

# Mathematische Vereinigung in Bern : Bericht über das Vereinsjahr 1970/71

Objekttyp: **AssociationNews**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern**

Band (Jahr): **28 (1971)**

PDF erstellt am: **27.06.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Mathematische Vereinigung in Bern

### Bericht über das Vereinsjahr 1970/71

#### 1. Zusammensetzung des Vorstandes:

Präsident:	Prof. Dr. J. Rätz, Bern
Vizepräsident:	Prof. Dr. H. Carnal, Liebefeld-Bern
Sekretär:	Dr. W. Nohl, Muri bei Bern
Kassier:	Prof. Dr. R. Hüsser, Muri bei Bern
Beisitzer:	G. Reusser, Gymnasiallehrer, Bolligen
	Prof. Dr. H. Riedwyl, Bern
	W. Gull, Gymnasiallehrer, Liebefeld-Bern

#### 2. Veranstaltungen:

(einschließlich Vereinsjahr 1969/70)

277. Sitzung, Freitag, den 9. Mai 1969.  
Vortrag von Herrn Prof. Dr. F. SIGRIST,  
Neuchâtel: *Problèmes d'algèbre linéaire et  
topologie algébrique*.

278. Sitzung, Freitag, den 6. Juni 1969.  
I. Geschäftssitzung. II. Vortrag von Herrn  
HANS-PETER BIERI, Bern: *Topologie und  
Limitierung*.

279. Sitzung, Dienstag, den 25. November  
1969. Vortrag von Herrn PD Dr. J. RÄTZ,  
Bern: *Isometrische und lineare Abbildun-  
gen*. (Autorreferat siehe Mitt. Natf. Ges.  
Bern, NF 27. Bd., S. 114—115, 1970).

280. Sitzung, Freitag, den 20. Februar  
1970. Vortrag von Herrn Dr. P. MANI,  
Bern: *Zur Eulerschen Charakteristik n-dimen-  
sionaler Polytope*. (Autorreferat siehe Mitt.  
Natf. Ges. Bern, NF 27. Bd., S. 115, 1970).

281. Sitzung, Dienstag, den 28. April 1970.  
Vortrag von Herrn Prof. Dr. W. Bos, Kon-  
stanz: *Multiplikation in euklidischen Räu-  
men*.

282. Sitzung, Freitag, den 26. Juni 1970.  
I. Geschäftssitzung. II. Vortrag von Herrn  
Dr. F. STREIT, Bern: *Statistische Rückschlüs-  
se beim Behrens-Fisher-Problem*.

Beim Behrens-Fisher-Problem handelt es  
sich darum, auf Grund zweier Stichproben,  
die von normalverteilten Grundgesamtheiten

mit unbekanntem Mittelwert und vonein-  
ander verschiedenen unbekanntem Streu-  
ungen stammen, statistische Aussagen über  
die Differenz der Mittelwerte zu machen.  
Eine Lösung dieses Problems wurde ursprüng-  
lich von R. A. Fisher vorgeschlagen. Seine  
Herleitung dieser Beziehung ist aber nicht  
widerspruchsfrei. In diesem Vortrag werden  
zwei Rückschlußverfahren, die Methode der  
statistischen Schätzung und die Methode der  
strukturellen Wahrscheinlichkeiten bespro-  
chen und ihre Anwendung auf das Behrens-  
Fisher-Problem aufgezeigt.

Das letztgenannte Verfahren führt auf  
eine widerspruchsfreie Begründung der Fi-  
sherschen Lösung.

Eine erweiterte Fassung dieses Referats  
wurde in den Mitteilungen der Vereinigung  
Schweizerischer Versicherungsmathematiker,  
Band 70, 307—329, 1970, publiziert.

Franz Streit, Bern

283. Sitzung, Freitag, den 6. November  
1970. Vortrag von Herrn Dr. K. STOOP,  
Bern: *Simulation — eine Methode der an-  
gewandten Mathematik*.

284. Sitzung, Dienstag, den 15. Dezember  
1970. Vortrag von Herrn Dr. J. SCHMID,  
Bern: *Über Hüllenalgebren*.

Hüllenalgebren sind Paare  $(A, t)$ , beste-  
hend aus einer Booleschen Algebra  $A$  und  
einer Abbildung (dem Hüllenoperator)  $t$  von  
 $A$  in  $A$ , welche den 4 Kuratowskischen  
Axiomen genügt:  $t 0 = 0$ ,  $t(a + b) = ta + tb$ ,  
 $ta > a$ ,  $t^2 a = ta$ .

Viele Begriffe aus der Theorie der topo-  
logischen Räume lassen sich auf die weitere  
Klasse der Hüllenalgebren übertragen, so  
etwa der Begriff «kompakt». Die beiden Struk-  
turen unterscheiden sich jedoch wesentlich  
durch ihre Morphismen: Punktabbildungen  
für topologische Räume, Homomorphis-  
men für Hüllenalgebren. Sätze aus der All-  
gemeinen Topologie, welche Aussagen über  
Morphismen beinhalten, lassen sich deshalb  
im allgemeinen nicht auf Hüllenalgebren  
übertragen. Der wichtige Satz, daß das  
stetige epimorphe Bild eines kompakten Rau-  
mes wieder kompakt ist, gilt für Hüllenalge-

bren noch unter Einsatz eines starken Trennungsaxioms.

Es gelingt jedoch, eine Kompaktifizierungstheorie für Hüllenalgebren aufzubauen, wobei eine Kompaktifizierung einer vorgegebenen Hüllenalgebra definiert ist als eine (in einem präzisierten Sinn) «kleine» Oberstruktur der betreffenden Hüllenalgebra. Das Verfahren der Kompaktifizierung basiert auf der topologischen Darstellungstheorie für Boolesche Algebren: Der Stone-Raum einer Booleschen Algebra  $A$  wird so modifiziert, daß ein Hüllenoperator  $t$  auf  $A$  im neuen Raum seinen Niederschlag findet. Den Schlüssel zur Kompaktifizierung liefern dann Existenz und Eigenschaften minimaler abgeschlossener Teilmengen des neuen Raumes. Man erhält so eine ganze Klasse von im allgemeinen nicht äquivalenten Kompaktifizierungen. Eine Unterklasse besonders einfacher solcher Kompaktifizierungen läßt sich auch auf spezielle topologische Räume anwenden und ergibt dort Zusammenhänge mit der Alexandroffschen Einpunktkompaktifizierung.

Jürg Schmid, Bern

285. Sitzung, Dienstag, den 12. Januar 1971. Vortrag von Herrn G. HEIMBERG, Lausanne: *Mathématiques nouvelles et enseignement gymnasial*.

286. Sitzung, Freitag, den 29. Januar 1971. Vortrag von Herrn G. REUSSER, Bern: *Zwei Leitgedanken für den Mathematikunterricht im Gymnasium*.

1. Wird die Mathematik als eine Stadt mit Plätzen, Hauptstraßen, Nebengassen usw. aufgefaßt, so ergeben sich für den Mathematikunterricht folgende Konsequenzen.

— Der Stoff sollte im Unterricht nicht linear, nur dem innern logischen Aufbau gemäß, angeordnet sein, sondern er müßte die Querverbindungen hervorheben.

— Der Lehrplan darf keine Reihenfolge erzwingen. Er soll die Möglichkeit geben, in dieser Stadt hin und her zu wandern.

— Wie man sich in einer Stadt verlieren kann, so auch im Gebäude der Mathematik. Deshalb sollen gewisse Leitgedanken wegleitend sein. Unter vielen anderen seien hier zwei Leitbegriffe hervorgehoben, die große Teile des Stoffes durchziehen: die Erweiterung von Mengen und die Fortsetzung von Funktionen.

2. Erweiterung von Mengen. Die Ring- und Körpererweiterungen können bei jungen Schülern (etwa vom zwölften Altersjahr an) vorbereitet werden anhand von Übungen folgender Art:

— Welches ist die kleinste Zahlenmenge, die 3 enthält und in welcher die Addition eine innere Verknüpfung ist? — Gleiche Frage, aber die gesuchte Menge soll Obermenge von  $\{3; 7\}$  oder von  $\{3; 12\}$  sein.

Vorauszusetzen ist, daß den Kindern die Ring- und Körpereigenschaften am Beispiel der ganzen, der rationalen und der reellen Zahlen explizit bekannt sind. Gleiche Fragen können gestellt werden mit der Forderung, daß die erzielte Menge eine additive oder auch eine multiplikative Gruppe sei. Später werden Ringe und Körper gesucht.

Mit der Frage, den kleinsten Ring herzustellen, der den Körper der rationalen (oder der reellen) Zahlen und einen Buchstaben  $x$  enthält, wird das Rechnen mit Polynomen entwickelt. Verlangt man einen Körper, so entsteht das Buchstabenrechnen: ein Kalkül mit «rationalen Ausdrücken», in welchem die Buchstaben wie bei den Polynomen als Unbestimmte vorkommen.

Faßt man ferner die Buchstaben als Variablen über der Menge der rationalen (oder der reellen) Zahlen auf, so wird jedem Polynom eine Polynomfunktion, jedem rationalen Ausdruck eine rationale Funktion zugeordnet. Mit diesen Funktionen kann wieder gerechnet werden, und dieser Kalkül läßt sich mit demjenigen über den Ausdrücken vergleichen: Die Ringe der Polynome und der Polynomfunktionen sind isomorph. Einschränkungen sind hingegen notwendig bei den rationalen Funktionen. Auf rationale Ausdrücke sind die Körperaxiome ausnahmslos anwendbar, nicht aber auf die assoziierten rationalen Funktionen.

Wird beim Polynomring über den rationalen Zahlen zusätzlich von der Unbestimmten verlangt, daß ihr Quadrat die Zahl zwei ist, so erhält man den Körper der Polynome ersten Grades in  $\sqrt{2}$  mit rationalen Koeffizienten. Wird beim Polynomring über den reellen Zahlen verlangt, daß  $x^2 = -1$  ist, so entsteht der Körper der komplexen Zahlen.

In der Geometrie können in ähnlicher Weise Transformationsgruppen erzeugt wer-

den, in Zusammenhang mit den entsprechenden Ornamenten.

Die gleiche Idee der Erweiterung kommt zur Anwendung beim Erzeugen von Vektorräumen in der linearen Algebra.

3. Fortsetzung von Abbildungen. In einer Menge soll eine Funktion so definiert werden, daß ihre Restriktion in einer Untergruppe eine vorgegebene Funktion ist. Elementare Beispiele im Unterricht gibt es viele, wovon einige erwähnt seien.

— Proportionalität oder lineare Fortsetzung.

$$\text{Gegeben } f: \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \\ 2 \mapsto 8$$

$$\text{Gesuchte Fortsetzung } F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto ax$$

$$\text{Lösung } F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 4x$$

— Affine Fortsetzung.

$$\text{Gegeben } f: \{4; 9\} \rightarrow \mathbb{R} \\ 4 \mapsto 11 \\ 9 \mapsto 21$$

$$\text{Gesucht } F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto ax + b$$

$$\text{Lösung } F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x + 3$$

— In ähnlicher Weise: quadratische Fortsetzung, Polynomfortsetzung (Polynomfunktion durch  $n$  Punkte) usw.

— In der Geometrie. Sind von einer Abbildung geeignete Punktepaare gegeben, so kann nach einer Fortsetzung gefragt werden, die eine Isometrie, eine Streckung, eine Ähnlichkeitsabbildung, eine affine Abbildung, eine projektive Abbildung ist.

— Der gleiche Gedanke kann zur Definition der Potenzen, der trigonometrischen Funktionen usw. dienen.

— In der Analysis. Wird der Stetigkeitsbegriff bei reellen Funktionen vor dem Limesbegriff eingeführt, so kann dieser durch stetige Fortsetzung definiert werden. Schließlich führt die Taylorreihe zunächst im reellen, dann im komplexen Zahlenbereich zur analytischen Fortsetzung.

— In der linearen Algebra. Sind die Bilder der Basisvektoren eines Vektorraumes gegeben und fordert man zusätzlich Linearität,

so ist die Abbildung als lineare Fortsetzung für den ganzen Raum bestimmt.

4. Zum Schluß. Der Mengenbegriff, der Abbildungsbegriff und die einfachsten Strukturbegriffe sollten (am konkreten Beispiel) im Unterricht sehr früh vorbereitet werden, und der Schüler sollte sobald wie möglich mit ihnen vertraut sein. Der gelegentliche Einwand, man könne mit den heutigen mathematischen Begriffsbildungen nichts anfangen, trifft nicht zu. Die Erfahrung zeigt, daß sie den Schülern Spaß machen, vorausgesetzt, sie werden mit Phantasie eingesetzt und der Entwicklung der Kinder angepaßt.

G. Reusser

287. Sitzung, Dienstag, den 16. Februar 1971. Vortrag von Herrn Dr. Chr. MEIER, Bern: *Zerlegungsähnlichkeit bei Polyedern*.

Zwei eigentliche Polyeder  $A$  und  $B$  des  $k$ -dimensionalen euklidischen Raumes lassen sich nach einem Satz von H. E. Debrunner (Elemente der Mathematik 24 (1969) 1—6) stets so in endlich viele polyedrische Teilstücke  $A_1, \dots, A_n$  bzw.  $B_1, \dots, B_n$  zerlegen, daß  $A_i$  und  $B_i$  für  $i = 1, \dots, n$  homothetisch sind. Dabei verstehen wir unter Zerlegung eine Zerlegung im Sinne der Elementargeometrie. Mit  $G(r)$  bezeichnen wir diejenige Untergruppe der Homothetiegruppe, die erzeugt wird von der Translationsgruppe und einer einzigen Dilatation mit einer positiv reellen Zahl  $r \neq 1$ .  $G(r)$  besteht dann aus Abbildungen  $f$ , die zusammengesetzt sind aus einer Dilatation mit einer Potenz von  $r$  und einer Translation. Durch die Wirkung eines Gruppenelementes  $f$  wird ein Polyeder  $A$  in ein ähnlich gelegenes und im Verhältnis einer  $r$ -Potenz ähnliches Polyeder  $f(A)$  übergeführt.

Das Debrunnersche Resultat läßt sich jetzt wie folgt verschärfen: Es existieren stets Zerlegungen von  $A$  und  $B$  in polyedrische Teilstücke  $A_1, \dots, A_n$  bzw.  $B_1, \dots, B_n$  so, daß im Element  $f_i$  von  $G(r)$  gilt:

$$B_i = f_i(A_i) \text{ für } i = 1, \dots, n.$$

Christoph Meier, Bern

Ferner wurden die Mitglieder eingeladen zur *öffentlichen Gastvorlesung* vom Montag, den 22. Februar 1971, von Herrn Prof. Dr. H. J. NASTOLD, Münster i. W.: *Zur Dualität in der lokalen Algebra*.