

Die Wendepunkte der behandelten symmetrischen zyklischen Kurven

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern**

Band (Jahr): - **(1912)**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

XIII. Die Wendepunkte der behandelten symmetrischen zyklischen Kurven.

Ihre Gleichungen sind in der Form enthalten:

$$(x^2 + y^2 + 2ax)x + 2B(x^2 - y^2) = 0 \quad \text{oder}$$

in homogener Gestalt:

$$x^3 + xy^2 + 2x^2(a + B)z - 2B \cdot y^2 \cdot z = 0$$

Darum ist nach der üblichen Bezeichnung:

$$\begin{aligned} f_1 &= 3x^2 + y^2 + 4x(a + B)z \\ f_2 &= 2y \cdot x - 4B \cdot y \cdot z; \quad f_3 = 2x^2(a + B) - 2B \cdot y^2 \\ f_{1,1} &= 6x + 4(a + B)z; \quad f_{1,2} = 2y; \quad f_{1,3} = 4x(a + B) \\ f_{2,1} &= 2y; \quad f_{2,2} = 2x - 4B \cdot z; \quad f_{2,3} = -4By \\ f_{3,1} &= 4x(a + B); \quad f_{3,2} = -4B \cdot y; \quad f_{3,3} = 0 \end{aligned}$$

Bekanntlich ist die Gleichung der Hessiane:

$$\begin{vmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & f_{1,3} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & f_{2,3} \\ f_{3,1} & f_{3,2} & f_{3,3} \end{vmatrix} = 0$$

oder mit Benutzung obiger Werte für die f:

$$\begin{vmatrix} 6x + 4(a + B)z, & 2y, & 4x(a + B) \\ 2y, & 2x - 4B \cdot z & -4B \cdot y \\ 4(a + B)x, & -4B \cdot y, & 0 \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$\begin{aligned} & - [6x + 4(a + B)z] \cdot 16 \cdot B^2 \cdot y^2 - 32 \cdot x \cdot y^2 \cdot B \cdot (a + B) \\ & - 32x \cdot y^2 \cdot B \cdot (a + B) - 32(a + B)^2 \cdot x^2 \cdot (x - 2B \cdot z) = 0 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} & [3x + 2(a + B)z] B^2 \cdot y^2 + 2x \cdot y^2 \cdot B(a + B) + (a + B)^2 \\ & \cdot x^2(x - 2B \cdot z) = 0 \quad \text{oder} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^3(a + B)^2 + x \cdot y^2 [3B^2 + 2(a + B)B] - 2x^2 \cdot z \cdot B(a + B)^2 \\ & + 2y^2 \cdot z \cdot B^2(a + B) = 0 \quad \text{oder} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^3(a + B)^2 + xy^2 [3B^2 + 2(a + B)B] - B(a + B) [2x^2(a + B) \\ & - 2y^2 \cdot B] \cdot z = 0 \end{aligned}$$

oder in Verbindung mit der Gleichung der Kurve Seite 51:

$$x^3 [B(a + B) + (a + B)^2] + y^2 \cdot x [B(a + B) + 3B^2 + 2(a + B)B] = 0 \quad \text{woraus:}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = -\frac{2B^2 + 3a \cdot B + a^2}{6B^2 + 3aB}, \text{ oder } \left(\frac{y}{x}\right)^2 = -\frac{2B^2 + 3aB + a^2}{3B(2B + a)}$$

Substituiert man den sich hieraus ergebenden Wert für y^2 in die Kurvengleichung ((b)), so erhält man eine Gleichung 3. Grades in x . Die zugehörigen Ordinaten folgen aus dem Werte für $\frac{y}{x}$.

Sollen speziell die beiden symmetrisch zur x -Achse liegenden Wendepunkte in die imaginären Kreispunkte hineinfallen, so muss sein:

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = -\frac{1}{3B} \cdot \frac{2B^2 + 3aB + a^2}{2B + a} = -1$$

woraus folgt:

$$3B(2B + a) - 2B^2 - 3aB - a^2 = 0 \quad \text{oder} \\ 4B^2 = a^2, \text{ also } a = \pm 2B$$

für $a = 2B$ heisst die Gleichung der Kurve:

$$\underline{(x^2 + y^2)x + 2B(2x^2 - y^2) = 0} \text{ und für } a = -2B \\ (x^2 + y^2)x - 2B(x^2 + y^2) = 0 \text{ oder } x^2 + y^2 = 0 \text{ und } x = 2B$$

In letzterem Falle zerfällt also die Kurve in die Direktrix der Kiepert'schen Parabel und in ihren Brennpunkt, denn $2B$ bedeutet ihren Halbparameter.

Berichtigung:

Seite 13, Zeile 6, lies $\sin(C - B)$ statt $(C - B)$.

» 18, am Fusse, lies $\sin(C - B)$ statt $(C - B)$.

» 27, Zeile 6, lies *Tétraedre* statt *Tetraedre*.

» Seite 30, drittletzte Zeile, lies Seite **27** statt **28**.

