Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Band: - (1912)

Artikel: Das Dreieck und die Kiepert'sche Parabel

Kapitel: Die Cissoide als Spezialfall der behandelten zyklischen Kurven

Autor: Schenker, O.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319226

Dies ist die Gleichung der Zylinderfokalen (Fig. 9). Diese Kurve ist von Herrn Prof. Huber in seiner Vorlesung über die: «Theorie der höhern ebenen Kurven» ziemlich ausführlich behandelt worden. Zu den dort angegebenen Erzeugungsarten können wir eine neue hinzufügen, nämlich diejenige, welche mit der Kiepert'schen Parabel zusammenhängt. Die Zylinderfokale schneidet die Parabelachse ausser in dem Punkte 0, 0 noch in dem Punkte $x = \frac{\sin 4 A}{2}$, 0, und dies ist der Brennpunkt der Parabel, denn aus dem Ausdruck für ihren Halbparameter

$$p = 2 \sin (A - B) \cdot \sin (B - C) \cdot \sin (C - A) : \sqrt{(1 - 8 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)^3}$$

folgt für $C = 90^0$; $p = - 2 \sin (A - B) \cdot \cos B \cdot \cos A$

$$= - 2 \sin (A - 90 + A) \cdot \cos B \cdot \cos A$$

$$= 2 \cos 2 A \cdot \sin A \cdot \sin B = \frac{\sin 4 A}{2}.$$

XII. Die Cissoide als Spezialfall der behandelten zyklischen Kurven.

Wir nehmen die Gleichung ((b)) Seite 49 vor:

$$\text{((b))} \qquad (x^2 + y^2 + 2 x \cdot a') x + 2 (x^2 - y^2) \cdot \sin A \cdot \cos A (\sin^2 B - \sin^2 A) = 0$$

Anfangspunkt des Koordinatensystems ist der Punkt $\mathfrak{O}$ beliebig auf der Parabelachse liegend + x Achse ist die der Parabel (Richtung Brennpunkt ⤅ Direktrix) + y Achse die Parallele zur Direktrix durch $\mathfrak{O}$ (Richtung Höhenpunkt ⤅ Umkreismittelpunkt). a' ist die Abszisse von $\mathfrak{O}$ in Bezug auf ein paralleles Koordinatensystem durch den Scheitel des rechten Winkels. Ist

$$a' = - \sin A \cdot \cos A (\sin^2 B - \sin^2 A)$$

so lautet die Gleichung ((b)):

$$(x^2 + y^2) x - 2 y^2 \sin A \cdot \cos A (\sin^2 B - \sin^2 A) = 0$$

Diese Kurve hat in $\mathfrak{O}$ eine Spitze, welche nach früherem auf der Parabel liegt; $\left(\text{in der Tat ist } a' = - \frac{\sin 4 A}{4} = - \frac{p}{2}\right)$. Sie ist die Cissoide des Diokles (Fig. 10).