Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 23 (1928)

Artikel: Sur les tables de mortalité qui conduisent aux mêmes réserves mathématiques

Autor: Dumas, S.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-967460

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Sur les tables de mortalité qui conduisent aux mêmes réserves mathématiques.

Par **S. Dumas.**

Remarques préliminaires.

Dans le présent travail, nous admettons qu'on adopte, pour les réserves mathématiques, les mêmes bases techniques que pour les primes.

Nous calculons les réserves mathématiques par la méthode des primes pures; la méthode des primes commerciales ne modifierait pas essentiellement nos résultats.

Nous adoptons les notations internationales. Lorsque c'est nécessaire, nous indiquons par un indice supérieur la table de mortalité qui est à la base du calcul. Ainsi P^{I} et P^{II} représentent des primes calculées, la première sur la table de mortalité n° I, la seconde sur la table n° II.

Nous conservons toujours le même taux d'intérêt.

Lorsque nous ne disons pas expressément le contraire, nous raisonnons sur une assurance pour la vie entière; on passe à l'assurance mixte en supposant que

$$\omega + 1 = x + n$$

ω étant le dernier âge représenté dans la table de mortalité, x l'âge à l'entrée et n la durée de l'assurance mixte.

Nous introduisons une constante k positive ou négative. Nous la supposons petite; sinon, nos théorèmes devraient être complétés. Pour notre but, il n'est pas nécessaire d'envisager ces cas plus compliqués. Nous voulons fixer l'influence de la mortalité sur les réserves mathématiques. Lorsque k est petit, nous avons une indication suffisante et lorsqu'il est grand, nous nous éloignons trop de la réalité.

Deux tables de mortalité données par l'expérience ne satisfont jamais en toute rigueur aux conditions que nous allons poser; il n'en faut pas conclure que notre étude n'a qu'un intérêt théorique. Pour preuve du contraire, citons le mémoire dans lequel M. Schaertlin [1]) partant de la table H^M et donnant à la constante que nous désignons par k la valeur 0,12740, arrive à une table hypothétique très voisine de celle de Duvillard. De son côté, le Bureau fédéral des assurances [2]) s'est occupé de la question; il a construit des tables hypothétiques qui, dans l'intervalle qu'il considère, se rapprochent beaucoup de la table de Durrer pour la population suisse (SM 1881/88) ou de la table AF.

Les théorèmes du Text-Book.

Nous exposons dans ce paragraphe les résultats auxquels aboutit le Text-Book de l'Institut des Actuaires de Londres [3]) dans son étude consacrée aux

[1]) *Schaertlin:* Über die Reserverechnung mit Bruttoprämien (Assekuranz-Jahrbuch, herausgegeben von A. Ehrenzweig, 11. Jahrgang, II. Teil, S. 14). Vienne 1890.

[2]) Rapport du Bureau fédéral des assurances sur les entreprises privées en matière d'assurances en Suisse; années 1906, 1907 et 1908. Berne, en commission chez A. Francke, 1908, 1909 et 1910.

[3]) *King* (traduit par Bégault), Text-Book de l'Institut des Actuaires de Londres. Deuxième partie, opérations viagères.

tables de mortalité conduisant aux mêmes réserves mathématiques. Nous rappelons que la somme assurée est sensée payable à la fin de l'année de décès.

Théorème I. La condition nécessaire et suffisante pour que deux tables de mortalité conduisent aux mêmes réserves mathématiques pour les assurances vie entière est que les rentes calculées avec ces tables satisfassent à la relation

$$\frac{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{II}}} = 1 + k, \tag{1}$$

k étant une constante indépendante de l'âge.

En effet, si cette proposition est satisfaite, nous avons:

$${}_nV_x^{\mathrm{I}} = 1 - \frac{\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}} = 1 - \frac{(1+k)\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{II}}}{(1+k)\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{II}}} = 1 - \frac{\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{II}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{II}}} = {}_nV_x^{\mathrm{II}}$$

D'autre part, de

$${}_nV_x^{\mathrm{I}} = {}_nV_x^{\mathrm{II}}$$

résulte

$$\frac{\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}} = \frac{\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{II}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{II}}}$$

ou bien

$$\frac{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{II}}} = \frac{\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_{x+n}^{\mathrm{II}}}$$

Chapitre XVIII. Bruxelles, Bruylant-Christophe & Cie.; Paris, Gauthier-Villars; Paris, Warnier; Londres, Layton 1894.

Spurgeon, Life contingencies. Published by the autority and on behalf of the Institut of Actuaries by Layton. London 1922. Chapitre VII.

ce qui montre que le quotient des valeurs actuelles des rentes viagères est indépendant de l'âge.

La relation (1) peut s'écrire

$$\frac{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}{1+k} = 1 + vp_x^{\mathrm{II}}\,\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{II}} = 1 + vp_x^{\mathrm{II}}\,\frac{\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{I}}}{1+k}\,;$$

d'où

$$vp_x^{\mathrm{II}} = \frac{a_x^{\mathrm{I}} - k}{\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{I}}} \tag{2}$$

Si nous tenons compte de

$$\frac{a_x}{\mathfrak{a}_{x+1}} = vp_x, \tag{3}$$

(2) devient:

$$vp_x^{\mathrm{II}} = \frac{a_x^{\mathrm{I}} - k}{a_x^{\mathrm{I}}} \cdot vp_x^{\mathrm{I}}$$

ou

$$p_x^{\mathrm{II}} = p_x^{\mathrm{I}}\left(1 - \frac{k}{a_x^{\mathrm{I}}}\right) \tag{4}$$

L'égalité (3) nous permet de mettre cette relation sous la forme

$$p_x^{\mathrm{II}} = p_x^{\mathrm{I}} - \frac{k}{v\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{I}}} \tag{5}$$

ou

$$q_x^{\mathrm{II}} = q_x^{\mathrm{I}} + \frac{k}{v\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{I}}} \text{ [1]} \tag{6}$$

---

[1]) Dans cette formule, une faute d'impression fait écrire à M. Spurgeon $\mathfrak{a}_x$ au lieu de $\mathfrak{a}_{x+1}$.

Grâce à ces transformations, le théorème II peut s'énoncer:

Théorème II. La condition nécessaire et suffisante pour que deux tables de mortalité conduisent aux mêmes réserves mathématiques pour les assurances pour la vie entière est que les probabilités de vie satisfassent à la relation (4).

En effet, lorsque (1) est satisfait, (4) l'est aussi, comme le montre notre calcul. Si (4) est satisfait, un calcul inverse montre que (1) l'est aussi. Les relations (1) et (4) sont équivalentes; il en est de même des théorèmes I et II.

Insuffisance de la théorie.

Les théorèmes que nous venons d'énoncer d'après le Text-Book ne résolvent pas la question. Il est impossible que la condition (1) soit toujours satisfaite. A la fin de la table, nous avons en effet:

$$\mathfrak{a}_{\omega}^{\mathrm{I}} = \mathfrak{a}_{\omega}^{\mathrm{II}} = 1$$

La relation (1) ne peut être toujours satisfaite que si

$$k = o$$

c'est-à-dire si les deux tables de mortalité sont identiques.

Nous arrivons d'une autre manière encore au même résultat. Considérons la réserve mathématique avant le paiement de la dernière prime, c'est-à-dire à l'âge ω

$$(7) \qquad {}_{\omega-x}V_x = 1 - \frac{\mathfrak{a}_{\omega}}{\mathfrak{a}_x} = v - P_x$$

Pour que les deux tables donnent la même réserve mathématique, il faut que

$$P_x^{\mathrm{I}} = P_x^{\mathrm{II}}$$

ou encore

$$\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}} = \mathfrak{a}_x^{\mathrm{II}}$$

Modifications nécessaires.

Théorème III. Lorsque deux des relations

$$(8) \qquad \begin{cases} \dfrac{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{II}}} = (1+k) \\[2ex] \dfrac{\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_{x+1}^{\mathrm{II}}} = (1+k) \\[2ex] p_x^{\mathrm{II}} = p_x^{\mathrm{I}} \left(1 - \dfrac{k}{a_x^{\mathrm{I}}}\right) \end{cases}$$

sont satisfaites, la troisième l'est aussi.

Lorsque les deux premières relations sont satisfaites, la troisième l'est aussi comme nous venons de le démontrer en passant de (1) à (4). Lorsque deux autres des trois relations sont satisfaites, on établit la troisième par un calcul semblable.

Ce théorème nous donne le moyen de construire une table de mortalité conduisant aux mêmes réserves mathématiques qu'une table donnée, sauf pour les âges très avancés. Etant donné un nombre k, nous déterminons $p_{\omega-1}^{\mathrm{II}}$ par la condition:

$$(9) \qquad \frac{\mathfrak{a}_{\omega-1}^{\mathrm{I}}}{\mathfrak{a}_{\omega-1}^{\mathrm{II}}} = 1 + k$$

ou bien

$$\frac{1 + vp_{\omega-1}^{\mathrm{I}}}{1 + vp_{\omega-1}^{\mathrm{II}}} = 1 + k$$

ou encore

$$(10) \qquad p^{\mathrm{II}}_{\omega-1} = \frac{p^{\mathrm{I}}_{\omega-1} - (1+i)\,k}{1+k}$$

Pour les âges inférieurs à ω—1, nous calculons p^{II}_x au moyen de la formule (4). Le théorème III nous garantit que la condition (1) sera satisfaite et nous aurons pour les deux tables les mêmes réserves mathématiques. Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant:

Théorème IV. Etant donnée une table de mortalité I, nous en construisons une seconde par les conditions:

$$(11) \qquad \begin{cases} p^{\mathrm{II}}_{\omega-1} = \dfrac{p^{\mathrm{I}}_{\omega-1} - (1+i)\,k}{1+k} \\[2ex] p^{\mathrm{II}}_x = p^{\mathrm{I}}_x \left(1 - \dfrac{k}{a^{\mathrm{I}}_x}\right), \quad x < \omega - 1\,; \end{cases}$$

cette table nous donne pour une assurance pour la vie entière les mêmes réserves mathématiques que la table initiale; toutefois, la dernière réserve mathématique fait exception.

Nous pouvons donner à k une valeur quelconque, positive ou négative, pourvu que $p^{\mathrm{II}}_{\omega-1}$ et p^{II}_x, qui sont des probabilités, soient toujours compris entre 0 et 1.

Si $p^{\mathrm{II}}_{\omega-1}$ n'avait pas de sens, nous opérerions de la même manière que ci-dessus, mais en partant d'un âge ω—t convenablement choisi. Les deux tables conduiraient alors pour les t dernières années à des réserves mathématiques différentes.

La modification que nous apportons au théorème du Text-Book n'est pas très importante; lorsque k est petit, notre procédé ne diffère que pour la dernière année de

celui que nous critiquons. Les considérations du Text-Book subsistent presque complètement.

Evaluation de l'erreur commise.

Pour évaluer l'erreur commise par le Text-Book, partons de la formule de récurrence

$$(12) \qquad ({}_nV_x + P_x)(1+i) = q_{x+n} + p_{x+n}\ {}_{n+1}V_x$$

Si les tables de mortalité I et II donnent les mêmes réserves mathématiques, nous avons

$$(13) \qquad vp^{\mathrm{II}}_{x+n} = \frac{v - {}_nV^{\mathrm{I}}_x - P^{\mathrm{II}}_x}{1 - {}_{n+1}V^{\mathrm{I}}_x}$$

Nous supposons P^{II}_x assez voisin de P^{I}_x pour que la formule (13) donne toujours une valeur de p^{II}_{x+n} comprise entre 0 et 1; comme il résultera de la suite, cette condition est la même que celle que nous venons de poser pour la constante k. Toutefois, cette condition ne peut être remplie à la fin de la table que si les primes P^{I} et P^{II} sont identiques; en effet, pour

$$n = \omega - x$$

le second membre de (12) est égal à l'unité; à une valeur de ${}_{\omega-x}V_x$ ne correspond qu'une valeur de P_x.

Posons

$$P^{\mathrm{II}}_x = P^{\mathrm{I}}_x + \triangle,$$

nous avons

$$vp^{\mathrm{II}}_{x+n} = \frac{v - {}_nV^{\mathrm{I}}_x - P^{\mathrm{I}}_x}{1 - {}_{n+1}V^{\mathrm{I}}_x} - \frac{\triangle}{1 - {}_{n+1}V^{\mathrm{I}}_x}$$

ou bien

$$(14) \qquad p^{\mathrm{II}}_{x+n} = p^{\mathrm{I}}_{x+n} - \frac{\mathfrak{a}^{\mathrm{I}}_x}{v\,\mathfrak{a}^{\mathrm{I}}_{x+n+1}} \cdot \triangle$$

Si l'on fait

$$\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}} \cdot \triangle = k,$$

l'égalité (14) est identique à l'égalité (5), sauf qu'elle est écrite pour l'indice $x + n$ au lieu de l'indice x.

Cette remarque nous permet de raisonner comme il suit. Etant donnée une table I, nous définissons une prime P_x^{II} par l'égalité

$$P_x^{\mathrm{II}} = P_x^{\mathrm{I}} + \frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}} \tag{15}$$

et nous construisons une table II au moyen de la relation (4). Basés sur cette seconde table et sur la formule de récurrence (12), nous calculons successivement les réserves mathématiques d'une assurance dont la prime est P_x^{II} et la somme assurée en cas de décès égale à l'unité. Nous trouvons constamment les mêmes réserves mathématiques que pour une assurance pour la vie entière, basées sur la table I. Nous ne sommes arrêtés qu'à la fin de la table; en effet, de

$$\left\{\begin{aligned} q_\omega &= 1 \\ p_\omega &= 0 \\ \left({}_{\omega-x}V_x^{\mathrm{I}} + P_x^{\mathrm{I}}\right)(1+i) &= 1 \end{aligned}\right. \tag{16}$$

résulte

$$\left({}_{\omega-x}V_x^{\mathrm{I}} + P_x^{\mathrm{I}} + \frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}\right)(1+i) = 1 + \frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}(1+i) \tag{17}$$

A la fin de la dernière année, l'assureur peut payer la somme de $1 + \frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}(1+i)$ aux ayants droit des assurés vivants au début de l'année et terminer l'opération sans bénéfice ni perte. Nous pouvons donc dire:

Théorème V. Soit une table de mortalité I et une constante k. Nous définissons une table II par les égalités

$$p_x^{\mathrm{II}} = p_x^{\mathrm{I}} \left(1 - \frac{k}{a_x^{\mathrm{I}}}\right), \qquad x < \omega - 1$$

$$p_\omega^{\mathrm{II}} = 0\,;$$

la prime

$$P_x^{\mathrm{II}} = P_x^{\mathrm{I}} + \frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}$$

est, sur la base de la table II, la prime d'une assurance pour la vie entière, la somme assurée étant égale à l'unité, sauf pour les décès se produisant dans le cours de la dernière année; la somme assurée est alors égale à

$$1 + \frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}(1 + i)$$

Les réserves mathématiques de l'assurance ainsi définie sont constamment égales aux réserves mathématiques d'une assurance ordinaire pour la vie entière, calculées sur la table I.

Le Text-Book néglige la somme $\frac{k}{\mathfrak{a}_x^{\mathrm{I}}}(1 + i)$ payable en plus de l'unité pour les décès qui se produisent pendant la dernière année. Lorsqu'il s'agit d'assurances pour la vie entière, il faut calculer avec une grande précision pour remarquer cette erreur. En revanche, pour les mixtes, elle est sensible lorsque l'âge à l'échéance n'est pas très élevé ou que k n'est pas très petit.

Notre raisonnement suppose que l'âge ω est le même pour les deux tables et que k est assez petit pour que p_x^{II} ait toujours un sens. Nous pourrions compléter le théorème V en envisageant les cas où ces conditions

ne seraient pas remplies. Nous jugeons inutile d'entrer dans tant de détails qui alourdiraient nos énoncés sans introduire de principes nouveaux.

La somme assurée est payable au milieu de l'année.

Jusqu'ici, nous avons supposé que la somme assurée était payable en fin d'année; si nous admettons qu'elle est payable au milieu de l'année où se produit le décès, la relation de récurrence devient:

$$(18)\qquad \begin{aligned}({}_nV_x + P_x) &= v^{\frac{1}{2}}\, q_{x+n} + vp_{x+n}\, {}_{n+1}V_x = \\ &= v^{\frac{1}{2}} - v^{\frac{1}{2}}\, p_{x+n}\left(1 - v^{\frac{1}{2}}\, {}_{n+1}V_x\right)\end{aligned}$$

d'où

$$(19)\qquad p_{x+n} = \frac{v^{\frac{1}{2}} - {}_nV_x - P_x}{v^{\frac{1}{2}} - v\, {}_{n+1}V_x} = \frac{1 - (1+i)^{\frac{1}{2}}\,({}_nV_x + P_x)}{1 - v^{\frac{1}{2}}\, {}_{n+1}V_x}$$

Etant donnée une table I, posons

$$P_x^{\mathrm{II}} = P_x^{\mathrm{I}} + \triangle$$

et définissons une table II par la relation (19) dans laquelle nous donnons aux réserves mathématiques la valeur V^{I} et à la prime, la valeur P_x^{II}; autrement dit, nous définissons la seconde table par la relation:

$$p_{x+n}^{\mathrm{II}} = p_{x+n}^{\mathrm{I}} - \frac{(1+i)^{\frac{1}{2}} \cdot \triangle}{1 - v^{\frac{1}{2}}\, {}_{n+1}V_x^{\mathrm{I}}}$$

Si nous supposons que l'âge ω est le même dans les deux tables, nous rencontrons la même difficulté que tout à l'heure. Nous ne pouvons avoir

$$p_{\omega}^{\mathrm{I}} = p_{\omega}^{\mathrm{II}} = 0$$

que si $\triangle$ est nul.

Si, à l'âge ω, nous disposons d'une réserve mathématique égale à ${}_{\omega-x}V_{x}^{\mathrm{I}}$ et d'une prime P_{x}^{II}, nous pouvons payer aux ayants droit des derniers décédés la somme de $1 + (1+i)^{\frac{1}{2}} \triangle$. Le théorème V reste vrai avec une petite modification.

Pour les assurances mixtes, la question est un peu différente. Puisque la somme assurée en cas de décès est payable en moyenne au milieu de l'année, tandis que la somme assurée en cas de vie est payable en fin d'année, la mortalité en cours de la dernière année influe sur la valeur actuelle des prestations de l'assureur. Nous pouvons énoncer le théorème suivant:

Théorème VI. Considérons une assurance mixte d'une durée de m années. Etant données une table de mortalité I et une constante $\triangle$, nous définissons une table II par les conditions:

$$p_{x+n}^{\mathrm{II}} = p_{x+n}^{\mathrm{I}} - \frac{(1+i)^{\frac{1}{2}} \triangle}{1 - v^{\frac{1}{2}} \, {}_{n+1}V_{x:\overline{m}|}^{\mathrm{I}}} \tag{20}$$

Si la constante $\triangle$ est assez petite pour que p_{x+n}^{II} conserve un sens lorsque

$$\begin{cases} n = m \\ {}_{m}V_{x:\overline{m}|}^{\mathrm{I}} = 1 \end{cases}$$

nous aurons

$$P_{x:\overline{m}|}^{\mathrm{II}} = P_{x:\overline{m}|}^{\mathrm{I}} + \triangle$$

et quel que soit n

$${}_{n}V_{x:\overline{m}|}^{\mathrm{II}} = {}_{n}V_{x:\overline{m}|}^{\mathrm{I}}$$

$P^{\mathrm{II}}_{x:\overline{m}|}$ *et* ${}_nV^{\mathrm{II}}_{x:\overline{m}|}$ *représentant ici la prime et les réserves mathématiques d'une assurance mixte dont le capital est toujours égal à l'unité.*

La méthode continue.

Si nous employons la méthode continue, nous avons

$$ {}_n\overline{V}_{x:\overline{m}|} = 1 - \frac{\bar{a}_{x+n:\overline{m-n}|}}{\bar{a}_{x:\overline{m}|}} $$

avec

$$ \bar{a}_{x:\overline{m}|} = \frac{1}{v^x\, l_x} \int_o^m v^{x+t}\, l_{x+t}\, dt = \int_o^m \frac{v^t\, l_{x+t}}{l_x}\, dt $$

Pour que les deux tables I et II conduisent aux mêmes réserves mathématiques, il faut que

$$ \frac{\bar{a}^{\mathrm{I}}_{x:\overline{m}|}}{\bar{a}^{\mathrm{II}}_{x:\overline{m}|}} = \frac{\bar{a}^{\mathrm{I}}_{x+n:\overline{m-n}|}}{\bar{a}^{\mathrm{II}}_{x+n:\overline{m-n}|}} = 1 + k $$

ou bien

$$ \int_o^{m-n} \left[\frac{v^t\, l^{\mathrm{I}}_{x+n+t}}{l^{\mathrm{I}}_{x+n}} - (1+k)\, \frac{v^t\, l^{\mathrm{II}}_{x+n+t}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n}} \right] dt = 0 $$

Cette intégrale ne peut être identiquement nulle que si nous avons pour toutes les valeurs de t

$$ \frac{l^{\mathrm{I}}_{x+n}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n}} = \frac{1}{(1+k)} \cdot \frac{l^{\mathrm{I}}_{x+n+t}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n+t}} \tag{22} $$

donc en particulier:

$$\begin{cases} \dfrac{l^{\mathrm{I}}_{x+n}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n}} = \dfrac{1}{(1+k)} \dfrac{l^{\mathrm{I}}_{x+n+1}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n+1}} \\ \dfrac{l^{\mathrm{I}}_{x+n}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n}} = \dfrac{1}{(1+k)} \dfrac{l^{\mathrm{I}}_{x+n+2}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n+2}} \end{cases}$$

d'où

$$\frac{l^{\mathrm{I}}_{x+n+1}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n+1}} = \frac{l^{\mathrm{I}}_{x+n+2}}{l^{\mathrm{II}}_{x+n+2}} \tag{23}$$

Les conditions 22 et 23 ne sont compatibles que lorsque k est nul, c'est-à-dire, lorsque les deux tables de mortalité sont identiques.

Théorème VII. Lorsqu'on emploie la méthode continue, il est impossible de trouver deux tables de mortalité conduisant aux mêmes réserves mathématiques pour des assurances mixtes ou vie entière.

Il est facile de voir qu'il n'est pas possible d'énoncer ici un théorème semblable au n° V. Admettons que l_{x+n} soit une fonction analytique de n, ce qui est une hypothèse très large. La réserve mathématique que nous obtenons par intégration de $v^{x+n}\, l_{x+n}$ puis par division est également une fonction analytique de n. La théorie des fonctions nous enseigne que, lorsque deux fonctions analytiques sont identiques dans un intervalle même très petit, elles le sont partout. Les réserves ${}_n\overline{V}^{\mathrm{I}}_{x:\overline{m}|}$ et ${}_n\overline{V}^{\mathrm{II}}_{x:\overline{m}|}$ étant identiques lorsque n est compris entre 0 et m, elles le seront aussi à l'extrémité m de l'intervalle. Nous ne pouvons donc pas modifier la somme payable en cas de vie de manière que les réserves mathématiques soient partout les mêmes.