Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 12 (1917)

Artikel: Systematische Abhängigkeitsbestimmungen

Autor: Hæmig, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-967507

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Systematische Abhängigkeitsbestimmungen.

Von Dr. phil. **E. Hæmig,** Zürich.

John Graunt (1620—1674) hat zuerst aus den gelmässig veröffentlichten Registern der Todesfälle r London Wahrscheinlichkeitsbestimmungen abge- tet und Schlüsse über die Bevölkerung und das achstum dieser Stadt gezogen. Er betont in der uschrift", in welcher er seine Schrift dem damaligen glischen Siegelverwahrer widmet, dass sie nichts thalte, „was bereits in irgendeinem andern Buche zu den ist". Er erachtet es eines Parlamentsmitgliedes cht unziemend, zu betrachten:

1. „wie unter so vielen Bettlern ihrer so wenig verhungern",
2. „dass der unchristliche Vorschlag, den einige, das Volk durch Polygamie zu vermehren, tun, ganz irräsonabel und nichts nutz sei",
3. „dass die kümmerliche Verschliessung der Kranken zur Zeit der Pest kein solches Mittel sei, welches den häufigen Unordnungen, so daraus kommen, die Wage halten könne",
4. „dass die grössten Pesten der Stadt einander gleich seien und der davon entstandene Schaden bald wieder vom Lande ersetzt werde",
5. „dass durch den Krieg und die Bevölkerung neu entdeckter Länder die geziemende Proportion zwischen dem männlichen und weiblichen Geschlechte keinen Abgang leide",

6. „dass die Meinung, als ob das angehende giment eines neuen Königs von der Pest begl würde, falsch und aufrührerisch sei“,
7. „dass London, die Hauptstadt von England, leicht ein allzu grosser und vielleicht auch mächtiger Kopf für seinen Leib sei“,
8. „dass dieser Kopf dreimal so sehr wachse der Körper, zu dem er gehört, das heisst: verdoppelt sich dessen Volk in einem dri Teil der Zeit“,
9. „dass unsere Kirchspiele nun gar unverhält mässig gewachsen seien, dass unsere Kirchen unsere Religion gar nicht bequem sind“,
10. „dass der Handel und die rechte Stadt Lon sich gegen Westen verschiebe“,
11. „dass die mit Wällen umgebene Stadt nur fünfter Teil des ganzen Körpers sei“,
12. „dass die alten Gassen für die jetzige Menge Wagen ganz unbequem sind, dass der Weg du Ludgate ein allzu enger Schlund für diesen I per sei“,
13. „dass man von den wahrhaften Männern, die in London befinden, drei so grosse Armeen richten könnte, als man zur Verteidigung ganzen Insel benötige“,
14. „dass die Zahl der Köpfe so beschaffen sei, einige unserer Ratsherren sich in ihren Ansc gen wegen des Kopfgeldes gewisslich sehr täuscht haben“,

etc. etc.

Dieses alles hat Grannt aus dem Studium Londoner Sterberegister erschlossen und aus deren arbeitung erstmals „das Ab- und Zunehmen der Kra heiten, das Verhältnis der gesunden und fruchtba

eiten, den Unterschied zwischen Stadt- und Landluft nd viel anderes mehr“ zur Kenntnis der Behörde geracht. Er nennt seine Arbeit eine Sammlung von teils politischen“, teils „natürlichen“ Anmerkungen, „als eren einige Handel und Regiment, die andern das lima, die Landschaften, die Jahreszeiten, die Fruchtarkeit, die Gesundheit, die Krankheiten, die Lebensauer, die Geschlechts- und Altersverhältnisse der enschen betreffen“, und erachtet sie als einen naturissenschaftlichen Beitrag zur Ergänzung der von der egierung angeordneten Temperatur-, Regenmenge- nd Windstärkemessungen und der vom König selbst nternommenen Pendelversuche. Und gerade so, wie ie physikalischen Experimente zu technischen Verollkommnungen führten, so erwartete Graunt auch on seinen Untersuchungen, dass sie der praktischen taatskunst von Nutzen sein würden.

An Stelle des naturwissenschaftlichen Experimentes etzte Graunt gleichwertig die Beobachtung. Er bechtet, dass er die unübersichtliche Anhäufung von otenzetteln erstmals in übersichtlicher Tabellenform ısammengestellt habe, die es ihm erlaubte, das tatichliche Geschehen zu beobachten und kennen zu rnen. Er sah sich hierdurch in der Lage, viele Widerorüche und unbegründete Vermutungen klarzustellen, e sich bloss auf unbekannte, in der unmittelbaren rfahrung gegebene Häufigkeiten stützten. Aus seinen abellen berechnete Graunt nämlich das quantitative erhältnis zusammengehöriger Fälle zur Gesamtheit ler Fälle und gelangte so zu Einzelwahrscheinlichcitswerten, die ihm als Masswerte dienten. Diese inzelwahrscheinlichkeiten machte er zur Grundlage ner objektiv gültigen Beurteilung des tatsächlich sich ollziehenden Geschehens. Der zu seiner Zeit herr-

schenden, mechanischen Auffassungsweise vom Zusta kommen des Geschehens folgend, erblickte Graur diesen Einzelwahrscheinlichkeiten feststehende M bestimmungen für die Wirksamkeit der Ursachen, zum Geschehen führen. Im dritten Kapitel, wo er den besonderen Todesfällen handelt, stellt er beisp weise fest, dass sehr wenige Hungers sterben. erhellt daraus, führt er aus, dass unter den 229 Gesamttodesfällen, die er ausgezählt hatte, nicht 51 zu finden sind, welche Hungers gestorben wä ausgenommen die Kinder, welche von ihren S ammen vernachlässigt und ungenügend gepflegt wer Das Verhältnis 51 : 229,250 ist ihm aber kein genü der Beweis dafür, dass es dem Lande an Nahrung Kost oder an Mitteln gebreche, solche zu verdie

So wie er in diesem Beispiel den Einfluss sozialen Verhältnisse auf die Sterblichkeit zu erfa sucht, so geht Graunt auch vor, um die klimatis Bedingungen zu bestimmen. Nachdem er in den ersten Anmerkungen des zweiten Kapitels vers hatte, „die Gesundheit der Luft zu messen“ durch Proportion der „hitzigen und staubenden“ Krankh und die Gesundheit des Grundes und Bodens d die Proportion der „langwierigen“ Krankheiten sucht er nun in der fünften Anmerkung eine dir Massbestimmung zu erhalten für die Lebensdauer findet für diejenigen, welche das siebenzigste Al jahr erreichten, im Verhältnis zu allen beobacht Sterbefällen die Proportion

$$15\,757 : 229\,250 = 1 : 15$$

oder wie sieben unter Hunderten. Daraus folge, er erläuternd hinzu, wenn in einer andern Lan gegend mehr als sieben unter Hunderten leben, we

iebenzig Jahre alt sind, dass jene Landesgegend für esünder zu halten sei als die Gegend um London. Ir zeigt ferner, wie die sittlichen Anschauungen und ıebensregeln, die Verfassungsgrundsätze und Verwalıngsmassnahmen in den objektiven Zuständen ihre Jnterlage finden.

Relative Häufigkeiten in Form von Einzelwahrcheinlichkeiten machte Graunt auf diese Weise zur trundlage der staatswissenschaftlichen Forschung. In em quantitativen Verhältnisse der Anzahl besonderer iustände und Geschehnisse zur Gesamtzahl aller gleichrtigen Zustände und Geschehnisse bestimmt er unekannte Wahrscheinlichkeitswerte, durch welche das bjektive Geschehen seine zureichende Charakterisieıng findet.

Unter der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist omit zu verstehen die relative Häufigkeit desselben ı Form eines positiven echten Bruches. Der Erkenntiswert dieser Einzelwahrscheinlichkeiten beruht auf em Grundsatze, dass die Bestimmungen um so zuerlässiger seien, je mehr Beobachtungen ausgeführt ürden. Da dies nicht nur durch die Erfahrung seine estätigung fand, sondern auch mit der herrschenden ıechanischen Auffassung vom Geschehen, wonach eine bjektive Zustandsänderung stets in bestimmter Weise ıit ihrer jeweiligen Ursache zusammenhängt, sehr ohl übereinstimmte, so konnte eine Untersuchung, ob nd wie weit der Grundsatz theoretisch berechtigt sei, ls entbehrlich gelten.

Von diesem Standpunkte aus wurden denn auch ı der Folgezeit die sogenannten statistischen Unterıchungen vielfach gepflegt. Insbesondere hat *Süssmilch* 1707—1767) eine vollständige Lehre von den auf eburt, Tod und Fortpflanzung beruhenden Gesetz-

mässigkeiten innerhalb der menschlichen Gesellsc
entwickelt.

Wie Graunt, so geht auch Süssmilch davon
dass die Kenntnis einzelner Fälle, wie sie die
mittelbare Erfahrung gerade liefert, zu keiner Eins
in das tatsächliche Geschehen führe. „Die göttl
Ordnung in den Veränderungen des menschlichen
schlechts“ hat um so eher lange Zeit verborgen blei
können, als dem äusserlichen Anblick nach in den
burten und Todesfällen nichts weniger als Ordn
zu herrschen scheint. Wenn man die Häuser ein
durchzählen sollte, so würde man bald lauter Töc
oder lauter Söhne, oder doch eine sehr „unpro
tionierliche Vermischung“ antreffen. In kleinen
sellschaften und Dörfern lässt sich auch nicht le
etwas Ordentliches wahrnehmen. Jetzt sterben z. 1
oder 3 in einem Jahre, dann 6, dann wohl gar
und noch mehr. Wer denkt da wohl an Regel
Ordnung? Die Kirchenregister sind das grosse Hi
mittel zur Bestimmung dieser Regeln. Aber vor
Graunt hat sich niemand derselben zur Einsicht
diese Ordnung bedient. Die Entdeckung war a
ebenso möglich, wie die von Amerika, meint Süssmi
es fehlte nur ein Kolumbus, der in seinen Betrachtun
alter und bekannter Wahrheiten und Nachrichten we
ging als andere. So erging es dem Graunt, der in
Registern der Toten und Krankheiten in London
erst eine Ordnung wahrnahm und dadurch auf
glücklichen Schluss geleitet ward, dass dergleic
Ordnung auch in andern Stücken des menschlic
Lebens sein dürfte. Und dieser Schluss reizte sei
Fleiss und seine Scharfsinnigkeit zu weiterem Na
forschen, wodurch er den Grund zu dieser Wiss
schaft gelegt hat, die nicht nur ihren Liebhabern

Vergnügen gibt, sondern die uns auch zur grösseren Erkenntnis und Verehrung des weisesten Urhebers dieser Ordnung der Natur ermuntert, die die ersten Grundsätze der Staatswissenschaft zeigt und lehrt, dass die Regenten sich und ihren Staat erst dann glücklich und mächtig machen können, wenn sie die Regeln der Ordnung befolgen, die der allerhöchste Herrscher für die Bevölkerung der Erde erwählt und festgesetzt hat.

Süssmilch besass ein umfangreicheres Beobachtungsmaterial als Grannt. Er ging infolgedessen dazu über, die Einzelwahrscheinlichkeiten zu Wertensystemen zu vereinigen. Hieraus leitete er arithmetische Mittelwerte ab, welche die Wertenreihen repräsentierten und das Mass und die Ordnung der beobachteten Ereignisse bestimmten. Er macht ferner darauf aufmerksam, dass man bei der Bestimmung der Ordnung im Tode Vorsicht walten lasse. Es müsse ein Unterschied gemacht werden zwischen den ordentlichen und irregulären Jahren. Ordentliche, gemeine, gute und gesunde Jahre nennt er diejenigen, da die Zahl der Gestorbenen den Zahlen der Toten in den vorhergehenden oder nachfolgenden Jahren meist gleich sei. Diese Gleichheit ist dann ein Beweis, dass die Gesundheit und das Leben der Menschen keinen besonderen Anfällen von ansteckenden Krankheiten ausgesetzt gewesen. Nur müsse man nicht eine völlige Gleichheit fordern, denn zuweilen zeigten sich auch Jahre, da dergleichen Krankheiten geringer und in ihren Wirkungen weniger schädlich als gewöhnlich gewesen, „zumal wenn Pocken, Masern und Ruhren nicht bösartig gewesen“.

Epidemische, irreguläre, ungesunde Jahre sind diejenigen, da die Zahl der Toten merklich grösser ist als in den vorhergehenden und nachfolgenden Jahren.

Daraus lässt sich sodann schliessen: dass eine oder mehrere Krankheiten stärker und heftiger als sonst gewesen. Ob die epidemischen Jahre auch eine Ordnung in ihrem Auftreten haben, lässt Süssmilch vorerst unentschieden (vierte Ausgabe von 1775). So bestimmt er in § 29 des zweiten Kapitels der „göttlichen Ordnung“ die Sterblichkeit in Rom zu $\frac{1}{25}$ nach dem Generalverhältnisse von 35 Jahren. Nach den vier Mittelzahlen von 7 Jahren ist sie gewesen $^1/_{23} - ^1/_{24} - ^1/_{25} - ^1/_{27}$. In den 35 Jahren ist sie wohl 8mal bis auf $^1/_{21}$, ja bis auf $^1/_{19}$ angestiegen, dagegen sie auch 5mal bis auf $^1/_{30}$ und einmal gar bis auf $^1/_{34}$ heruntergekommen ist. Die bis auf $^1/_{19}$ vergrösserte Sterblichkeit zeigt epidemische Jahre, dagegen die bis auf $^1/_{30}$ verringerte ein Zeichen besonders guter und gesunder Jahre ist. Man kann solches auch schon ohnehin aus dem blossen Verzeichnisse der Toten erkennen, weil dergleichen ausserordentliche Jahre im Leben oder Sterben gleich eine grosse Abweichung von den in der Reihe befindlichen Zahlen verursachen. Doch geht Süssmilch auf eine gesonderte Betrachtung der extremen Werte nicht ein und begnügt sich mit dem Ergebnis, dass Rom mit London, Stockholm und anderen grossen Städten genau zutrifft.

Trotzdem Süssmilch keineswegs eine grundsätzliche Weiterbildung des von Graunt angebahnten Verfahrens anstrebt, so gibt er doch eine gewissenhafte Schilderung von den Voraussetzungen, mit denen er von vornherein an das Geschehen herantritt: Die Ordnung entsteht aus der Ähnlichkeit und Gleichförmigkeit verschiedener Dinge, die sich beisammenfinden und aufeinanderfolgen, so erklärt er in § 13 des ersten Kapitels. Wo sich gar keine Ähnlichkeit in der Stellung oder Folge wahrnehmen lässt, da herrscht Unordnung. Weil er

sich aber imstande sieht, zu zeigen, dass von einer gewissen Anzahl Menschen ein Jahr ebenso viele sterben, als das andere; dass von Kindern, Jünglingen, Männern und Greisen zu einer Zeit ebenso viele sterben, als zu einer andern; dass die gemeinen und stets vorhandenen Krankheiten meistens gleiche Gewalt ausüben; dass die beiden Geschlechter in einer steten Proportion fortgepflanzt werden; dass in ganzen und vielen Provinzen zusammen und in einer Reihe vieler vermischter, gesunder und epidemischer Jahre die Toten sich zu den Geborenen verhalten wie 10 zu 12 bis 13 usw., so ist zuzugeben, dass in allen diesen Dingen nicht nur Ordnung, sondern auch eine überaus grosse, schöne und vollkommene Ordnung sei. Wenn bei etwas sich eine grosse Mannigfaltigkeit von Dingen findet, die allesamt auf eine ähnliche oder gleiche Weise bestimmt sind und nichts unbestimmt gelassen ist, so ist das die grösste Ordnung, die dabei möglich ist. Und das kann hier mit Zuversicht von dieser Ordnung gesagt werden, weil es nichts gibt, das nicht gewissen Regeln unterworfen wäre. Sogar die Kinder, die tot zur Welt kommen, die Zwillingsgeburten und die sogenannten Unglücksfälle, haben ihre gewisse Zahl und Verhältnisse zum Ganzen. Wenn die verschiedenen Regeln einer Ordnung zur Erreichung eines Zweckes zusammenstimmen, und wenn sie dergestalt gegeneinander abgemessen sind, dass sie beständig einerlei Zweck erreichen, so wird die Ordnung vollkommen und auch schön genannt. Auch das muss man von dieser Ordnung behaupten. Süssmilch ist dessen gewiss, dass die gleichförmige Verbindung aller Teile zu einem Zwecke von niemandem ohne Vergnügen werde betrachtet werden können. Die Grösse, die Vollkommenheit und Schönheit dieser Ordnung wird dadurch um so viel vortrefflicher,

dass sie so beständig und so allgemein ist. So war die Dauer des Lebens schon vor 3000 Jahren, und zwar im Orient ebenso, wie sie noch jetzt ist. So wie die Menschen in Deutschland geboren werden, leben und sterben, ebenso geschieht es in Finnland, Schweden, England, Holland und Frankreich. Süssmilch ist auch schon zum voraus sicher, dass in den übrigen Ländern von Europa, ja in der ganzen Welt einerlei Gesetz sein werde. Er vermag auch keinen hinlänglichen Grund zu entdecken, warum es anders sein sollte. Zwar gibt es zuweilen Ausnahmen von diesen Regeln, allein er hofft, dass diejenigen, welche mit andern Arten der Ordnung in der Welt sich bekanntgemacht haben, nicht der Ausnahmen halber diese Ordnung leugnen werden. Es ist genug, wenn die Sachen bald wieder in das Geleise kommen.

Die Voraussetzung konstant und gleichförmig wirkender Ursachen, welche Graunt und Süssmilch dem Zustandekommen des Geschehens zugrunde legten, führten aber zu Widersprüchen mit den Tatsachen, als *Malthus* in seinem „Versuche über das Bevölkerungsgesetz“ (sechste Ausgabe, 1826) an die Erforschung der Ursachen ging, „welche bisher den Fortschritt des Menschengeschlechts zum Glücke gehindert haben“ und die Möglichkeit „einer gänzlichen oder teilweisen Entfernung dieser Ursachen für die Zukunft“ zu prüfen unternahm. Im zwölften Kapitel bezieht Malthus seine Untersuchung auf eine „der sehr wertvollen Sterblichkeitstabellen, welche Süssmilch gesammelt hat“, und kommt zu dem Schlusse, dass die Schwankungen im Verhältnis der Geburten zu den Todesfällen der verschiedenen Perioden der 64 Jahre, welche die Tabelle umfasst, besondere Beachtung verdienen und dass, entgegen der Ansicht Süssmilchs, „eine grosse voran-

gegangene Sterblichkeit eine merklichere Wirkung auf die Geburten als auf die Todesfälle hat".

Indem Malthus so dem Standpunkte das Wort redet, dass alle empirischen Beobachtungswerte gleichen Anspruch auf Berücksichtigung haben, und dass man nicht zugunsten vorgefasster Meinungen unbequeme Werte einfach vernachlässigen dürfe, kommt er zur Anerkennung neuer Möglichkeiten, die zum Geschehen führen. Zu Anfang des elften Kapitels erklärt er in diesem Sinne, es wäre wünschenswert, aus den Geburts-, Sterbe- und Eheregistern in den verschiedenen Ländern und der dermaligen Bevölkerungsziffer nebst dem Zunahmeverhältnis die wirkliche Fruchtbarkeit der Ehen und das richtige Verhältnis der Geborenen, welche zur Ehe gelangen, herleiten zu können. Er meint aber, vielleicht könne das Problem überhaupt nicht genau gelöst werden. Trotzdem er also einsieht, dass es unnötig wäre, etwas, was man bereits und von vornherein weiss, noch zu erforschen, gelangt Malthus nicht dazu, mit der Auffassung zu brechen, dass den einzelnen Ereignissen eindeutig bestimmte Ursachen zugeordnet seien.

Die Widersprüche, zu denen ihn sein Grundsatz führte, alle Beobachtungswerte als gleichberechtigt zu behandeln, konnten aber doch eine Förderung der Problemlage begünstigen. Immer deutlicher machte sich die Erkenntnis geltend, dass die Verwendung von Einzelwahrscheinlichkeitswerten in Form von echten Brüchen, arithmetischen Mitteln und Prozentzahlen auf Voraussetzungen beruhten, welche dem tatsächlichen Geschehen um so weniger gerecht zu werden vermochten, als sie schliesslich jedem Forscher die Möglichkeit in die Hand gaben, für seine eigenen, denjenigen anderer Forscher gerade entgegengesetzten Folgerungen,

seinerseits auf empirische Tatsachen sich zu berufen und zu stützen. Als ausserdem sogar *Quetelet* (lettre XI) sich veranlasst sah, davor zu warnen, aus der gleichen mittleren Lebensdauer für Frankreich und Belgien voreilig auf gleiche, in beiden Ländern herrschende Sterblichkeitsverhältnisse zu schliessen, lag die Notwendigkeit klar zutage, die Vergleichbarkeit der empirischen Beobachtungsreihen auf Bestimmungen zu gründen, welche die wesentlichen Momente der Reihen in allgemein gültiger Weise zum Ausdruck bringen.

Erfasste also Malthus das soziale Geschehen als ein auf gegensätzlichen Beziehungen beruhendes, so hatte Quetelet das Bestreben, die Einheit dieses in gegensätzlichen Beziehungen der Glieder sich vollziehenden Geschehens zu wahren. Quetelet versuchte, die Gesetzmässigkeiten der empirischen Häufigkeiten zu fassen und setzte als Norm eine Verteilung der empirischen Beobachtungswerte voraus, welche dem Gaussschen Fehlergesetze entspricht. Dieses Prinzip birgt aber die Notwendigkeit in sich, auftretende Abweichungen vom Gesetz in willkürlicher Weise hinreichend zu vernachlässigen. Das Bestreben, diesen Mangel zu überwinden, führte zu verschiedenen Versuchen der Weiterbildung. *Lexis* stellte für die Abweichungen vom normalen Fehlergesetze eine Dispersionstheorie auf und anerkannte grundsätzlich eine Zufallsnorm. Er liess aber das *Gauss*sche Fehlergesetz im Prinzip bestehen und gelangte zu keiner Formulierung der davon abweichenden, über die Dispersionsnorm hinausgehenden Gesetzmässigkeiten, welche er dem Zufall überantwortet. *Fechner* aber erkannte dann die Unzulänglichkeit des üblicherweise gehandhabten Gaussschen Fehlergesetzes selbst. Er suchte demzufolge nach einem Verteilungsgesetze, welches das gewöhnliche

Fehlergesetz für den Fall symmetrischer Verteilung in sich schliesst. *Fechner* selbst hält aber seine Methode nur dann für ausreichend, wenn die Asymmetrie eine blosse Störung des normalen, durch das gewöhnliche Fehlergesetz bedingten Verlaufes der Beobachtungswerte bildet. Das nämliche Problem wie Fechner stellt sich *Pearson*. Pearson anerkennt die Wirksamkeit von Elementarursachen und schliesst aus dem Verlaufe der Beobachtungswerte auf die Art und Weise des Wirkens dieser Elementarursachen. Dass demzufolge der von Pearson und Bravais entwickelte „Korrelationskoeffizient" nur eine beschränkte Klasse von Beobachtungsreihen zu charakterisieren vermag, hat auch Duncker („Die Methode der Variationsstatistik") nachgewiesen.

Alle diese Bestrebungen führen zu der Erkenntnis, dass es immer Fälle gibt, welche sich den aufgestellten Normaltypen entziehen. Die Problemlage erheischt daher eine Methode, welche in allen Fällen ausreicht. Es handelt sich somit nicht mehr um den Nachweis, dass die Beobachtungsreihe auf einen bestimmten einfachen Kurventypus zurückgeführt werden kann, sondern darum, jedesmal das für die Beobachtungsreihe charakteristische Wertensystem zu ermitteln und die weitere Untersuchung auf die Beschaffenheit dieses Wertensystems zu gründen. Wie die Aufstellung von Typen, so gründet sich auch jede weitergehende, im Durchschnitt vieler Fälle gültige Bestimmung auf Mittelwerte. Die Aufgabe, den in der Beobachtungsreihe jeweils tatsächlich vorhandenen Typus auf Grund der empirisch gefundenen Wahrscheinlichkeits- oder Häufigkeitswerte unmittelbar zu bestimmen, hat eine allgemein gültige Lösung gefunden in der „Theorie der Kollektivgegenstände" von *G. F. Lipps* (Leipzig, 1902). Die hier entwickelte Methode gestattet, die in den Beobachtungs-

reihen hervortretenden Gesetzmässigkeiten durch das System der Mittelwerte selbst darzustellen und hat den Vorteil, dass die Mittelwerte durch elementare Rechnungsweisen abgeleitet werden können.

Der Grundsatz, dass nur Mittelwerte, aber niemals Einzelwerte aus den Beobachtungen abzuleiten sind, schliesst die eindeutige Fragestellung nach feststehenden Typen aus. Es ist grundsätzlich den Forschungsresultaten anheimzustellen, ob sie die Annahme solcher Typen ermöglichen oder nicht. Die im Durchschnitt vieler Fälle gültigen, quantitativen Häufigkeitsbestimmungen in Form von Mittelwerten entscheiden allein über die Zulänglichkeit der Voraussetzungen, welche dem Zustandekommen des Geschehens als zugrundeliegend anerkannt werden müssen.

Ein für allemal feststehende Typen erkannte Süssmilch, in völliger Übereinstimmung mit seinen Voraussetzungen, als charakteristisch für das Geschehen. Sofern die Forschung auf die Feststellung solcher Typen geht, fusst sie notwendig auf Voraussetzungen, welche den Süssmilchschen wesensgleich sind. Unter „Fruchtbarkeit“ z. B. versteht Süssmilch das feststehende Verhältnis von 4 Kindern auf jede Ehe, sofern es sich handelt um die „eigentliche, besondere, eheliche Fruchtbarkeit“; die „allgemeine oder die Fruchtbarkeit des Landes“ erwächst aus dem Verhältnis der geschlossenen und stehenden Ehen zu der Anzahl der Einwohner eines Landes und bleibt trotz aller Hindernisse in den Regeln der Ordnung mit dem Verhältnis 1 : 108 (göttliche Ordnung Kapitel IV). Es ist ferner erwiesen, „dass dem Tode gewisse Gesetze vorgeschrieben sind, und dass jährlich in ganzen Provinzen ungefähr einer von 36 Lebenden die Schuld der Natur bezahlen müsse“ (ebenda).

Gegen diese Typen wendet sich Malthus; besonders bestreitet er die Meinung, es gebe ganz allgemein ein unveränderliches Mass der Sterblichkeit in allen Ländern. Freilich gelangt Malthus nur dazu, selbst wiederum Typen aufzustellen, wofür seine „positiven“ und „vorbauenden Hemmnisse“ zu gelten haben.

Die in unsern Tagen beliebte, an die Voraussetzungen des Quetelet sich anschliessende Erörterung über „typische“ und „nicht-typische Mittel“ geht auf die Feststellung spezieller Gesetze, die in dem einen Falle zutreffen und in einem andern Falle versagen. Es handelt sich jedoch nicht bloss darum, die normale Zugehörigkeit eines objektiven Masswertes zu subjektiven Erwartungsinhalten nachzuweisen. Vielmehr gilt es, das in allen Beobachtungsreihen hervortretende gesetzmässige Wirken der Bedingungen festzustellen, unter deren Herrschaft die empirischen Häufigkeitswerte zustandekommen, aus welchen die Beobachtungsreihen bestehen. Zu diesem Zwecke ist der Typus der Beobachtungsreihen zu bestimmen, um aus der Veränderung desselben auf die Veränderung der Bedingungen zu schliessen, welche zu andern und andern empirischen Häufigkeitswerten führen.

An die Stelle des Süssmilchschen Typus, wonach „in gemeinen Jahren und in ganzen Provinzen, ohnstreitig auch in der ganzen Welt, weniger Menschen sterben als geboren werden, so dass die Sterbenden zu den Geborenen sich gemeiniglich im ganzen verhalten wie 10 zu 12 bis 13“ (Kapitel VII), haben also auf die Gesamtheit aller erreichbaren empirischen Häufigkeitswerte gehende Korrelationsbestimmungen zu treten, welche ergeben, wie die Geburten und Todesfälle zusammengehöriger Zeiten und Länder gegenseitig bedingt sind.

Unter Berücksichtigung der skizzierten Entwicklung sind hierfür zwei Wege gangbar.

Einmal besteht die Möglichkeit, die Beobachtungsreihen zu beurteilen auf Grund der Anordnung der empirischen Werte rücksichtlich ihrer Grössenstufe. (G. F. Lipps, Psychische Massmethoden, Seite 120.) Dies findet dann statt, wenn die zeitliche Abfolge der Reihenglieder daraufhin geprüft wird, wie oft beim Übergange von einem Reihengliede zu allen folgenden eine Zunahme oder eine Abnahme zur Notierung gelangt. Die Promillezahlen der Geburten und Sterbefälle des Kantons Zürich in den 30 Jahren 1871—1900 ergeben dementsprechend (siehe Tabelle Seite 315).

Die Anzahl der Glieder in beiden Reihen ist $n = 30$. Überhaupt möglich sind deshalb

$$\frac{1}{2} n (n - 1) = 435$$

Übergänge, welche besagen, wie oft im Durchschnitt aller Fälle einer Zunahme eine Abnahme gegenübertritt. Für die Zeit von 1871—1900 überwiegen also sowohl bei den Geburten als bei den Sterbefällen durchschnittlich die Abnahmen. Der Verlauf dieser beiden Reihen ist demnach ein zugunsten der Minusübergänge überwiegend asymmetrischer. Bei vollständiger Symmetrie würden auf beiden Seiten

$$\frac{1}{4} n (n - 1) = 217.5,$$

also ebensoviele Plus = als Minusübergänge sich ergeben. In diesem Falle beruhen die Gesetzmässigkeiten dann darin, dass weder überwiegend Zunahmen noch überwiegend Abnahmen den Reihenverlauf charakterisieren. Die Reihen zeigen dann bezüglich Zunahmen und Abnahmen ein unentschiedenes Verhalten.

Jahr	Geburten			Sterbefälle		
	‰	+	—	‰	+	—
1871	29	16.5	12.5	27	0	29
1872	31	6	22	22	6,5	21.5
1873	30	10.5	16.5	22	6	21
1874	30	10	16	23	2.5	23.5
1875	32	2.5	22.5	25	0.5	24.5
1876	33	0.5	23.5	25	0	24
1877	33	0	23	22	2.5	20.5
1878	32	0	22	22	2	20
1879	31	1.5	19.5	23	0	21
1880	30	4.5	15.5	22	0.5	19.5
1881	31	1	18	21	1	18
1882	29	6	12	22	0	18
1883	29	5.5	11.5	20	1.5	15.5
1884	28	8	8	19	3	13
1885	28	7.5	7.5	20	1	14
1886	27	11	3	20	0.5	13.5
1887	27	10.5	2.5	18	9	4
1888	27	10	2	19	3.5	8.5
1889	27	9.5	1.5	19	3	8
1890	26	10	0	20	0	10
1891	28	7	2	19	1.5	7.5
1892	27	8	0	18	4.5	3.5
1893	28	6.5	0.5	19	1	6
1894	28	6	0	19	0.5	5.5
1895	29	5	0	18	2	3
1896	30	3	1	17	3.5	0.5
1897	30	2.5	0.5	18	1.5	1.5
1898	31	0.5	1.5	18	1	1
1899	31	0	1	17	1	0
1900	30			19		
		169.5	265.5		59.5	375.5

Da es sich grundsätzlich um Durchschnittsbestimmungen handelt, so muss dasselbe Verfahren auch anwendbar sein auf Reihen von Doppelgliedern. Dann kann man jedes Doppelglied mit jedem in der Reihe folgenden vergleichen und, so oft der Übergang bei beiden Gliedern in gleichem Sinne erfolgt, ein +, andernfalls ein — notieren. Die so sich ergebenden $^1/_2\, n\,(n-1)$ Paare von Doppelgliedern liefern demgemäss i Pluszeichen und k Minuszeichen, wo wiederum

$$i + k = {}^1/_2\, n\,(n-1).$$

Auf diese Weise ergeben die beiden Reihen der relativen Geburten — und Sterbezahlen des Kantons Zürich für die 30 Jahre von 1871—1900 (siehe nebenstehende Tabelle).

Es tritt somit einer überwiegenden Mehrzahl gleichsinniger Übergänge von Doppelglied zu Doppelglied eine Minderzahl ungleichsinniger Übergänge zur Seite. Es bedeutet dies, dass im Durchschnitt aller Fälle die Relativzahlen der Geburten parallel gehen mit den Relativzahlen der Sterbefälle, und zwar, im vorliegenden Falle, wie aus der Bestimmung der Einzelreihen hervorgeht, nehmen im Durchschnitt aller Fälle die Geburten ab, wenn die Sterbefälle abnehmen. Selbstverständlich besteht hier keine Möglichkeit mehr, den Verlauf der Geburten als Ursache für den Verlauf der Sterbefälle, oder umgekehrt, in Anspruch zu nehmen. Denn diese Bestimmungen gelten für den Durchschnitt vieler Fälle, nicht aber für den Einzelfall. Die folgende Tabelle zeigt, dass die für den Kanton Zürich gültigen Ergebnisse für den gleichen Zeitraum auch von den übrigen Kantonen eingehalten werden (siehe Tab. Seite 318).

Das unentschiedene Verhalten, welches die Abhängigkeitsbestimmung für den Halbkanton Nidwalden

Jahr	Geburten	Sterbefälle		
	‰	‰	+	—
1871	29	27	12.5	16.5
1872	31	22	22.5	5.5
1873	30	22	20	7
1874	30	23	18.5	7.5
1875	32	25	23	2
1876	33	25	23.5	0.5
1877	33	22	20.5	2.5
1878	32	22	20	2
1879	31	23	19.5	1.5
1880	30	22	15	5
1881	31	21	17	2
1882	29	22	12	6
1883	29	20	10	7
1884	28	19	5.5	10.5
1885	28	20	6.5	8.5
1886	27	20	2.5	11.5
1887	27	18	7	6
1888	27	19	3	9
1889	27	19	2.5	8.5
1890	26	20	0	10
1891	28	19	2.5	6.5
1892	27	18	4.5	3.5
1893	28	19	1	6
1894	28	19	0.5	5.5
1895	29	18	2	3
1896	30	17	2.5	1.5
1897	30	18	1	2
1898	31	18	0.5	1.5
1899	31	17	0	1
1900	30	19		
			275.5	159.5

Zeitraum 1871—1900	Korrelation der Geburten und Sterbefälle	
	+	—
1. Zürich	275.5	159.5
2. Bern	303.5	131.5
3. Luzern	286.5	148.5
4. Uri	264	171
5. Schwyz	321.5	113.5
6. Obwalden	276.5	158.5
7. Nidwalden	217	218
8. Glarus	317.5	117.5
9. Zug	303.5	131.5
10. Freiburg	231	204
11. Solothurn	245.5	189.5
12. Baselstadt	306.5	128.5
13. Baselland	353.5	81.5
14. Schaffhausen . . .	292.5	142.5
15. Appenzell A.-Rh. .	340	95
16. Appenzell I.-Rh. . .	257	178
17. St. Gallen	361	74
18. Graubünden . . .	307	128
19. Aargau	285	150
20. Thurgau	360	75
21. Tessin	248	187
22. Waadt	297.5	137.5
23. Wallis	226	209
24. Neuenburg	377	58
25. Genf	318	117

aufweist, mag darauf zurückzuführen sein, dass kleine Grundzahlen unausgeglichen wirkende Zufälligkeiten eher hervortreten lassen als grössere Grundzahlen.

Der zweite Weg, welcher zu Korrelationsbestimmungen führt, beruht darauf, dass die empirischen Werte, unabhängig von ihrer Zeitfolge und Grössenstufe, alle als gleichberechtigt behandelt werden. Diese Bestimmungsweise führt zu Masszahlen für die Abhängigkeit in der Form von Mittelwerten und mittleren Abweichungen. Die Grundlage der Abhängigkeitsbestimmungen bilden hier die den einzelnen Wertenpaaren zukommenden relativen Häufigkeiten. Für die angeführten Promillezahlen der Geburten und Sterbefälle des Kantons Zürich ergibt sich auf diese Weise nachstehender Ausgangsquadrant. Die Intervalle 17 bis 27 der Horizontalreihe bezeichnen die Sterbefälle, die Intervalle 26 bis 33 bezeichnen entsprechend die Äquidistanzen von der niedersten bis zur höchsten im Zeitraum 1871—1900 vorkommenden Geburtenziffer in Promillezahlen. Die Häufigkeiten, welche die Felder ausfüllen, besagen, wie oft ein Wertenpaar Geburten und Sterbefälle durch Tausender der Bevölkerung vertreten war.

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
26	·	·	·	341	·	·	·	·	·	·	·
27	·	689	675	331	·	·	·	·	·	·	·
28	·	·	1413	328	·	·	·	·	·	·	·
29	·	383	·	323	·	320	·	·	·	·	286
30	392	401	427	·	·	607	296	·	·	·	·
31	418	410	·	·	318	289	312	·	·	·	·
32	·	·	·	·	·	308	·	·	299	·	·
33	·	·	·	·	·	305	·	·	302	·	·

Es fand sich also z. B. das Paar 29 ‰ Geburten und 20 ‰ Sterbefälle durch 323 Tausender der Bevölkerung vertreten. Dieser mittlere Ausgangswert wird erhalten, indem für die Summen der Horizontalreihen und für die Summen der Vertikalreihen der mittlere Ausgangswert bestimmt wird, welcher die Bedingung zu erfüllen hat, zwischen + 0.5 und — 0.5 zu liegen.

Die Summen der Horizontalreihen betragen:

	0	1	2
— 3	341	341	341
— 2	1695	2036	341
— 1	1741	2377	
0	1312		
+ 1	2123	4782	
+ 2	1747	2961	2428
+ 3	607	1214	1821
+ 4	607	607	607

	0	1	2
$S^+ =$	5084	4782	2428
$S^- =$	3777	2377	341
			usw.
$S^+ + S^- =$	8861	7159	2769
$S^+ - S^- =$	1307	2405	2087

1. $m\eta_1 = 2405 + 1307 = 3712$;

2. $\eta_1 = 3712 : 10\,173 = + 0.3$.

Die Summen der Vertikalreihen betragen:

	0	1	2
— 3	810	810	810
— 2	1883	2693	810
— 1	2515	3503	
0	1323		
1	318	7165	
2	1829	3324	8504
3	608	1495	3841
4	0	887	2346
5	601	887	1459
6	0	286	572
7	286	286	286

	0	1	2	
$S^+ =$	3642	7165	8504	
$S^- =$	5208	3503	810	usw.
$S^+ + S^- =$	8850	10668	9314	
$S^+ - S^- =$	— 1566	+ 3662	+ 7694	
$m\eta_1 =$	3662	— 1566	= + 2096;	
$\eta_1 =$	+ 2096	: 10173	= + 0.2	

Unter ausdrücklicher Bezugnahme auf die in der „Theorie der Kollektivgegenstände“ (Kapitel V) von G. F. Lipps selbst gegebenen Beispiele diene folgendes zur Wegleitung:

m ist die Summe aller unter **0** stehenden Ausgangswerte der Verteilungstafel und ist der unveränderliche Divisor für alle folgenden als Bestimmungsstücke dienenden Mittelwerte. Die unter **1**, **2** usw. stehenden Summanden werden gewonnen, indem in der obern Hälfte jeder Wert mit jedem links unter ihm stehenden

und in der untern Tafelhälfte jeder Wert mit jedem links über ihm stehenden addiert wird. Die Abweichungswerte erster Ordnung, welche den mittleren Ausgangswert definieren auf Grund der angegebenen Bedingung, werden gewonnen, indem man in die Formel

$$m\eta_1 = \left(S_1^+ - S_1^-\right) + \left(S_0^+ - S_0^-\right)$$

die in der untersten Reihe der kleinen Zusammenstellung unter **0**, **1** usw. stehenden Differenzen einsetzt. Der Wert η_1 ergibt sich dann, indem man die rechte Seite obiger Gleichung durch m dividiert. Die vier Grundoperationen genügen allen Anforderungen der in der „Theorie der Kollektivgegenstände" entwickelten Methode der Mittelwertbestimmungen. Ist auf diese Weise der mittlere Wert = 323 des Quadranten bestimmt mit der Gesamtsumme $m = 10{,}173$, so erhält man daraus ein System von Tabellen mit den zugehörigen S-Werten für die einzelnen Felder, indem in jeder Horizontalreihe von links und von rechts gegen den Vertikalstreifen und in jeder Vertikalreihe von oben und von unten gegen den Horizontalstreifen aufsummiert wird. Von diesen Tabellen schliesst sich die erste unmittelbar rechts, die zweite unmittelbar unten an die gegebene Verteilungstafel an, während die dritte in diagonaler Richtung nach rechts und nach unten folgt. Alle nach rechts folgenden Tafeln ergeben sich durch horizontales Aufsummieren von der äussersten Randtafel links aus. Die äussersten Randtafeln nach links erhält man durch vertikales Aufsummieren von der gegebenen Verteilungstafel aus nach unten. Diese Anweisungen sind ausreichend, um die Methode der Mittelwertbestimmungen auf Grund der „Theorie der Kollektivgegenstände" unmittelbar anzuwenden. Beispielsweise sei das Tafelsystem mit den zugehörigen S-Werten wiedergegeben.

	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
26	·	·	·	341	·	·	·	·	·	·	·
27	·	689	675	331	·	·	·	·	·	·	·
28	·	·	1413	328	·	·	·	·	·	·	·
29	·	383	·	323	·	320	·	·	·	·	286
30	392	401	427	·	·	607	296	·	·	·	·
31	418	410	·	·	318	289	312	·	·	·	·
32	·	·	·	·	·	308	·	·	299	·	·
33	·	·	·	·	·	305	·	·	302	·	·

·	·	·	341	·	·	·	·	·	·	·	·
·	689	675	672	·	·	·	·	·	·	·	·
418	410	·	·	318	902	312	·	601	·	·	·
·	·	·	·	·	613	·	·	601	·	·	·
·	·	·	·	·	305	·	·	302	·	·	·

·	·	·	341	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	918	·	·	903	·	·	·
·	·	·	·	·	305	·	·	302	·	·	·

·	·		·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	689		·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·		·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	383		606	286	286	286	286	286	·		1430	1144	858	572	286
392	793		903	296	·	·	·	·	392		296	·	·	·	·
418	828		601	312	·	·	·	·	418		312	·	·	·	·
·	·		607	299	299	299	·	·	·		897	598	299	·	·
·	·		607	302	302	302	·	·	·		906	604	302	·	·

·	·		·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	689		·	·	·	·	·	·	·	·	·
418	828		1815	913	601	601	·	·	418		2115	1202	601	·	·
·	·		1214	601	601	601	·	·	·		1803	1202	601	·	·
·	·		607	302	302	302	·	·	·		906	604	302	·	·

·	·		·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·		1831	903	903	903	·	·	·		2719	1806	903	·	·
·	·		607	302	302	302	·	·	·		906	604	302	·	·

$S^{++}_{0\,0} = 3036$	$S^{++}_{1\,0} = 5129$	$S^{++}_{2\,0} = 4214$
$S^{+-}_{0\,0} = 0$	$S^{+-}_{1\,0} = 0$	$S^{+-}_{2\,0} = 0$
$S^{-+}_{0\,0} = 2048$	$S^{-+}_{1\,0} = 2431$	$S^{-+}_{2\,0} = 810$
$S^{--}_{0\,0} = 2777$	$S^{--}_{1\,0} = 689$	$S^{--}_{2\,0} = 0$
$S^{+0}_{0} = 606$	$S^{+0}_{1} = 2036$	$S^{+0}_{2} = 4290$
$S^{-0}_{0} = 383$	$S^{-0}_{1} = 383$	$S^{-0}_{2} = 0$
$S^{0+}_{0} = 0$		
$S^{0-}_{0} = 1000$		
$S^{++}_{0\,1} = 3954$	$S^{++}_{1\,1} = 8460$	$S^{++}_{2\,1} = 9336$
$S^{+-}_{0\,1} = 0$	$S^{+-}_{1\,1} = 0$	$S^{+-}_{2\,1} = 0$
$S^{-+}_{0\,1} = 828$	$S^{-+}_{1\,1} = 1246$	$S^{-+}_{2\,1} = 418$
$S^{--}_{0\,0} = 1364$	$S^{--}_{1\,1} = 689$	$S^{--}_{2\,1} = 0$
$S^{0+}_{1} = 0$		
$S^{0-}_{1} = 1013$		
$S^{++}_{0\,2} = 2428$	$S^{++}_{1\,2} = 9336$	$S^{++}_{2\,2} = 7240$
$S^{+-}_{0\,2} = 0$	$S^{+-}_{1\,2} = 0$	$S^{+-}_{2\,2} = 0$
$S^{-+}_{0\,2} = 0$	$S^{-+}_{1\,2} = 418$	$S^{-+}_{2\,2} = 0$
$S^{--}_{0\,2} = 0$	$S^{--}_{1\,2} = 0$	$S^{--}_{2\,2} = 0$
$S^{0+}_{2} = 0$		
$S^{0-}_{2} = 341$		

Diese Summenwerte werden in die auf Seiten 209/210 der „Theorie der Kollektivgegenstände“ ausgeführten Formeln eingesetzt, um durch Division mit m die auf den mittleren Ausgangswert bezüglichen Mittelwerte zu erhalten, wie folgt:

$$m = S_{0\,0}^{+\,+} + S_{0\,0}^{+\,-} + S_{0\,0}^{-\,+} + S_{0\,0}^{-\,-} + S_{0}^{+\,0} + S_{0}^{-\,0} + S_{0}^{0\,+} + S_{0}^{0\,-} + z_{0\,0} = 10173;$$

$$m\,\eta_{10} = i\left\{\left(S_{1\,0}^{+\,+} + S_{1\,0}^{+\,-} - S_{1\,0}^{-\,+} - S_{1\,0}^{-\,-}\right) + \left(S_{0\,0}^{+\,+} + S_{0\,0}^{+\,-} - S_{0\,0}^{-\,+} - S_{0\,0}^{-\,-}\right) + \left(S_{1}^{+\,0} - S_{1}^{-\,0}\right) + \left(S_{0}^{+\,0} - S_{0}^{-\,0}\right)\right\} = 2056;$$

$$\eta_{10} = 2056 : 10173 = +\,0.2;$$

$$m\,\eta_{01} = j\left\{\left(S_{0\,1}^{+\,+} - S_{0\,1}^{+\,-} + S_{0\,1}^{-\,+} - S_{0\,1}^{-\,-}\right) + \left(S_{0\,0}^{+\,+} - S_{0\,0}^{+\,-} + S_{0\,0}^{-\,+} - S_{0\,0}^{-\,-}\right) + \left(S_{1}^{0\,+} - S_{1}^{0\,-}\right) + \left(S_{0}^{0\,+} - S_{0}^{0\,-}\right)\right\} = 3712;$$

$$\eta_{01} = 3712 : 10173 = +\,0.3;$$

. . . . . .

Die Mittelwerte gerader Ordnung

$$\eta_{20}^{2},\quad \eta_{02}^{2},\quad \eta_{40}^{4},\quad \eta_{04}^{4},\quad \eta_{22}^{4} \ldots .$$

sind Streuungsmasse; die Mittelwerte ungerader Ordnung

$$\eta_{10},\quad \eta_{01},\quad \eta_{11}^{2},\quad \eta_{21}^{3},\quad \eta_{30}^{3},\quad \eta_{03}^{3},\quad \eta_{12}^{3} \ldots .$$

sind Asymmetriemasse.

Dasselbe gilt für die auf das arithmetische Mittel bezogenen ε-Werte gerader und ungerader Ordnung.

Für den Kanton Zürich ergeben sich die Mittelwerte:

$m = 10173$ und

$\eta_{10} =$	0.2	$\varepsilon_{10} =$	0
$\eta_{01} =$	0.3	$\varepsilon_{01} =$	0
$\eta^2_{11} =$	1.9	$\varepsilon^2_{11} =$	1.84
$\eta^2_{20} =$	5.8	$\varepsilon^2_{20} =$	5.76
$\eta^2_{02} =$	3.5	$\varepsilon^2_{02} =$	3.41
$\eta^3_{21} =$	8.1	$\varepsilon^3_{21} =$	5.62
$\eta^3_{12} =$	4.1	$\varepsilon^3_{12} =$	2.29
$\eta^4_{22} =$	27.85	$\varepsilon^4_{22} =$	24.07

Die Korrelation der Geburten und Todesfälle ist nun zu beurteilen auf Grund der Beziehungen:

$$\Delta_{11} = \varepsilon^2_{11} - \varepsilon_{10} \cdot \varepsilon_{01} = 1.84$$
$$\Delta_{21} = \varepsilon^3_{21} - \varepsilon^2_{20} \cdot \varepsilon_{01} = 5.62$$
$$\Delta_{12} = \varepsilon^3_{12} - \varepsilon^2_{02} \cdot \varepsilon_{10} = 2.29$$
$$\Delta_{22} = \varepsilon^4_{22} - \varepsilon^2_{20} \cdot \varepsilon^2_{02} = 4.43$$

Diese Δ-Werte müssten alle gleich Null sein, wenn keine Korrelation vorhanden wäre. Es sind aber die Δ-Werte für alle Kantone von Null verschieden und bezeugen eine vielgestaltige Abhängigkeit zwischen Geburt und Tod während der dreissigjährigen Beobachtungsperiode von 1871—1900 (siehe Tabelle Seite 326).

Es müsste ferner $\varepsilon^2_{11} = \varepsilon^2_{20} = \varepsilon^2_{02}$; usw. sein, wenn die Werte der Verteilungstafel sämtlich in der Diagonalen liegen würden. Dieser eine Spezialfall diagonaler Verteilung ist dem Pearsonschen „Korrelationskoeffizienten“ zugänglich. Der zwischen $+1$ und -1 schwankende Zahlenwert

$$\frac{\Delta_{11}}{\Delta^1_{11}} = \frac{\varepsilon^2_{11}}{\varepsilon_{20} \cdot \varepsilon_{02}}$$

	Δ_{11}	Δ_{21}	Δ_{12}	Δ_{22}
1. Zürich	1.84	5.62	2.29	4.43
2. Bern	1.72	1.79	2.58	— 0.32
3. Luzern	3.38	8.08	4.08	5.87
4. Uri	2.36	15.70	0.66	— 50.91
5. Schwyz	4.11	7.06	13.33	35.65
6. Obwalden . . .	4.72	14.24	15.13	81.08
7. Nidwalden . . .	0.06	1.08	4.62	— 24.63
8. Glarus	6.24	16.52	19.71	58.15
9. Zug	5.39	13.84	4.84	2.37
10. Freiburg	— 0.89	13.46	16.73	64.81
11. Solothurn . . .	0.79	5.62	3.93	8.27
12. Baselstadt . . .	4.8	10.00	9.86	— 17.26
13. Baselland . . .	6.68	— 3.18	2.02	29.14
14. Schaffhausen . .	4.81	10.56	14.7	4.63
15. Appenzell A.-Rh.	9.96	— 5.19	— 5.37	57.27
16. Appenzell I.-Rh. .	3.62	10.91	10.59	— 17.42
17. St. Gallen . . .	5.48	2.01	2.67	22.43
18. Graubünden . .	1.22	— 1.83	— 0.75	0.93
19. Aargau	2.3	3.18	4.96	4.06
20. Thurgau	6.42	14.51	13.00	26.95
21. Tessin	0.76	2.42	3.67	5.17
22. Waadt	1.3	4.1	1.4	— 2.05
23. Wallis	0.01	0.01	— 2.19	26.12
24. Neuenburg . .	7.41	3.61	— 1.48	26.12
25. Genf	4.28	— 0.22	8.01	12.78

welcher mit dem Pearsonschen „Korrelationskoeffizienten“ identisch ist, erscheint deshalb in der Methode der Mittelwertbestimmungen als ein erstes Glied von eigenartig beschränkter und, für sich allein betrachtet, auch von unzureichender Bedeutung.

Da dieser „Koeffizient“ lediglich die Aufgabe hat, die mehr oder minder grosse Annäherung an den diagonal-symmetrischen Verlauf der empirischen Werte in der Verteilungstafel zu zeigen, vermag er keine Kenntnis zu vermitteln von der normalerweise stets zu erwartenden Asymmetrie. Die alleinige Verwendung des Pearsonschen Quotienten ist beherrscht von der Voraussetzung, dass symmetrisch wirkende Elementarursachen auch zu einem durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehenden, symmetrischen Reihenverlaufe und deshalb, bei einer genügend grossen Anzahl von Beobachtungen, auch zur Bestimmung eines wahrscheinlichsten oder wahren Wertes führen. Würde diese Voraussetzung zutreffen, so müsste mit wachsender Annäherung des Quotienten an $+1$ oder -1 gleichzeitig das Asymmetriemass ε^2_{11} sich dem Werte Null nähern; der wachsende Quotient müsste korrelativ zu abnehmenden ε^2_{11} führen, wenn der durch den Nullpunkt gehende diagonale Verlauf als das einzige Merkmal der Verteilungstafel gelten könnte. Da aber mit dem zunehmenden Quotienten auch das Asymmetriemass ε^2_{11} zunimmt, so wird dadurch die Unzulänglichkeit der alleinigen Verwendung des Quotienten auch empirisch dargetan, wie aus der nachstehenden Korrelationsbestimmung erhellt (siehe Tabelle Seite 328).

Diese Korrelationsbestimmung besagt, dass das Merkmal der Annäherung an einen diagonalen Verlauf wohl aufgezeigt werden kann. Der Quotient charakterisiert jedoch nicht die ganze Mannigfaltigkeit, weil sonst die zunehmenden Asymmetriemasszahlen ε^2_{11} negative Abhängigkeit von wachsender diagonaler Symmetrie aufweisen müssten. Der Quotient für sich allein vermittelt keine Erkenntnis darüber, welche der Manigfaltigkeit ausser dem diagonal-symmetrischen Verlaufe

	$\frac{\varepsilon_{11}^2}{\varepsilon_{20} \cdot \varepsilon_{02}}$	ε_{11}^2	+	—
1. Freiburg . . .	— 0.281	— 0.90	24	0
2. Wallis	0.004	0.01	23	0
3. Nidwalden . .	0.008	0.06	22	0
4. Solothurn . . .	0.175	0.79	20	1
5. Uri	0.218	2.36	14	6
6. Tessin	0.287	0.76	19	0
7. Waadt	0.338	1.30	17	1
8. Appenzell I.-Rh.	0.349	3.62	12	5
9. Zürich	0.415	1.84	14	2
10. Luzern . . .	0.452	3.38	12	3
11. Bern	0.535	1.72	13	1
12. Graubünden . .	0.547	1.22	13	0
13. Schaffhausen . .	0.550	4.81	7	5
14. Aargau. . . .	0.551	2.30	11	0
15. Genf	0.553	4.29	9	1
16. Obwalden . . .	0.570	4.72	8	1
17. Zug	0.580	5.39	6	2
18. Baselstadt. . .	0.633	4.80	6	1
19. Schwyz . . .	0.731	4.11	6	0
20. Glarus	0.733	6.25	4	1
21. Appenzell A.-Rh.	0.795	9.96	0	4
22. Neuenburg . .	0.835	7.41	0	3
23. Thurgau . . .	0.845	6.42	1	1
24. Baselland . . .	0.854	6.68	0	1
25. St. Gallen . . .	0.866	5.48		
			261	39

$n = 25$; $\frac{1}{2} n (n - 13 =) 00$.

sonst noch wesentlichen Merkmale seiner Bestimmung sich völlig entziehen. Ausser dem einen diagonalsymmetrischen Ausschnitt lässt der Quotient für sich allein alle der Mannigfaltigkeit wesentlichen Streuungs- und Asymmetriemasse völlig unbestimmt.

Die systematischen Mittelwertbestimmungen dagegen sind nicht gebunden an die Voraussetzung symmetrisch wirkender Elementarursachen. Sie sind vielmehr imstande, Korrelationen, welche beliebigen Kurvenzügen entsprechen, in vollkommener Ausbildung zu charakterisieren. Die Methode der systematischen Mittelwertbestimmungen tritt deshalb in den Dienst entwicklungsgeschichtlicher Probleme und wird zur Grundlage für jede mit empirischen Häufigkeitsbestimmungen arbeitende Entwicklungslehre.

Um dies zu zeigen, ist zunächst darauf hinzuweisen, dass die Δ-Werte für den dreissigjährigen Zeitraum und für alle Kantone von Null verschieden sind. (Tab. S. 326.) Es sind deshalb alle Mittelwerte Masswerte für die durchgängige Abhängigkeit zwischen Geburt und Tod der ganzen räumlichen und zeitlichen Umgrenzung. Der Pearsonsche Quotient verliert dadurch an sachlicher Bedeutung und stellt im System der Mittelwerte nur noch eine überflüssige Reduktion des wesentlichen Asymmetriemasses erster und zweiter Ordnung dar. In Verbindung mit dieser willkürlichen Beschränkung kann dann allerdings der Schein erweckt werden, dass in Übereinstimmung mit der Voraussetzung eine oder mehrere symmetrisch wirkende Elementarursachen zum Geschehen führen.

Die Mittelwerte beziehen sich jedoch auf den ganzen Bereich der Verteilungstafel und gestatten keine Bevorzugung einzelner Ausschnitte oder Momente vor andern. Die Mittelwertbestimmungen stehen nicht im Dienste

vorgefasster Meinungen, sondern sind die für das objektive Geschehen allgemein gültigen Gesetzmässigkeiten unmittelbar selbst, nach denen wir unsere Voraussetzungen zu richten haben. Es hat deshalb als Grundsatz zu gelten, dass jede Mittelwertbestimmung ihre charakteristische Bedeutung erst erlangt durch die Zugehörigkeit zu dem ganzen System von Mittelwertbestimmungen.

In der Abhandlung „Über den Zweck und die Bedeutung der National-Eugenik für den Staat“ hält beispielsweise Pearson (Archiv für Rassen- und Gesellschaftsbiologie, 5. Jahrgang, 1. Heft, Seite 87) die Grössenstufen von 0.3 bis 0.5 seines „Koeffizienten“ für hinreichend, um das Auftreten diagonal-symmetrischer Korrelation in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle (55 % — 75 %) als typisch anzuerkennen.

Unsere vorstehende Zusammenstellung (Seite 328) der Quotienten zeigt, dass die Grössenstufe 0.3 in sechs Fällen nicht erreicht und in 19 von 25 Fällen überschritten wird; diese 76 % unserer Fälle würden also für Pearson hinreichen, um die Korrelation zwischen Geburt und Tod als einen wesentlich gleichförmig diagonal-symmetrischen und durch den Nullpunkt des Koordinatensystems führenden Kurvenzug aufzufassen; die sechs übrigen, unter 0.3 sich haltenden Fälle würden, analog dem zitierten Vorgehen, als unverstandene Widersprüche dem „Zufall“ überantwortet.

Es ist indessen die Berücksichtigung des Zufalls in der Wahrscheinlichkeitsrechnung überhaupt entbehrlich; denn, auf Grund der empirisch gefundenen Wahrscheinlichkeits- oder Häufigkeitswerte, bestimmt das für jede Beobachtungsreihe gültige System der Mittelwerte unmittelbar selbst den in der Beobachtungsreihe jeweils tatsächlich vorhandenen Typus. Geradeso wie Gauss selbst dazu gelangte, die Fehlerreihen unabhängig

Kantone	ε^2_{11}	ε^2_{20}	ε^2_{02}	ε^3_{21}	ε^3_{12}	ε^4_{22}
1. Wallis	0.01	4.08	1.16	0.02	— 2.20	3.19
2. Nidwalden	0.06	10.01	4.98	1.09	4.62	25.21
3. Tessin	0.76	2.39	2.94	2.42	3.67	12.20
4. Solothurn	0.79	6.19	3.29	5.62	3.92	28.64
5. Freiburg	— 0.90	5.69	1.80	13.42	16.73	75.05
6. Graubünden	1.22	2.54	1.96	— 1.83	— 0.75	5.91
7. Waadt	1.30	7.00	2.11	4.10	1.44	12.72
8. Bern	1.72	5.71	1.81	1.79	2.58	10.01
9. Zürich	1.84	5.76	3.41	5.62	2.29	24.07
10. Aargau	2.30	3.80	4.59	3.18	4.96	21.50
11. Uri	2.36	14.79	7.94	15.70	0.66	66.49
12. Luzern	3.38	6.06	9.24	8.08	4.08	61.87
13. Appenzell I.-Rh. . .	3.62	15.49	6.96	10.92	10.59	90.38
14. Schwyz	4.11	4.59	6.89	7.06	13.31	67.27
15. Genf	4.29	7 26	8.30	— 0.23	8.01	47.48
16. Obwalden	4.72	5.56	12.34	14.24	15.13	149.69
17. Baselstadt	4.80	6.54	8.79	10.00	9.86	40.23
18. Schaffhausen . . .	4.81	6.71	11.41	10.56	14.75	81.19
19. Zug	5.39	10.70	8.07	13.85	4.84	88.73
20. St. Gallen	5.48	7.79	5 14	2.02	2.68	62.47
21. Glarus	6.25	8.00	9.10	16.52	19.71	130.94
22. Thurgau	6.42	8.56	6.74	14.52	13.01	84.65
23. Baselland	6.68	9.66	6.34	— 3.13	2.02	90.39
24. Neuenburg	7.41	11.26	6.99	3.62	— 1.49	104.82
25. Appenzell A.-Rh. . .	9.96	12.26	12.81	— 5 19	— 5.38	214.37

von einem Fehlergesetz und von der Anzahl der Beobachtungen durch das *Prinzip des mittleren Fehlers* zu charakterisieren, geradeso ist das *System der Mittelwerte* imstande zu zeigen, dass an Stelle der von dem Pearsonschen „Korrelationskoeffizienten" geforderten symmetrischen Gruppierung vielmehr Asymmetrie als Regel zu gelten hat. Hieraus ist ersichtlich, dass der Verzicht auf die Voraussetzungen Pearsons keine Einbusse an Erkenntnis bedeutet.

Da die Mittelwerte in keinem von allen 25 Fällen den für die diagonal-symmetrische Kurvenform erforderlichen Bedingungen genügen, so kann der Pearsonsche Quotient für die Korrelation von Geburt und Tod keine charakteristische Bedeutung besitzen. Dagegen besagen die Mittelwerte auf Grund der ausgewiesenen Δ-Beziehungen, dass die Geburten und Todesfälle während der 30 Jahre von 1871—1900 in allen Kantonen in wechselweiser Abhängigkeit stehen und variieren, wobei die Korrelationen als ebenso vielgestaltige anzuerkennen sind, wie die Reihen der Δ-Werte es zum Ausdruck bringen. Die vorstehend nach grösser werdendem ε^2_{11} geordneten Mittelwerte zeigen ferner, dass durchschnittlich die wechselweise Abhängigkeit in der Mehrzahl der Fälle eine übereinstimmende ist. Denn die Wertenpaare ε^2_{20} und ε^2_{02} lassen in der vorstehenden Anordnung die Abzählung von 198 gleichsinnigen gegen 102 ungleichsinnigen Übergängen zu; ebenso führen im Durchschnitt aller Fälle die Wertenpaare ε^3_{21} und ε^3_{12} zu 211.5 gleichsinnigen und 88.5 ungleichsinnigen Übergängen. Es überwiegen ferner im Durchschnitt aller Fälle 248 Zunahmen des Streuungsmasses vierten Grades ε^4_{22}, was besagt, dass durchschnittlich mit wachsender Asymmetrie (ε^2_{11}) auch die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten seitlich extremer Werte wächst.

Gegenüber der von Pearson vertretenen Tendenz ist schliesslich noch zu betonen, dass die Wahrscheinlichkeitsbestimmungen immer nur für den Durchschnitt vieler Fälle gelten und ihrer Natur nach keine eindeutige Verbindlichkeit für den Einzelfall herbeiführen können.

Nachschrift. Während der Drucklegung dieser Studie erschien im Korrespondenz-Blatt für Schweizer Ärzte, 1916, Nr. 52, ein Aufsatz über die Verwendung der Mittelwerte zu physiologischen Variabilitätsbestimmungen von Dr. Ch. de Montet (Vevey).