

Beobachtungen über die Rentner-Sterblichkeit bei der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt

Autor(en): **Wyss, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **43 (1943)**

PDF erstellt am: **16.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-550815>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Beobachtungen über die Rentner- Sterblichkeit bei der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt.

Von H. Wyss, Zürich.

I.

Im Jahr 1939 hat die Schweizerische Lebensversicherungs- und Rentenanstalt neue Tarife für Einzel-Rentenversicherungen im Schweizergeschäft eingeführt, die unter Verwendung der auf Seite 104 angegebenen Sterbetafeln

MR 1939 für männliche Rentenbezüger und

FR 1939 für weibliche Rentenbezüger

berechnet sind. Diese Tafeln wurden in Anlehnung an die Beobachtungen im eigenen Rentenbestand auf Grund der Makehamschen Funktion konstruiert. Die dabei benützten Konstanten sind aus Gründen der Vorsicht so gewählt worden, dass die Sterbenswahrscheinlichkeiten nach den Tafeln im allgemeinen etwas tiefer liegen als die unmittelbar beobachteten. Für die Altersstufen von mehr als 30 Jahren gelten folgende Festsetzungen:

für die Tafel MR

$$c = 1,11$$

$$s = 0,99828$$

$$g = 0,99979$$

für die Tafel FR

$$c = 1,11$$

$$s = 0,99863$$

$$g = 0,99984$$

Die in neuerer Zeit sowohl in der Gesamtbevölkerung wie in Versichertenbeständen festgestellte Sterblichkeitsabnahme macht es notwendig, die Sterblichkeitsvoraussetzungen für die Rententarife in kurzen Abständen zu überprüfen und nötigenfalls den Veränderungen anzupassen. Da gegenwärtig von verschiedenen Seiten neue Messungen über die Rentnersterblichkeit vorbereitet werden, ist anzunehmen, dass eine kurze Mitteilung über die letzten zusammengefassten Beobachtungen der Rentenanstalt aus ihren Beständen von Einzel-Rentenversicherungen Interesse finden kann.

II.

Als Grundlage für die Konstruktionen der in Abschnitt I erwähnten Tafeln MR und FR 1939 sind die Beobachtungen aus den Jahren 1927 bis 1937 zusammengestellt und bearbeitet worden. Diese Messung erfasst alle Einzel-Rentenversicherungen aus den verschiedenen Geschäftsgebieten, wovon rund 90 % auf den Schweizerbestand entfallen. Renten auf zwei oder mehrere Leben sind dabei nicht einbezogen worden, weil die Meldungen der ersten Sterbefälle, welche die Rentenzahlung meist nicht berühren, nicht immer zuverlässig sind.

Als Zählseinheit ist die Person gewählt worden, weil mehrfache Versicherungen auf das Leben des gleichen Rentners verhältnismässig häufig sind. Diese Festsetzung bringt allerdings den Nachteil, dass bei der Untersuchung nach einzelnen Versicherungsjahren nur die Erstversicherungen verfolgt werden können.

Als Beobachtungsjahr gilt das Versicherungsjahr. Die Messung beginnt mit dem Versicherungsjahr, das im Jahr 1927 anfängt, oder mit dem seither erfolgten Abschluss, und endet mit dem Versicherungsjahr, das im Jahr 1936 beginnt, oder mit dem vorherigen Abgang der Versicherung. Es kann angenommen werden, dass der Tod oder der Abgang aus andern Gründen jeweilen auf die Mitte des laufenden Versicherungsjahres fällt.

Die Erhebung ist für weibliche und männliche Rentner getrennt durchgeführt. Da Rentenabschlüsse in jüngeren Altersstufen selten sind, werden in den folgenden Angaben die Beobachtungen für Tarifalter von weniger als 40 Jahren weggelassen.

Über den Umfang des Beobachtungsmaterials gibt folgende Zusammenstellung Aufschluss:

<i>Männer:</i>	Bestand	Unter einjähriger Beobachtung stehende Personen	Beobachtete Sterbefälle
Beobachtung 1927/1937:			
in den ersten 5 Versicherungsjahren		5 899	205
nach den ersten 5 Versicherungs- jahren		5 946	361
	Zusammen	11 845	566

Bestand	Unter einjähriger Beobachtung stehende Personen	Beobachtete Sterbefälle
Beobachtung 1927/1932	4 548,5	243
Beobachtung 1932/1937	7 296,5	323
	<u>11 845</u>	<u>566</u>
Personen mit Renten von Fr. 3000 oder mehr; 1927/1937	2 956,5	127
<i>Frauen:</i>		
Beobachtung 1927/1937:		
in den ersten 5 Versicherungsjahren	15 910,5	334
nach den ersten 5 Versicherungs- jahren	16 493	864
Zusammen	<u>32 403,5</u>	<u>1198</u>
Beobachtung 1927/1932	11 792,5	492
Beobachtung 1932/1937	20 611	706
	<u>32 403,5</u>	<u>1198</u>
Personen mit Renten von Fr. 3000 oder mehr; 1927/1937	4 070,5	122

Obschon das Beobachtungsmaterial aus dem grössten schweizerischen Bestand von Einzel-Rentenversicherungen stammt, ist sein Umfang für eine weitgehende statistische Bearbeitung zu klein. Schlussfolgerungen aus diesen Beobachtungen müssen daher mit entsprechenden Vorbehalten versehen werden.

III.

Die Sterblichkeitsmessung im Rentenbestand der Rentenanstalt während der Jahre 1927 bis 1937 über alle Versicherungsjahre zusammen führt zu folgenden Ergebnissen:

Altersgruppe Jahre	Unter ein- jähriger Be- obachtung stehende Personen	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle nach der Tafel MR oder FR 1939	Zahl der beobachteten Sterbefälle in % der be- rechneten
<i>a) Männer:</i>				
40—49	848,5	9	3,8	237
50—59	2 118,5	38	19,7	193
60—69	4 276,5	113	95,0	119
70—79	3 542	256	191,8	133
80—89	981,5	138	129,0	107
90—99	78	12	22,1	54
60—99	8 878	519	437,9	119
40—99	11 845	566	461,4	123
<i>b) Frauen:</i>				
40—49	2 878	11	9,8	112
50—59	6 506	55	46,5	118
60—69	11 206	227	190,0	119
70—79	8 911,5	504	368,8	137
80—89	2 720	350	278,4	126
90—99	182	51	41,2	124
60—99	23 019,5	1132	878,4	129
40—99	32 403,5	1198	934,7	128

In Übereinstimmung mit der bei der Konstruktion der Tafeln MR und FR 1939 verfolgten Absicht zeigt sich für die Beobachtungszeit 1927 bis 1937 in den meisten Altersgruppen eine Übersterblichkeit von rund 20 bis 30 % gegenüber dem rechnungsmässigen Verlauf.

Für die folgenden Gegenüberstellungen empfiehlt es sich, auf die Vergleichsquotienten abzustellen, die für bestimmte Altersgruppen berechnet werden als Prozentverhältnis zwischen der Zahl der beobachteten Sterbefälle und der für den gleichen Versicherungsbestand nach der Tafel MR oder FR 1939 berechneten Zahl.

Auswirkung der Selektion.

Vergleichsquotienten für die Altersgruppen von 40 bis 99 Jahren, Beobachtungen 1927 bis 1937

	Männer	Frauen
im 1. Versicherungsjahr	99	85
» 2. »	142	112
» 3. »	112	122
» 4. »	113	111
» 5. »	123	125
nach dem 5. Versicherungsjahr	126	137
sämtliche Versicherungsjahre zusammen	123	128

Im ersten Jahr nach dem Abschluss macht sich die Wirkung der Selbstauslese deutlich bemerkbar. In den folgenden Versicherungsjahren ist eine Selektionswirkung nicht mehr klar feststellbar, obwohl die Vergleichsquotienten für das zweite bis vierte Versicherungsjahr meistens etwas kleiner sind als der Durchschnitt über alle Versicherungsjahre.

Auswirkung der Rentenhöhe.

Vergleichsquotienten nach den Beobachtungen 1927 bis 1937.

Alters- gruppe	Männer		Frauen	
	alle Personen	Personen mit Renten von Fr. 3000 und mehr	alle Personen	Personen mit Renten von Fr. 3000 und mehr
40—49	237	222	112	0
50—59	193	182	118	74
60—69	119	115	119	69
70—79	133	93	137	121
80—89	107	117	126	104
90—99	54	83	124	207
60—99	119	105	129	105
40—99	123	108	128	103

Die im Durchschnitt versicherte Rente für eine Person beträgt weniger als Fr. 1500. Renten von Fr. 3000 und mehr dürfen daher

als grosse Renten bezeichnet werden. In den meisten Altersgruppen ist die Sterblichkeit für die mit grossen Renten versicherten Personen kleiner als die für den Gesamtbestand beobachtete. Immerhin ist zu bedenken, dass das Beobachtungsmaterial über die grossen Renten beschränkt ist und daher keine weitgehenden Schlüsse gestattet.

Police als Zähleinheit.

Vergleichsquotienten nach den Beobachtungen 1927 bis 1937.

Altersgruppe	Männer	
	Zähleinheit: Person	Zähleinheit: Police
40—49	237	184
50—59	193	173
60—69	119	105
70—79	133	120
80—89	107	115
90—99	54	80
60—99	119	114
40—99	123	116

Die Messung führt in den meisten Altersgruppen zu einer etwas kleineren Sterblichkeit, wenn an Stelle der Person die Police als Zähleinheit gewählt wird. Diese Feststellung mag damit in Zusammenhang stehen, dass ein Teil der mehrfach versicherten Personen zur Gruppe der mit grossen Renten Versicherten gehört, die eine niedrigere Sterblichkeit aufweist als die Gesamtheit. Immerhin scheint die Wahl der Zähleinheit nicht von grundlegendem Einfluss auf das Ergebnis zu sein.

IV.

Für eine Untersuchung der zeitlichen Veränderung der Rentnersterblichkeit werden die in Abschnitt III mitgeteilten Beobachtungen aufgeteilt nach den beiden Jahrfünften 1927 bis 1932 und 1932 bis 1937. Ausserdem können Beobachtungen zum Vergleich herangezogen werden, die während des Jahrzehntes 1921 bis 1930 ebenfalls bei den Einzel-Rentenversicherungen der Rentenanstalt — allerdings gestützt auf eine Policenstatistik und unter Berücksichtigung des Kalenderjahres als Element der Beobachtungszeit — gesammelt worden sind. Die Gegenüberstellung der auf die Tafeln MR und FR 1939 bezogenen Vergleichsquotienten ergibt folgendes Bild.

Alters- gruppe	Männer			Frauen		
	1921/30	1927/32	1932/37	1921/30	1927/32	1932/37
40—49	217	200	261	40	57	143
50—59	213	205	185	156	97	128
60—69	184	149	100	127	128	115
70—79	131	151	122	145	153	126
80—89	108	104	109	126	120	130
90—99	213	70	51	135	123	124
60—99	134	133	109	135	135	124
40—99	137	137	114	135	133	125

Diese Gegenüberstellungen zeigen, dass die Sterblichkeit sowohl bei den männlichen wie bei den weiblichen Rentnern während des Jahrfünftes 1927 bis 1932 in den meisten Altersstufen ähnlich verlaufen ist wie im Jahrzehnt 1921 bis 1930. Vermutlich wird der Unterschied etwas verkleinert, weil die Ergebnisse aus dem Jahrzehnt 1921 bis 1930 einer Policenstatistik entstammen. Dagegen zeigt sich in den wichtigen Altersstufen zwischen 60 und 80 Jahren, wie auch im Durchschnitt über alle Altersstufen, ein deutlicher Rückgang der Sterblichkeit im Jahrfünft 1932 bis 1937 gegenüber dem vorangehenden Jahrfünft.

Im übrigen zeigt der Verlauf der Vergleichsquotienten, dass die Sterbenswahrscheinlichkeiten aus den Tafeln MR und FR 1939 in den wichtigsten Altersstufen nur wenig tiefer liegen als die Beobachtungen aus den Jahren 1932 bis 1937. Diese Feststellung war bei der Konstruktion der beiden Tafeln wegleitend. Es musste damit gerechnet werden, dass sich der im beobachteten Jahrzehnt eingetretene Sterblichkeitsrückgang in den folgenden Jahren noch fortsetzt. Vielleicht schreitet er heute noch fort. Darüber werden die vorbereiteten neuen Messungen Aufschluss geben.

V.

Für die Bewertung von Leibrenten werden oft die englischen Tafeln $a(m)$ und $a(f)$ herangezogen, die sich auf ein umfangreiches Beobachtungsmaterial der englischen Gesellschaften aus den Jahren

1900 bis 1920 stützen. Gegenüber diesen englischen Tafeln ist in den Rentenbeständen der Rentenanstalt während der Jahre 1932 bis 1937

bei den Männern im Durchschnitt eine Untersterblichkeit von rund 6 %,

bei den Frauen im Durchschnitt eine Übersterblichkeit von rund 15 %

festzustellen. Nach diesen Beobachtungen wären also die Sterbenswahrscheinlichkeiten nach den englischen Rentnertafeln für die Verhältnisse in den Beständen der Rentenanstalt bei den Frauen etwas zu niedrig (zu streng), bei den Männern jedoch etwas zu hoch (zu wenig streng) angesetzt.

VI.

Für den Aufbau der Tarife von Einzel-Rentenversicherungen dürfen gewisse Erwägungen beachtet werden, die für den Tarifaufbau von Todesfallversicherungen keine Geltung haben. Technische, wirtschaftliche und praktische Gründe sprechen gegen die Einführung einer Gewinnbeteiligung bei den Einzel-Rentenversicherungen. Unter diesen Umständen führt das Streben nach einer gerechten Bemessung der Prämien dazu, dass im Tarif geringe Sicherheitsspannen eingerechnet werden, die nur einen schwachen Rückgang der Verzinsung oder der Sterblichkeit auszugleichen vermögen. Der Versicherer muss sich vor Überbelastungen schützen, indem er die Rententariife häufig den veränderten Verhältnissen anpasst. Da er die Rentenversicherungen als Nebengeschäft führt, ist die Aufhebung der Rententariife in der Tat viel leichter und einfacher durchführbar als etwa für die Kapitalversicherungen, die das Hauptgeschäft bilden. Immerhin bleibt doch zu bedenken, dass nach einer Aufhebung der ungenügend gewordenen Rententariife der bestehende Rentenbestand noch über eine ansehnliche Reihe von Jahren verlustbringend abzuwickeln ist.

Diese Erwägungen führen in Verbindung mit den in Abschnitt IV mitgeteilten Beobachtungen über den Sterblichkeitsrückgang zur Frage, ob die Rententariife den tatsächlichen Verhältnissen nicht besser angepasst werden könnten durch Einrechnung einer angemessenen Annahme über den Rückgang der Sterblichkeit.

Würde die Rentnersterblichkeit in jedem Kalenderjahr ($m + t$), wo t eine positive oder negative ganze Zahl bedeutet, gemessen, so ergäbe sich den wirklichen Verhältnissen entsprechend eine vollständige

zweidimensionale Tafel der einjährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten von folgender Gestalt:

Kalenderjahr: ..	m	$m + 1$	$m + 2$	$m + t$
Alter: x ..	$p_x^{(m)}$	$p_x^{(m+1)}$	$p_x^{(m+2)}$	$p_x^{(m+t)}$
$x + 1$..	$p_{x+1}^{(m)}$	$p_{x+1}^{(m+1)}$	$p_{x+1}^{(m+2)}$	$p_{x+1}^{(m+t)}$
$x + 2$..	$p_{x+2}^{(m)}$	$p_{x+2}^{(m+1)}$	$p_{x+2}^{(m+2)}$	$p_{x+2}^{(m+t)}$
.					
.					
$x + s$..	$p_{x+s}^{(m)}$	$p_{x+s}^{(m+1)}$	$p_{x+s}^{(m+2)}$	$p_{x+s}^{(m+t)}$
.
.

Das Modell, das üblicherweise zur Berechnung des Barwertes einer laufenden Rente dient, benützt nur eine einzige Kolonne aus dieser vollständigen Sterbetafel, beispielsweise die Überlebenswahrscheinlichkeiten für das Kalenderjahr (m). Stammt die benützte Sterbetafel aus Beobachtungen über mehrere Jahre, so enthält sie für die Überlebenswahrscheinlichkeiten Durchschnittswerte, die näherungsweise für das mittlere Jahr der Beobachtungszeit gelten.

In Zeiten steter Abnahme der Sterblichkeit hinkt das übliche Verfahren zur Berechnung des Rentenbarwertes

$$a_x^{(m)} = \sum_{i=0}^{\omega} v^i \cdot p_x^{(m)}$$

den massgebenden Verhältnissen nach und benachteiligt dadurch den Versicherer.

Aus solchen Erwägungen sind bei der Aufstellung der englischen Rentnertafeln $a(m)$ und $a(f)$ nicht unmittelbar die aus den Beobachtungen während der Jahre 1900 bis 1920 abgeleiteten Sterbenswahrscheinlichkeiten benützt worden, die als Durchschnittswerte für das Jahr 1910 zu betrachten sind. Man suchte der künftigen Sterblichkeitsabnahme durch eine Extrapolation der Sterbenswahrscheinlichkeiten auf das Jahr 1925 Rechnung zu tragen. Damit ist aber im üblichen Modell für die Berechnung der Rentenbarwerte lediglich die

Kolonne der p_x^{1910} durch die Kolonne der p_x^{1925} aus der vollständigen Sterbetafel ersetzt worden.

Eine bessere Anpassung des Modells an die Wirklichkeit würde erreicht, wenn bei der Berechnung der Einlage für eine zu Beginn des $(m + 1)$ ten Jahres abgeschlossene vorschüssige Rente auf das Leben eines x -jährigen nicht eine senkrechte Kolonne der vollständigen Sterbetafel, sondern jeweils die auf einer Diagonalen liegenden Werte $p_{x+i}^{(m+i+1)}$ benützt würden, nach der Beziehung

$$\bar{a}_x^{(m+1)} = \sum_{i=0}^{\omega} v^i \bar{p}_x^{(m+1)}$$

wobei zu setzen wäre

$$\bar{p}_x^{(m+1)} = p_x^{(m+1)} \cdot p_{x+1}^{(m+2)} \cdot p_{x+2}^{(m+3)} \cdot \dots \cdot p_{x+i-1}^{(m+i)}$$

Der Zusammenhang zwischen dem Barwert $\bar{a}_x^{(m+1)}$ und dem aus einer vorliegenden Tafel für das Jahr (m) bestimmten Barwert $a_x^{(m)}$ wird hergestellt durch die Reihe ¹⁾:

$$(1) \quad \bar{a}_x^{(m+1)} = a_x^m + \left(\frac{\bar{p}_x^{(m+1)}}{p_x^{(m)}} - 1 \right) \frac{\Sigma N_{x+1}^{(m)}}{D^{(m)}} + \left(\frac{2\bar{p}_x^{(m+1)}}{2p_x^{(m)}} - 2 \frac{\bar{p}_x^{(m+1)}}{p_x^{(m)}} + 1 \right) \frac{\Sigma \Sigma N_{x+2}^{(m)}}{D_x^{(m)}} +$$

$$+ \left(\frac{3\bar{p}_x^{(m+1)}}{3p_x^{(m)}} - 3 \frac{2\bar{p}_x^{(m+1)}}{2p_x^{(m)}} + 3 \frac{p_x^{(m+1)}}{p_x^{(m)}} - 1 \right) \frac{\Sigma \Sigma \Sigma N_{x+3}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + \dots$$

Für die Auswertung dieser Beziehung wird eine Annahme über die künftige Entwicklung der Sterblichkeit benötigt. Die Ausdehnung der vollständigen Sterbetafel über das erreichte Kalenderjahr (m) hinaus kann beispielsweise auf Grund einer Extrapolation mit Hilfe der Sterblichkeitsmessungen aus früheren Jahren versucht werden. Setzt man dabei

$$(2) \quad p_x^{(m+t)} = \varphi_x^{(m+t)} p_x^{(m)}$$

so lässt sich aus den Beobachtungen des Kalenderjahres (m) , sowie einigen früheren Messungen, unter Umständen mit befriedigender Annäherung ein Verlauf der Funktionen

¹⁾ Ableitung siehe «Bemerkungen zur Darstellung des Leibrentenbarwertes bei veränderten Rechnungsvoraussetzungen», Blätter für Versicherungsmathematik, Band II, Heft 11 (Berlin 1933).

$$\varphi_x^{(m+t)}$$

für wachsendes t ermitteln, der für eine Reihe von künftigen Jahren extrapoliert werden darf. Für die Anwendung der Methode auf Rentenversicherungen wirkt es sich dabei günstig aus, dass diese gewöhnlich in vorgerückterem Alter abgeschlossen werden und daher meist nur eine verhältnismässig kurze Extrapolation des Sterblichkeitsverlaufes erheischen.

Unter Benützung des Ansatzes (2) ergibt sich aus der Reihe (1):

$$\begin{aligned} \bar{a}_x^{(m+1)} &= a_x^{(m)} + (\varphi_x^{(m+1)} - 1) \frac{\sum N_{x+1}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + (\varphi_x^{(m+1)} \varphi_{x+1}^{(m+2)} - 2 \varphi_x^{(m+1)} + 1) \frac{\sum \sum N_{x+2}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + \\ (3) \quad &+ (\varphi_x^{(m+1)} \varphi_{x+1}^{(m+2)} \varphi_{x+2}^{(m+3)} - 3 \varphi_x^{(m+1)} \varphi_{x+1}^{(m+2)} + 3 \varphi_x^{(m+1)} - 1) \frac{\sum \sum \sum N_{x+3}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + \dots \end{aligned}$$

Liegt der Fall besonders einfach, so dass aus den vorliegenden Messungen für die nähere Zukunft in allen Altersstufen eine proportionale Zunahme der Überlebenswahrscheinlichkeiten $p_x^{(m+t)}$ angenommen werden darf, so gilt für alle x :

$$\varphi_x^{(m+t)} = (1 + tc)$$

Dann geht die Reihe (3) über in:

$$\begin{aligned} \bar{a}_x^{(m+1)} &= a_x^{(m)} + c \frac{\sum N_{x+1}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + [(1+c)(1+2c) - 2(1+c) + 1] \frac{\sum \sum N_{x+2}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + \\ &+ [(1+c)(1+2c)(1+3c) - 3(1+c)(1+2c) + 3(1+c) - 1] \frac{\sum \sum \sum N_{x+3}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + \dots \end{aligned}$$

Daraus lässt sich eine Reihe gewinnen, deren erste Glieder lauten:

$$\bar{a}_x^{(m+1)} = a_x^{(m)} + c \frac{\sum N_{x+1}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + (c + 2c^2) \frac{\sum \sum N_{x+2}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + (5c^2 + 6c^3) \frac{\sum \sum \sum N_{x+3}^{(m)}}{D_x^{(m)}} + \dots$$

Ist c , der jährliche Zuwachs der einjährigen Überlebenswahrscheinlichkeit genügend klein — was in praktischen Fällen meistens zutreffen

wird —, so dürfen in dieser Reihe die Glieder vernachlässigt werden, die mit dem Faktor c in zweiter oder höherer Potenz versehen sind. Es lässt sich nachweisen, dass das vierte und die folgenden Glieder der Reihe ausschliesslich Summanden enthalten mit dem Faktor c in der zweiten oder in höheren Potenzen. Man darf sich also mit der Näherung begnügen:

$$(4) \quad \bar{a}_x^{(m+1)} \approx a_x^{(m)} + c \frac{\Sigma \Sigma N_{x+1}^{(m)}}{D_x^{(m)}}$$

Eine ähnliche Beziehung ergibt sich, wenn ein Rentenbarwert nicht im Kalenderjahr $(m + 1)$, sondern in einem späteren Jahr $(m + t)$ bestimmt werden soll. Die Entwicklung beginnt dann nicht mit dem Faktor $(1 + c)$, sondern mit $(1 + tc)$.

Über die Bedeutung des Korrekturgliedes in der angeführten Näherungsbeziehung (4) mag eine Betrachtung der Sterblichkeitsverhältnisse in der männlichen Schweizerbevölkerung Aufschluss geben. Betrachtet man beispielsweise die seit dem Jahre 1900 durchgeführten Sterblichkeitsmessungen, so fällt auf, dass die Überlebenswahrscheinlichkeiten nach den verschiedenen Tafeln und in den für Rentenversicherungen wichtigen Altersstufen von 60 bis 85 Jahren annähernd gleichmässig zugenommen haben.

Für die männliche Bevölkerung ist beispielsweise

Alter	die einjährige Überlebenswahrscheinlichkeit		Zunahme in ‰ von SM 1901/10
	Tafel SM 1901/10	Tafel SM 1933/37	
60	0,96 457	0,97 389	9,7
65	0,94 958	0,96 052	11,5
70	0,92 607	0,94 065	15,7
75	0,89 111	0,90 690	17,7
80	0,83 308	0,85 520	26,6
85	0,76 784	0,78 910	27,7

Wenn man berücksichtigt, dass zwischen den Mittelpunkten der beiden Messungen ein Abstand von $29\frac{1}{2}$ Jahren besteht, so darf man feststellen, dass die Überlebenswahrscheinlichkeit im Durchschnitt für die betrachtete Altersstufe jährlich einen Zuwachs von ungefähr $0,6$ ‰ des Ausgangswertes erfahren hat.

Für diesen Fall kann also

$$c = 0,0006$$

gesetzt werden.

Dann führt die Näherungsbeziehung (4) zu folgenden Werten:

Barwert einer jährlich vorschüssigen Leibrente 1

Im Alter	Nach SM 1921/30; 3%	Nach SM 1921/30; 3% unter Einrechnung einer fortschreitenden Sterblichkeitsverbesserung in % von SM 1921/30	
60	11,209	11,555	103
65	9,304	9,509	102
70	7,511	7,624	102
75	5,913	5,972	101
80	4,616	4,646	101

Dieses stark vereinfachte Beispiel deutet immerhin darauf hin, dass die Berücksichtigung eines Sterblichkeitsrückganges, wie er in der Schweizerbevölkerung seit 1900 beobachtet worden ist, eine Erhöhung der nach neuen Erfahrungstabellen berechneten Einlagen für eine sofort beginnende Rente auf das Leben eines 60jährigen Mannes um etwa 3 % rechtfertigen würde. Nach den Beobachtungen in den Rentenbeständen der Rentenanstalt zwischen den Jahrfünften 1927 bis 1932 und 1932 bis 1937 hat sich der Sterblichkeitsrückgang zwei bis dreimal stärker ausgewirkt als nach der in unserem Beispiel getroffenen Annahme. Um einem Fortschreiten der Sterblichkeitsabnahme in diesem Masse Rechnung zu tragen, müsste die nach der Tafel MR 1939 bestimmte Einlage für eine Leibrente auf das Leben eines 60jährigen Versicherten um ungefähr 6—9 % verstärkt werden. Bei aufgeschobenen Renten, die in tieferem Alter abgeschlossen werden, wären die erforderlichen Zuschläge noch grösser. Diese Hinweise zeigen, dass eine Berücksichtigung des künftig zu erwartenden Sterblichkeitsrückganges bei der Aufstellung von Rententariifen mehr als theoretisches Interesse beanspruchen darf.

**Sterbetafeln MR 1939 und FR 1939 für Rentenversicherungen
der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt.**

Alter <i>x</i> oder <i>y</i>	MR 1939 Männer 1000 q_x	FR 1939 Frauen 1000 q_y	Alter <i>x</i> oder <i>y</i>	MR 1939 Männer 1000 q_x	FR 1939 Frauen 1000 q_y
40	3,22	2,51	75	57,90	44,49
41	3,38	2,64	76	63,88	49,12
42	3,56	2,78	77	70,48	54,23
43	3,77	2,93	78	77,75	59,87
44	3,99	3,10	79	85,75	66,09
45	4,24	3,29	80	94,55	72,95
46	4,52	3,50	81	104,22	80,50
47	4,83	3,74	82	114,83	88,81
48	5,17	4,00	83	126,46	97,95
49	5,55	4,29	84	139,19	107,99
50	5,97	4,61	85	153,11	119,00
51	6,43	4,97	86	168,29	131,06
52	6,95	5,36	87	184,82	144,26
53	7,52	5,80	88	202,79	158,67
54	8,16	6,28	89	222,27	174,39
55	8,87	6,82	90	243,34	191,48
56	9,65	7,42	91	266,06	210,05
57	10,52	8,08	92	290,48	230,16
58	11,48	8,82	93	316,63	251,88
59	12,55	9,64	94	344,54	275,28
60	13,73	10,54	95	374,18	300,39
61	15,04	11,54	96	405,51	327,24
62	16,50	12,66	97	438,46	355,85
63	18,11	13,89	98	472,90	386,18
64	19,90	15,26	99	508,66	418,18
65	21,88	16,77	100	545,51	451,74
66	24,07	18,45	101	583,20	486,74
67	26,50	20,31	102	621,38	522,98
68	29,18	22,38	103	659,68	560,21
69	32,16	24,66	104	697,67	598,15
70	35,45	27,19			
71	39,09	29,99			
72	43,12	33,08			
73	47,56	36,51			
74	52,47	40,30			