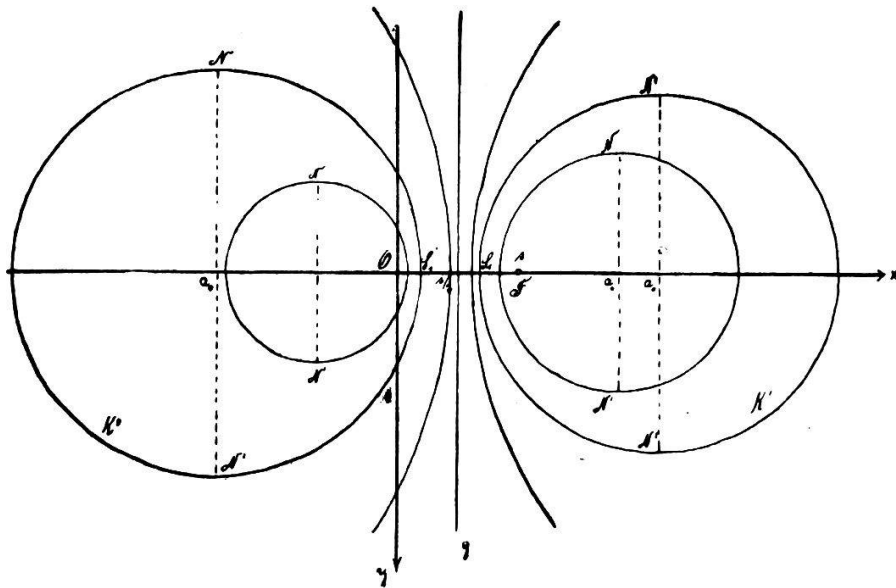


Fig. 7.

Die Kreise K' mit dem Zentrum auf der positiven (x)-Achse entsprechen dem Schnitt der (xy)-Ebene mit den Rotationsellipsoïden; die Kreise K'' mit ihrem Zentrum auf der negativen (x)-Achse sind die Schnitte der (xy)-Ebene mit den Rotationshyperboloïden, und die Chordale g mit der Gl. $x = \frac{s}{2}$ ist der

Schnitt der (xy)-Ebene mit dem parabolischen Zylinder, nämlich dessen Scheitelerzeugende. Für

den Parameter $k = 0$ wird $a_0 = s$ und der Kreisradius $r = 0$
 » » $k = 1$ » $a_0 = \pm \infty$ » » $r = \pm \infty$
 » » $k = \infty$ » $a_0 = 0$ » » $r = 0$

Unter der Schar der Schnittkurven gibt es also zwei Kreise vom Radius Null, die Grenzpunkte F und O.

Aus Gleichung (8_a) ist ferner ersichtlich, dass entgegengesetzt gleich grossen Werten von a_0 nicht gleich grosse Kreisradien entsprechen; der dem positiven a_0 entsprechende Radius ist immer kleiner als der dem negativen a_0 entsprechende, wie sich auch aus Fig. 7 ergibt.

Untersuchen wir noch die Lageveränderung der in der (xy)-Ebene liegenden Kreisscheitel N und N'! Ihre Koordinaten sind:

$$x = a_0 = \frac{s}{1 - k^2} \quad \text{und} \quad y = \pm \frac{sk}{1 - k^2}$$

Durch Elimination des Parameters k aus diesen Ausdrücken erhalten wir die Bewegungsgleichung für die beiden Punkte, nämlich

$$x^2 - y^2 - sx = 0 \quad (\text{a.})$$

Sie stellt eine Hyperbel dar; die Koordinaten des Mittelpunktes derselben sind $\xi = \frac{s}{2}$ und $\eta = 0$, und die auf den Mittelpunkt transformierte Gleichung hat die Form:

$$x'^2 - y'^2 = \frac{s^2}{4} \quad (\text{b.})$$

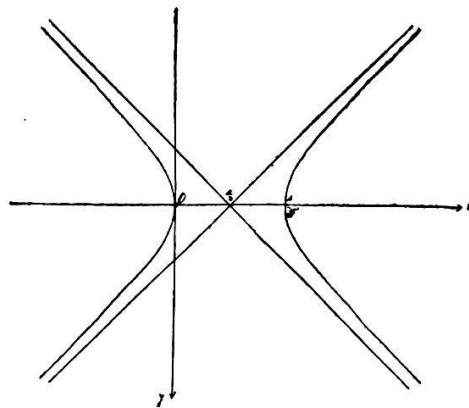


Fig. 8.

Es ist also eine gleichseitige Hyperbel mit der Halbachse $a = \frac{s}{2}$, und diese Kurve gibt uns den Ort aller Kreisscheitel N und N' in der (xy)-Ebene bei veränderlichem Parameter k .