

Sitzungsberichte der Mathematischen Vereinigung in Bern

Objekttyp: **AssociationNews**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern**

Band (Jahr): - **(1939)**

PDF erstellt am: **18.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

Sitzungsberichte

der Mathematischen Vereinigung in Bern

105. Sitzung, Freitag, den 20. Januar 1939

Herr Prof. A. Pfluger, Freiburg, spricht über das Thema: „Die Laplace-Transformation und der Heaviside-Kalkül beim Auflösen von Differentialgleichungen“.

Anhand der gewöhnlichen linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten und der Wärmeleitungsgleichung werden die sogenannte symbolische Methode (Heaviside-Kalkül) und die Methode der Laplace-Transformation erläutert und einander gegenüber gestellt. Vergleiche hierzu G. Doetsch, Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation, Berlin, 1937.

106. Sitzung, Freitag, den 17. Februar 1939.

Herr dipl. ing. F. Kobold spricht über: „Das Projektionssystem der schweizerischen Landesvermessung“.

Um ein Stück der mathematischen Erdoberfläche (Ellipsoid, Kugel) für Zwecke der Landesvermessung auf eine Ebene abzubilden, müssen unter den unendlich vielen Möglichkeiten Projektionssysteme mit minimalen Verzerrungen gesucht werden. Die Methode zur Untersuchung von Projektionssystemen hat Gauss in seiner Flächentheorie gegeben; aus ihr hat später Tissot die Indikatrix hergeleitet, die oft rascher und meist anschaulicher als die allgemeine Theorie von Gauss über die auftretenden Verzerrungen orientiert. Die Indikatrix von Tissot entsteht dadurch, dass man sich in dem zu untersuchenden Punkt der Originalfläche einen unendlich kleinen Kreis denkt und diesen entsprechend den Projektionsgesetzen auf die Bildfläche abbildet. Das Bild dieses Kreises ist eine Ellipse, deren Hauptsachsen in der Richtung der maximalen Längenverzerrungen liegen und die den invarianten rechten Winkel einschliessen. Eine einfache Konstruktion gibt Längen- und Winkelverzerrungen in beliebiger Richtung. Von französischen Mathematikern und Geodäten sind neue Theorien entwickelt worden, die das Verfahren des Indikatrix wesentlich verfeinern.

Bei den meisten Landesvermessungen gelangen unechte Projektionen zur Anwendung. Man hat früher rein flächentreuen oder rein winkeltreuen

Systemen den Vorzug gegeben; erst in neuester Zeit sind Systeme, die weder winkel- noch flächentreu sind, die aber für beides minimale Verzerrungen aufweisen, eingeführt worden.

Allgemein weist ein winkeltreues System für Zwecke der Landesvermessung Vorteile gegenüber einem flächentreuen auf, weil die auf der als Ellipsoid gedachten Erdoberfläche gemessenen Winkel und Richtungen meistens ohne Reduktion in die ebene Projektion übernommen werden dürfen. Dass der Fortfall der Umrechnung von ellipsoidischen auf projizierte Winkel eine gewaltige Einsparung an Rechenarbeit bedeutet, liegt auf der Hand.

Die Schweiz hatte für die Erstellung der Siegfried- und Dufourkarten ein flächentreues System gewählt (Projektion von Bonne), dem Winkelverzerrungen, die nur ausnahmsweise grösser sind als die Zeichengenauigkeit, innewohnen. Brachte also das gewählte System für die eigentliche Kartenherstellung keine Nachteile mit sich, so waren solche sehr stark bei der Berechnung von Triangulationen zu bemerken; mussten doch gemessene Winkel um Beträge bis zu 45 Sekunden korrigiert werden.

Zu Beginn unseres Jahrhunderts ist daher für die neue Karte und für die Grundbuchvermessung ein winkeltreues System, das minimale Längenverzerrungen besitzt, eingeführt worden. Die „winkeltreue, schiefachsige Zylinderprojektion“ besteht darin, dass zuerst eine winkeltreue Abbildung vom Ellipsoid auf die Kugel erfolgt, und dass hernach die Kugel winkeltreu auf einen Zylinder abgebildet wird, der sie längs dem zum Meridian normal stehenden Grosskreis durch den Nullpunkt Bern berührt.

Bei allen konformen Systemen ist indessen die Winkeltreue nicht in dem Sinne aufzufassen, dass auch für die praktische Rechnung jeder auf dem Ellipsoid gemessene Winkel auf dem Zylinder erhalten bleibt. So behalten die Winkel zwischen geodätischen Linien auf dem Ellipsoid nur als Winkel zwischen den Bildern dieser Linien auf der Kugel ihren Wert; nicht aber als Winkel zwischen den Grosskreisen, mit denen man zu rechnen trachtet um sphärische Formeln verwenden zu können. Analog bleiben Winkel zwischen Grosskreisen auf der Kugel bei einer Projektion auf den Zylinder als Winkel zwischen den Grosskreisbildern erhalten; dagegen sind die Winkel zwischen den Geraden durch die projizierten Endpunkte, die zur Berechnung nach den Formeln der ebenen Trigonometrie nötig sind, um kleine Beträge verändert. Diese Unterschiede werden als Azimutreduktionen bezeichnet; ihre Berechnung erfolgt auf Grund einfacher Tabellen. Auch winkeltreue Systeme erlauben also im allgemeinen nicht, gemessene Winkel als „ebene“, d. h. als Winkel zwischen Geraden der projizierten Punkte zu verwenden. Dagegen zeigt nun die praktische Rechnung, dass alle Azimutreduktionen für Distanzen unter 5 km verschwinden, d. h. weniger als 0,1 Sekunde betragen. Darin liegt der Vorteil winkeltreuer Systeme, dass für die grosse Mehrzahl der zu bestimmenden Punkte die gemessenen Winkel als „ebene“ unverändert beibehalten werden können.

107. Sitzung, Freitag, den 19. Mai 1939.

Herr **Pd. Dr. A. Linder** spricht über das Thema: „**Vom Rechenbrett zur Lochkartenmaschine**“. (Bemerkungen über einige Rechenhilfsmittel.)

Nach einigen Bemerkungen über das uralte Rechenbrett, über Multiplikationstabellen und Logarithmentabellen, bespricht der Vortragende einige neuere statistische Tabellen. (Fisher and Yates. Statistical Tables). Ein weiteres wichtiges Rechenhilfsmittel, die Nomogramme, die besonders dort wertvoll sind, wo Aufgaben möglichst schnell gelöst werden müssen, werden in ihrer Anwendung auf ein vollständiges Leibrentensystem erläutert.

Die Rechenmaschinen werden oft ganz unzweckmässig benützt, es ist notwendig, sich bei jeder Operation genau zu überlegen, welche Arbeitsweise die Fehlerquellen am meisten vermeidet.

Wenig bekannt ist, dass Buchungsmaschinen, wie zum Beispiel die „National“ sich für gewisse mathematische Berechnungen ausserordentlich gut eignen, so für die numerische Integration und Differentiation.

Wo es sich darum handelt, eine grosse Zahl von Produkten zu bilden, die dann aufsummiert werden müssen, kann in gewissen Fällen eine Lochkartenmaschine gute Dienste leisten.

Dem Mathematiker fällt die Aufgabe zu, das richtige Rechenhilfsmittel herauszufinden. Vor allem sollten auch die serienmässig hergestellten Buchungs- und Lochkartenmaschinen daraufhin untersucht werden, welche mathematischen Operationen mit ihnen ausgeführt werden können.

108. Sitzung, Freitag, den 15. Dezember 1939.

Herr **Prof. Dr. W. Michel** spricht über: „**Mathematische Unterhaltungen**“.

Ein Zweig der Mathematik befasst sich mit Problemen, deren Lösung keine grossen mathematischen Kenntnisse als viel mehr einen gesunden Menschenverstand erfordert. Ueber diesen Denksport existiert eine ziemlich umfangreiche Literatur. Hauptwerke sind: W. Ahrens: Mathematische Unterhaltungen und Spiele. E. Lucas: Récréations mathématiques.

Einige der dort angeführten Aufgaben reichen bis ins graue Altertum zurück. Unbekannten Ursprungs sind z. B.

1. Die magischen Quadrate.

8	1	6	16	3	2	13	15	6	9	4	23	6	19	2	15
3	5	7	5	10	11	8	10	3	16	5	4	12	25	8	16
4	9	2	9	6	7	12	8	13	2	11	10	18	1	14	22
			4	5	14	1	1	12	7	14	11	24	7	20	3
											17	5	13	21	9

Die Zahlen sind in einer quadratischen Matrix so angeordnet, dass die Summe in allen Zeilen und Spalten, sowie in den beiden Diagonalen den gleichen Wert ergibt. Rollt man eine solche Matrix auf einen Zylinder und bleibt dann die Summe jetzt auch noch in allen Haupt- und allen Nebendiagonalen konstant, so nennt man eine solche Anordnung ein diabolisches Quadrat.

Von den obigen Quadraten sind die beiden ersten nur magisch, die

beiden letzten diabolisch. Theoretisch ist die Existenz solcher Quadrate leicht einzusehen. In die n^2 Felder sind n^2 Zahlen einzusetzen. Die Bedingung z. B. dafür, dass ein Quadrat diabolisch sein soll, erfordert $4n$ lineare Gleichungen zwischen n^2 Unbekannten. Für $n=4$ haben wir so 16 lineare Gleichungen zwischen 16 Unbekannten. Da alle Bedingungen aufgebraucht sind, gibt es nur ein diabolisches Quadrat. Für $n=10$ bekommt man jedoch nur 40 Gleichungen zwischen 100 Unbekannten und 60 Bedingungen sind frei. Man könnte also noch weit grössere Anforderungen an eine solche Matrix stellen.

2. Ebenfalls uralt sind gewisse Ueberfahrtsaufgaben, wie z. B. die vom Fährmann mit Wolf, Ziege, Kohl, welche schon Alcuin, der Freund und Berater Karls des Grossen anführte. Ebenso findet sich bei Alcuin: Ueberführung einer Abteilung Soldaten über einen Fluss mit Hilfe eines Bootes und zweier Knaben unter der Bedingung, dass das Boot zwar beide Knaben, aber nur einen Soldaten trägt. Ebenso die Ueberfahrt von drei Ehepaaren unter folgenden Bedingungen. Ein Boot fasst zwei Personen. Weil die Männer eifersüchtig sind, darf auf keinem Ufer jemals eine Frau in Gesellschaft eines andern Mannes sein, ohne dass ihr eigener Mann dabei ist. Bedeuten ABC die Männer, abc ihre Frauen, so ergibt sich die Lösung folgendermassen. Auf dem jenseitigen Ufer erscheinen der Reihe nach:

1. ab oder Aa, 2. a, 3. abc, 4. ab, 5. abAB, 6. aA, 7. aABC,
8. ABC, 9. ABCab, 10. ABCa oder AaBb, 11. ABCabc.

Für vier Paare ist die Aufgabe unter den gleichen Bedingungen unlösbar.

Eine andere Fassung des Problems ist folgende. 3 Herren und 3 Sklaven sind mit Hilfe eines Bootes, das zwei Personen trägt, über einen Fluss zu setzen, jedoch so, dass niemals auf einem Ufer mehr Sklaven als Herren sind, weil sie sonst die Herren überwältigen und töten könnten. Das Lösungssystem ist dasselbe wie oben. Man hat nur $ABC = HHH$ und $abc = SSS$ zu setzen. Etwas erschwert wird die Ueberfahrt, wenn man voraussetzt, dass nur ein Sklave rudern kann.

3. Aus neuerer Zeit stammt die bekannte Aufgabe vom Gleisdreieck.

4. Umfüllungsaufgaben.

Zwei Diebe haben eine 8 dl Flasche mit süssem Wein zusammen mit einer leeren 5 dl und 3 dl Flasche gestohlen. Wie müssen sie umfüllen, damit jeder 4 dl bekommt? Lösungsschema:

8	5	3		8	5	3
8	0	0		8	0	0
8	5	0		5	0	3
3	2	3		5	3	0
6	2	0		2	3	3
6	0	2		2	5	1
1	5	2		7	0	1
1	4	3		7	1	0
4	4	0		4	1	3
				4	4	0

5. Spiele von Bachet.

a) A nennt eine Zahl zwischen 1 und 10 (inklusive). B fügt eine ebensolche Zahl hinzu, dann wieder A usw. Sieger ist, wer zuerst 100 erreicht.

Derjenige, der anfangen kann, gewinnt immer, wie aus den folgenden Gewinnetappen hervorgeht, die A immer besetzen kann.

A: 1, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, 100. Modul 11 = 1 + 10.

b) A und B nehmen von einem Haufen von 40 Streichhölzern abwechselnd eine Anzahl fort, und zwar jedesmal mindestens 2 und höchstens 5. Sieger ist, wer das letzte Streichholz nimmt. Wer anfängt, gewinnt. A nimmt zuerst 5 und erreicht so die Gewinnstationen: 35, 28, 21, 14, 7, 0. Modul 7 = 2 + 5.

6. Kartenspiele.

a) 10 Paare von Karten lege man nach dem Schlüssel:

m u t u s
d e d i t
n o m e n
c o c i s

Jeder der 10 Buchstaben kommt darin genau 2 mal vor.

b) Eine Person zieht eine Karte, sie habe den Wert x_1 , und zählt bis auf eine bestimmte Zahl $n > 11$ zu, indem bei jeder Zahl eine Karte gelegt wird. So legt man im ganzen r Reihen.

$$x_1, x_1 + 1 \dots n; \quad x_2, x_2 + 1 \dots n; \quad \dots \\ x_r, x_r + 1 \dots n.$$

Ist $x = x_1 + x_2 + \dots + x_r$ die Quersumme der zu unterst gelegenen Karten, k die Anzahl aller Karten, R der Rest der nicht gelegten Karten, so ist

$$x = R + r(n + 1) - k$$

z. B. $k = 36, r = 3, n = 12, x = x_1 + x_2 + x_3 = R + 3.$

7. Probleme, deren Lösung die Aufstellung einfacher Gleichungen verlangt. Aufgabenbüchlein der Algebra enthalten eine Fülle reizender Aufgaben dieser Art.

8. Reiner Denksport.

Drei Chinesen sind zum Tode verurteilt. Aber durch eine Denkprüfung soll jeder noch eine Chance bekommen. Man zeigt ihnen drei weisse und zwei schwarze Tafeln. Jedem wird eine Tafel an den Rücken gehängt. Die drei Verurteilten können solange im Kreise herumlaufen, bis einer logisch begründen kann, was er für eine Tafel trägt. Nach einer Weile kommt einer gesprungen und meldet richtig: ich muss eine weisse Tafel haben. Die Lösung ergibt sich leicht durch Abwägen der wenigen verschiedenen Möglichkeiten.

Interessant ist, dass die Lösung auch logisch gefunden werden kann, wenn die drei nicht im Kreise gehen, sondern hintereinander stillstehen. Aus dem Zaudern des Mittel- und Hintermannes kann der Vordermann, der überhaupt nichts sieht, logischerweise ebenfalls schliessen, dass seine Farbe weiss sein muss.