Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 43 (1943)

Artikel: Untersuchungen über den Einbezug der vorzeitigen Vertragsauflösung in die Berechnung und Darstellung der Tarifprämie der Todes- und Erlebensfallversicherung

Autor: Zwinggi, Ernst

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-550732

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

B. Wissenschaftliche Mitteilungen.

Untersuchungen über den Einbezug der vorzeitigen Vertragsauflösung in die Berechnung und Darstellung der Tarifprämie der Todes- und Erlebensfallversicherung.

Von *Ernst Zwinggi*, Basel.

Einleitung.

Die Berechnung der Prämien unter Einbezug der gewährten Abfindungen bei Auflösung des Vertrages [1]) ausser durch Tod und Erleben begegnet verschiedenen, zum Teil bedeutenden Schwierigkeiten grundsätzlicher Art. Vor allem verhindert die enge Verbundenheit der Zahl der vorzeitigen Vertragsauflösungen mit der wirtschaftlichen und politischen Lage die Ermittlung und damit auch die Verwendung stabiler oder in bestimmter Richtung sich entwickelnder Stornowahrscheinlichkeiten. Heute dürfte es wohl allgemein üblich sein, die vorzeitige Auflösung des Versicherungsvertrages nicht als Ausscheideursache in die Prämienberechnung einzubeziehen und als alleinigen Grund des Ausscheidens das Ab- und Erleben zu betrachten.

Diese Feststellung entbindet aber nicht von der Verpflichtung, den Einfluss des Stornos auf den Preis der Versicherung zu messen. Ob dabei die Tarifprämie selber oder mehr sekundär die Gewinnausschüttung als Ausgangspunkt gewählt wird, ist methodisch, kaum aber praktisch von Bedeutung; wichtig ist bloss der Umstand, dass die Formeln sowohl die Variation der Stornowahrscheinlichkeiten als auch der Abfindungswerte zulassen, ohne allzu grosse Berechnungen zu bedingen.

---

[1]) Diese Frage war u. a. Gegenstand der Denkschriften des XII. Internationalen Kongresses der Versicherungsmathematiker, Luzern 1940. Man vergleiche darüber die Abhandlungen von *H. Stowe, G. Bonifacio, F. Sala, R. Taucer* und *E. Gisi* in Band III, S. 15—94.

Im folgenden wollen wir als weitern Beitrag [1] zum «Storno in der Lebensversicherung» die Tarifprämie unter Einbezug der vorzeitigen Vertragsauflösung als Ausscheideursache in zwei Teile zerlegen, derart, dass zur Tarifprämie ohne Berücksichtigung der vorzeitigen Abgänge additiv ein einfach gebautes Korrekturglied hinzutritt. Diese Trennung bezweckt allerdings keine vereinfachte Berechnung der Tarifprämie unter Einbezug des Stornos an sich; dagegen erlaubt sie, rasch den Einfluss variierter Annahmen über den vorzeitigen Abgang zu erfassen.

Die rechnerische Prüfung und Auswertung der durchgeführten Zerlegung soll an einigen Ergebnissen einer Stornomessung im Versicherungsbestande der Basler Lebens-Versicherungs-Gesellschaft in den Jahren 1924—1941 geschehen.

Die vorgenommene Zerlegung der Tarifprämie lässt sich einfach begründen bei Anwendung einiger, im deutschsprachigen Schrifttum allerdings noch wenig bekannter Ergebnisse von *Cantelli, Messina, Jacob* u. a. über eine besondere Darstellung *äquivalenter Prämiensysteme* [2]. Der grundsätzlichen Bedeutung wegen wollen wir die Bedingungen äquivalenter Prämiensysteme zuerst allgemein, in kontinuierlicher und in diskontinuierlicher Betrachtungsweise darlegen und erst nachher die Anwendung auf die besondere Aufgabe vollziehen.

I. Äquivalente Prämiensysteme.

1. Kontinuierliche Betrachtungsweise.

Wir bezeichnen nach Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung wie folgt[1]):

$\mu_{x+t}^{(k)}$: Intensität des Ausscheidens eines $x+t$-jährigen Versicherten infolge der k^{ten} Ursache.

δ: Intensität der rechnungsmässigen Verzinsung.

$S_{x+t}^{(k)}$: Leistung, welche an das Ausscheiden infolge der k^{ten} Ursache geknüpft ist.

$\pi_{x\overline{n}|}$: Konstante Tarifprämie, zahlbar bis zum Ausscheiden, längstens während der Versicherungsdauer von n Jahren.

---

[1]) Die Klammer [ ] zur Kenntlichmachung einer Abhängigkeit vom Eintrittsalter x ist zur Vereinfachung der Schreibweise weggelassen; ebenso verzichten wir darauf, die kontinuierlichen Grössen durch einen — (z. B. $\overline{\pi}_{x\overline{n}|}$ gegenüber $\pi_{x\overline{n}|}$) zu kennzeichnen, da Verwechslungen nicht möglich sind.

α: Abschlusskosten.

β und $\gamma^{(k)}$: Intensitäten der laufenden Kosten, bemessen von der Barprämie (Barprämie = Tarifprämie — Gewinnanteil) und von den versicherten Leistungen. (Einzelne $\gamma^{(k)}$ können auch null sein.)

Δ_{x+t}: Intensität der Gewinnausschüttung, ausgedrückt absolut oder als Bruchteil der Tarifprämie [1]).

Das vollständige Deckungskapital ${}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}$ der allgemeinen Kombination mit m Ausscheideursachen ist für $t > o$ aus der linearen Differentialgleichung zu bestimmen

$$\frac{d_t\,\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}}{dt} = \left[\delta + \sum_{k=1}^{m} \mu_{x+t}^{(k)}\right] {}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} + (1-\beta)\left[\pi_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \\ - \sum_{k=1}^{m} \left[\mu_{x+t}^{(k)} + \gamma^{(k)}\right] S_{x+t}^{(k)}.$$

Wir lassen die Leistungen $S_{x+t}^{(k)}$, soweit sie nicht zur Festsetzung der Verwaltungskosten dienen, übergehen in $S_{x+t}^{(k)} + \varepsilon^{(k)}\left[S_{x+t}^{(k)} - {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right]$, wobei $\varepsilon^{(k)} \lesseqgtr o$ sein kann und ${}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}$ das vollständige Deckungskapital der neuen Versicherungskombination mit der Tarifprämie $\pi'_{\overline{xn}|}$ bedeutet. Dann gilt

$$\frac{d_t\,\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}}{dt} = \left[\delta + \sum_{k=1}^{m} \mu_{x+t}^{(k)}\right] {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|} + (1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \\ - \sum_{k=1}^{m} \mu_{x+t}^{(k)} \left\{S_{x+t}^{(k)} + \varepsilon^{(k)}\left[S_{x+t}^{(k)} - {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right]\right\} - \sum_{k=1}^{m} \gamma^{(k)} S_{x+t}^{(k)} = \qquad (1)$$

$$= \left\{\delta + \sum_{k=1}^{m} \left[1 + \varepsilon^{(k)}\right] \mu_{x+t}^{(k)}\right\} {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|} + \\ + (1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \sum_{k=1}^{m} \left\{\left[1 + \varepsilon^{(k)}\right] \mu_{x+t}^{(k)} + \gamma^{(k)}\right\} S_{x+t}^{(k)} \qquad (2)$$

---

[1]) In den Ableitungen nehmen wir an, Δ_{x+t} verstehe sich dem absoluten Betrage nach; die Ausdehnung auf die andere Festsetzung ist dann ohne weiteres möglich.

oder mit

$$\tilde{\mu}^{(k)}_{x+t} = [1 + \varepsilon^{(k)}]\, \mu^{(k)}_{x+t}$$

$$\frac{d_t\, \mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}}{dt} = \left[\delta + \sum_{k=1}^{m} \tilde{\mu}^{(k)}_{x+t}\right] {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|} + (1-\beta)\,[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}] -$$

$$- \sum_{k=1}^{m} [\tilde{\mu}^{(k)}_{x+t} + \gamma^{(k)}]\, S^{(k)}_{x+t}\,.$$

Aus den Beziehungen (1) und (2) schliessen wir, dass mit gleichem Anfangsdeckungskapital ${}_0\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}$ und mit gleicher Tarifprämie $\pi'_{\overline{xn}|}$ das vollständige Deckungskapital stets gleich ist, ob wir mit den Leistungen $S + \varepsilon\,(S - \mathfrak{v})$ und den Intensitäten μ rechnen oder ob wir die Leistungen S und die Intensitäten $\tilde{\mu} = (1 + \varepsilon)\,\mu$ verwenden. Symbolisch lässt sich diese Eigenschaft, bezogen auf die Tarifprämie, schreiben als

$$\pi_{\Sigma\mu}\,[\Sigma\,\{S + \varepsilon\,(S - \mathfrak{v})\}] = \pi_{\Sigma(1+\varepsilon)\mu}\,[\Sigma S]\,. \tag{3}$$

Dabei sollen $\Sigma\mu$ oder $\Sigma\,(1 + \varepsilon)\,\mu$ die Art der Berechnung der Abfallsordnung und $[\Sigma\{S + \varepsilon\,(S - \mathfrak{v})\}]$ oder $[\Sigma S]$ die versicherten Leistungen symbolisch angeben.

2. Diskontinuierliche Betrachtungsweise.

Soweit äusserlich eine von der kontinuierlichen Betrachtungsweise abweichende Bezeichnungsweise erforderlich ist, bedeutet:

$q^{(k)}_{x+t}$: Abhängige einjährige Wahrscheinlichkeit, infolge der k^{ten} Ursache auszuscheiden.

i: Rechnungszinsfuss.

β und $\gamma^{(k)}$: Sätze der laufenden Verwaltungskosten, bemessen von der Barprämie und von den Versicherungsleistungen.

Δ_{x+t}: Gewinnanteil, absolut oder als Bruchteil der Tarifprämie [1]).

---

[1]) In den Ableitungen nehmen wir ebenfalls an, Δ_{x+t} verstehe sich dem absoluten Betrage nach.

Für das vollständige Deckungskapital der allgemeinen Versicherungskombination mit m Ausscheideursachen gilt die Differenzengleichung

$$\Delta\left[{}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}\right] = i\left\{(1-\beta)\left[\pi_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] + {}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}\right\} + \sum_{k=1}^{m} q_{x+t}^{(k)} \cdot {}_{t+1}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} +$$

$$+ (1-\beta)\left[\pi_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \sum_{k=1}^{m}\left[q_{x+t}^{(k)} + (1+i)\,\gamma^{(k)}\right] S_{x+t}^{(k)}.$$

Wir lassen die Leistungen $S_{x+t}^{(k)}$, soweit sie nicht zur Festsetzung der Verwaltungskosten dienen, übergehen in

$$S_{x+t}^{(k)} + \varepsilon^{(k)}\left[S_{x+t}^{(k)} - {}_{t+1}\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right] \quad \text{mit} \quad \varepsilon^{(k)} \lesseqgtr o.$$

Dann wird

$$\Delta\left[{}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right] = i\left\{(1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] + {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right\} + \sum_{k=1}^{m} q_{x+t}^{(k)} \cdot {}_{t+1}\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|} +$$

$$+ (1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \sum_{k=1}^{m} q_{x+t}^{(k)}\left\{S_{x+t}^{(k)} + \varepsilon^{(k)}\left[S_{x+t}^{(k)} - {}_{t+1}\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right]\right\} -$$

$$- (1+i)\sum_{k=1}^{m} \gamma^{(k)} S_{x+t}^{(k)} = \qquad (4)$$

$$= i\left\{(1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] + {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right\} + \sum_{k=1}^{m}\left[1+\varepsilon^{(k)}\right] q_{x+t}^{(k)} \cdot {}_{t+1}\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|} +$$

$$+ (1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \sum_{k=1}^{m}\left\{\left[1+\varepsilon^{(k)}\right] q_{x+t}^{(k)} + (1+i)\,\gamma^{(k)}\right\} S_{x+t}^{(k)} \qquad (5)$$

und mit

$$\tilde{q}_{x+t}^{(k)} = \left[1+\varepsilon^{(k)}\right] q_{x+t}^{(k)}$$

$$\Delta\left[{}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right] = i\left\{(1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] + {}_t\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|}\right\} + \sum_{k=1}^{m} \tilde{q}_{x+t}^{(k)} \cdot {}_{t+1}\mathfrak{v}'_{\overline{xn}|} +$$

$$+ (1-\beta)\left[\pi'_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}\right] - \sum_{k=1}^{m}\left[\tilde{q}_{x+t}^{(k)} + (1+i)\,\gamma^{(k)}\right] S_{x+t}^{(k)}.$$

Daraus schliessen wir wie in der kontinuierlichen Betrachtungsweise, dass

$$\pi_{\Sigma q}\left[\Sigma\{S+\varepsilon(S-\mathfrak{v})\}\right]=\pi_{\Sigma(1+\varepsilon)q}\left[\Sigma S\right]. \tag{6}$$

II. Zerlegung der Tarifprämie.

1. Kontinuierliche Betrachtungsweise.

Wir identifizieren

$\mu^{(1)}_{x+t}$ mit der Intensität der Sterblichkeit μ_{x+t}, wobei über die Sterblichkeit die gleichen Voraussetzungen gelten, ob der Storno in die Berechnung einbezogen wird oder nicht;

$\mu^{(2)}_{x+t}$ mit der Intensität der Stornierung λ_{x+t};

$S^{(1)}_{x+1}$ mit der Todesfalleistung «1»;

$S^{(2)}_{x+t}$ mit dem Abfindungswert ${}_tU_{x\overline{n}|}$;

${}_n\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}$ mit der Erlebensfalleistung «1»;

ferner setzen wir $\gamma^{(1)}=\gamma$ und $\gamma^{(2)}=0$.

Die Abfallsordnung der vertragstreuen Versicherten ist gegeben durch

$$L_{x+t}=L_x\cdot e^{-\int_0^t(\mu_{x+\varrho}+\lambda_{x+\varrho})\,d\varrho}=L_{\mu,\lambda}(t).$$

Im Ausdruck für die konstante Tarifprämie der gemischten Versicherung «1»

$$(1-\beta)\pi_{\mu,\lambda}[1,U]=\frac{1}{\int_0^n e^{-\delta\varrho}L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,d\varrho}\Big\{\alpha L_{\mu,\lambda}(o)+e^{-\delta n}L_{\mu,\lambda}(n)+$$

$$+\int_0^n e^{-\delta\varrho}L_{\mu,\lambda}(\varrho)\left[\mu_{x+\varrho}+\lambda_{x+\varrho}\cdot{}_\varrho U_{x\overline{n}|}+\gamma+(1-\beta)\Delta_{x+\varrho}\right]d\varrho\Big\}$$

zerlegen wir die Leistung ${}_\varrho U_{xn|}$ in ${}_\varrho\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}-[{}_\varrho\mathfrak{v}_{xn|}-{}_\varrho U_{xn|}]$, wobei ${}_\varrho\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}$ das vollständige Deckungskapital der Kombination $[1,{}_\varrho\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}]$ darstellt. Bezeichnet

$$(1-\beta)\,\pi_{\mu,\lambda}[1,\mathfrak{v}] = \frac{1}{\int\limits_0^n e^{-\delta\varrho} L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,d\varrho}\Big\{\alpha L_{\mu,\lambda}(o) + e^{-\delta n} L_{\mu,\lambda}(n) +$$

$$+\int\limits_0^n e^{-\delta\varrho} L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,[\mu_{x+\varrho} + \lambda_{x+\varrho}\cdot {}_\varrho\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} + \gamma + (1-\beta)\,\Delta_{x+\varrho}]\,d\varrho\Big\} \tag{7}$$

und

$$(1-\beta)\,P_{\mu,\lambda}[0,\mathfrak{v}-U] = \frac{\int\limits_0^n e^{-\delta\varrho} L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,\lambda_{x+\varrho}\,[{}_\varrho\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_\varrho U_{\overline{xn}|}]\,d\varrho}{\int\limits_0^n e^{-\delta\varrho} L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,d\varrho}, \tag{8}$$

so wird

$$\pi_{\mu,\lambda}[1,U] = \pi_{\mu,\lambda}[1,\mathfrak{v}] - P_{\mu,\lambda}[0,\mathfrak{v}-U]. \tag{9}$$

Zur Umformung von $\pi_{\mu,\lambda}[1,\mathfrak{v}]$ in (7) setzen wir in (3)

$$\varepsilon^{(1)} = 0, \qquad \text{also} \quad \tilde{\mu}^{(1)}_{x+t} = \mu^{(1)}_{x+t} = \mu_{x+t}$$

$$\varepsilon^{(2)} = -1, \quad \text{also} \quad \tilde{\mu}^{(2)}_{x+t} = 0.$$

Damit wird

$$\pi_{\mu,\lambda}[1,\mathfrak{v}] = \pi_{\mu,o}[1] = \pi_\mu[1]$$

und

$$\pi_{\mu,\lambda}[1,U] = \pi_\mu[1] - P_{\mu,\lambda}[0,\mathfrak{v}-U].\text{[1]} \tag{10}$$

---

[1]) Das «Korrekturglied» $P_{\mu,\lambda}[0,\mathfrak{v}-U]$ ist identisch mit dem auf einen Versicherten entfallenden Anteil an den Stornogewinnen. Denn zerlegen wir in der Differentialgleichung für das vollständige Deckungskapital die Tarifprämie $\pi_{\overline{xn}|}$ für die Leistung «1» in die Bestandteile

$$\pi_{\overline{xn}|} = \frac{d_t\,\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}}{dt} - \delta_t\,\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} \text{ (Sparprämie)} + \mu_{x+t}\,[1 - {}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}]$$
$$\text{(Risikoprämie)} + \Delta_{x+t} \text{ (Gewinnzuschlag)} +$$
$$+\beta\,[\pi_{\overline{xn}|} - \Delta_{x+t}] + \gamma \text{ (Unkostenzuschlag)} -$$
$$-\lambda_{x+t}\,[{}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_tU_{\overline{xn}|}] \text{ (Stornogewinnprämie)},$$

so ist der Barwert der «Stornogewinnprämien» gleich

$$\int\limits_0^n e^{-\delta\varrho} L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,\lambda_{x+\varrho}\,[{}_\varrho\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_\varrho U_{\overline{xn}|}]\,d\varrho = (1-\beta)\,P_{u,\lambda}[0,\mathfrak{v}-U]\int\limits_0^n e^{-\delta\varrho} L_{\mu,\lambda}(\varrho)\,d\varrho.$$

$\pi_\mu[1]$ stellt die Tarifprämie ohne Berücksichtigung des Stornos dar und $P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - U]$ ist ein additiv hinzutretendes Korrekturglied; damit darf die angestrebte Zerlegung als durchgeführt angesehen werden. Das vollständige Deckungkapital ${}_t\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}$ der Kombination $[1, {}_t\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}]$ und den beiden Ausscheideursachen μ und λ ist identisch mit dem vollständigen Deckungskapital ${}_t\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}$ der Kombination [1] bei Ausschluss des Stornos als Ausscheideursache. — Die Umformung der Gleichung (8) für $P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - U]$ zur raschen numerischen Auswertung nehmen wir später vor.

2. Diskontinuierliche Betrachtungsweise.

Wir identifizieren

$q^{(1)}_{x+t}$ mit der abhängigen einjährigen Sterbewahrscheinlichkeit q_{x+t}, d. h. mit der Wahrscheinlichkeit, dass ein $x+t$-jähriger Versicherter innert Jahresfrist im vertragstreuen Zustand stirbt [1];

$q^{(2)}_{x+t}$ mit der abhängigen einjährigen Stornierungswahrscheinlichkeit s_{x+t};

$S^{(1)}_{x+t}$ mit der Todesfalleistung «1»;

$S^{(2)}_{x+t}$ mit dem Abfindungswert ${}_{t+1}U_{x\overline{n}|}$;

${}_n\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}$ mit der Erlebensfalleistung «1»;

ferner setzen wir $\gamma^{(1)} = \gamma$ und $\gamma^{(2)} = 0$.

Die Dekremententafel der Versicherten ist gegeben durch

$$L_{x+t} = L_x \prod_{k=0}^{t-1} [1 - q_{x+k} - s_{x+k}] = L_{q,s}(t).$$

In der Gleichung für die konstante Tarifprämie der gemischten Versicherung «1»

---

[1]) Diese Sterbewahrscheinlichkeit ist — im Gegensatz zu den Verhältnissen bei der kontinuierlichen Betrachtungsweise — nicht mehr gleich derjenigen der Gesamtheit l_{x+t} unter Ausschluss des Stornos; eine Umdeutung der Festsetzungen ist daher später noch durchzuführen.

$$(1-\beta)\,\pi_{q,s}\,[1, U] = \frac{1}{\sum\limits_{k=0}^{n-1} v^k L_{q,s}(k)} \Big\{ \alpha L_{q,s}(o) + v^n L_{q,s}(n) +$$

$$+ \sum_{k=0}^{n-1} v^k L_{q,s}(k)\,[v q_{x+k} + v s_{x+k} \cdot {}_{k+1}U_{\overline{xn}|} + \gamma + (1-\beta)\,\Delta_{x+k}] \Big\}$$

zerlegen wir, ähnlich wie bei der kontinuierlichen Betrachtungsweise, die Leistung ${}_{k+1}U_{\overline{xn}|}$ in ${}_{k+1}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - [{}_{k+1}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_{k+1}U_{\overline{xn}|}]$, wobei ${}_{k}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}$ das vollständige Deckungskapital der Kombination $[1, {}_{k}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}]$ bedeutet. Bezeichnet.

$$(1-\beta)\,\pi_{q,s}\,[1, \mathfrak{v}] = \frac{1}{\sum\limits_{k=0}^{n-1} v^k L_{q,s}(k)} \Big\{ \alpha L_{q,s}(o) + v^n L_{q,s}(n) +$$

$$+ \sum_{k=0}^{n-1} v^k L_{q,s}(k)\,[v q_{x+k} + v s_{x+k} \cdot {}_{k+1}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} + \gamma + (1-\beta)\,\Delta_{x+k}] \Big\} \qquad (11)$$

und

$$(1-\beta)\,P_{q,s}\,[0, \mathfrak{v} - U] = \frac{\sum\limits_{k=0}^{n-1} v^{k+1} L_{q,s}(k)\, s_{x+k}\,[{}_{k+1}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_{k+1}U_{\overline{xn}|}]}{\sum\limits_{k=0}^{n-1} v^k L_{q,s}(k)} \qquad (12)$$

so wird

$$\pi_{q,s}\,[1, U] = \pi_{q,s}\,[1, \mathfrak{v}] - P_{q,s}\,[0, \mathfrak{v} - U]\,. \qquad (13)$$

Zur Umformung von (11) setzen wir in (6)

$$\varepsilon^{(1)} = 0, \qquad \text{also} \quad \tilde{q}^{(1)}_{x+t} = q^{(1)}_{x+t}$$

$$\varepsilon^{(2)} = -1, \quad \text{also} \quad \tilde{q}^{(2)}_{x+1} = 0\,;$$

damit wird

$$\pi_{q,s}\,[1, \mathfrak{v}] = \pi_{q,o}\,[1] = \pi_q\,[1]$$

und

$$\pi_{q,s}\,[1, U] = \pi_q\,[1] - P_{q,s}\,[0, \mathfrak{v} - U]\,. \qquad (14)$$

$\pi_q[1]$ stellt nicht vollständig die Tarifprämie ohne Einbezug des Stornos dar, weil die *abhängige* Sterbewahrscheinlichkeit q_{x+t}

darin auftritt, während die unabhängige der allgemeinen Sterbetafel eingehen sollte. Man darf sich für die Praxis aber so behelfen, dass ziffernmässig für die abhängigen Wahrscheinlichkeiten q_{x+t} die Werte der unabhängigen genommen werden; $\pi_q[1]$ ist dann tatsächlich mit der Tarifprämie ohne Berücksichtigung der vorzeitigen Vertragsauflösung identisch [1]).

III. Bestimmung des Korrekturgliedes P.

Die vorgenommene Zerlegung der Tarifprämie böte rechnungsmässig keine Vorteile, müsste man das Korrekturglied P in jedem Einzelfalle in der gegebenen Form auswerten. Es lassen sich indessen durch Übertragung eines Verfahrens aus der Invalidenversicherung [3] ausreichende Näherungen ableiten.

1. Kontinuierliche Betrachtungsweise.

Wir bezeichnen die Leistung ${}_{\varrho}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_{\varrho}U_{\overline{xn}|}$ abkürzend mit $Y(\varrho)$ und betrachten das Leistungssystem $[0, Y + V'']$, wobei ${}_{\varrho}V''_{\overline{xn}|}$ das Deckungskapital des Systems $[0, Y + V'']$ sein soll.

Einmal gilt die Zerlegung

$$P_{\mu,\lambda}[0, Y + V''] = P_{\mu,\lambda}[0, Y] + P_{\mu,\lambda}[0, V''] . \tag{15}$$

Sodann entspricht dem System $[0, Y + V'']$ die Reservedifferentialgleichung

$$\begin{aligned}\frac{d_t V''_{\overline{xn}|}}{dt} &= [\delta + \mu_{x+t} + \lambda_{x+t}]\, {}_tV''_{\overline{xn}|} + P - \lambda_{x+t}[Y(t) + {}_tV''_{\overline{xn}|}] \\ &= [\delta + \mu_{x+t}]\, {}_tV''_{\overline{xn}|} + P - \lambda_{x+t}\, Y(t) ,\end{aligned}$$

woraus die Identität folgt

$$P_{\mu,\lambda}[0, Y + V''] = P_{\mu}[0, Y] . \tag{16}$$

---

[1]) Diese Annahme hat zur Folge, dass die Wahrscheinlichkeiten gleich sind, innert Jahresfrist nach der Sterbetafel oder im vertragstreuen Zustand zu sterben; ungleich sind dagegen die Wahrscheinlichkeiten, überhaupt oder nach der Sterbetafel zu sterben.

Aus (15) und (16) erhalten wir schliesslich

$$P_{\mu,\lambda}[0, Y] = P_{\mu}[0, Y] - P_{\mu,\lambda}[0, V''].$$

Die Leistung V'' ist in der Regel nur klein, so dass mit ausreichender Genauigkeit unter Vernachlässigung des zweiten Gliedes gesetzt werden darf

$$P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - U] \cong P_{\mu}[0, \mathfrak{v} - U] = \frac{1}{(1-\beta)\, l_x\, a_{\overline{xn}|}} \int_0^n e^{-\delta\varrho}\, l_{x+\varrho}\, \lambda_{x+\varrho}\, [{}_{\varrho}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_{\varrho}U_{\overline{xn}|}]\, d\varrho. \quad (17)$$

In dieser Gleichung ist die Abfallsordnung der vertragstreuen Versicherten $L_{\mu,\lambda}(\varrho)$ ersetzt durch die gewöhnliche Absterbeordnung $l_{x+\varrho}$.

2. Diskontinuierliche Betrachtungsweise.

Wir betrachten, wie es *M. Jacob* [4] in der Invalidenversicherung getan hat, eine Personengesamtheit, welche aus drei Ursachen abnimmt, nämlich

1. durch Tod im vertragstreuen Zustand nach Massgabe von q_{x+t},
2. durch Stornierung nach Massgabe von s_{x+t},
3. fiktiv nach Massgabe von $h_{x+t} = q'_{x+t} - q_{x+t}$, wo q'_{x+t} die (unabhängige) einjährige Sterbewahrscheinlichkeit der allgemeinen Sterbetafel bedeutet.

Für diese Gesamtheit geben wir zwei Leistungssysteme:

Ausscheiden infolge	q	s	h
1. System: Leistungen	0	$Y(t)$	${}_tV'_{\overline{xn}|}$ des Systems
2. System: Leistungen	0	$Y(t) + {}_tV''_{\overline{xn}|}$ des Systems	0

Für das erste System gilt unmittelbar bei Zerlegung der Leistungen

$$P_{q,s,h}[0, Y, V'] = P_{q,s,h}[0, Y, 0] + P_{q,s,h}[0, 0, V']$$

und bei sinngemässer Anwendung von (16)

$$P_{q,s,h}[0, Y, V'] = P_{q,s}[0, Y],$$

also

$$P_{q,s}[0, Y] = P_{q,s,h}[0, Y, 0] + P_{q,s,h}[0, 0, V']. \tag{18}$$

Beim zweiten System zerlegen wir

$$P_{q,s,h}[0, Y + V'', 0] = P_{q,s,h}[0, Y, 0] + P_{q,s,h}[0, V'', 0];$$

sodann betrachten wir die Differenzengleichung für ${}_tV''_{x\overline{n}|}$, nämlich

$$\Delta\left[{}_tV''_{x\overline{n}|}\right] = i\left[P + {}_tV''_{x\overline{n}|}\right] + \left[q_{x+t} + s_{x+t} + h_{x+t}\right]{}_{t+1}V''_{x\overline{n}|} + P - s_{x+1}\left[Y(t) + {}_tV''_{x\overline{n}|}\right]$$

und erhalten nach Einsetzung von $h_{x+t} = q'_{x+t} - q_{x+t}$

$$\Delta\left[{}_tV''_{x\overline{n}|}\right] = i\left[P + {}_tV''_{x\overline{n}|}\right] + q'_{x+t} \cdot {}_{t+1}V''_{x\overline{n}|} + P - s_{x+t} \cdot Y(t).$$

Daraus folgt

$$P_{q,s,h}[0, Y + V'', 0] = P_{q'}[0, Y, 0]$$

und somit

$$P_{q'}[0, Y, 0] = P_{q,s,h}[0, Y, 0] + P_{q,s,h}[0, V'', 0]. \tag{19}$$

Aus (18) und (19) finden wir

$$P_{q,s}[0, Y] = P_{q'}[0, Y, 0] - P_{q,s,h}[0, V'', 0] + P_{q,s,h}[0, 0, V'].$$

Da sowohl V' als auch V'' nur kleine Werte annehmen, dürfen wir die beiden letzten Glieder vernachlässigen und setzen

$$P_{q,s}[0, \mathfrak{v} - U] \cong P_{q'}[0, \mathfrak{v} - U] =$$

$$= \frac{1}{(1-\beta)\, D_x\, a_{x\overline{n}|}}\, v \sum_{k=0}^{n-1} D_{x+k} \cdot s_{x+k}\left[{}_{k+1}\mathfrak{v}_{x\overline{n}|} - {}_{k+1}U_{x\overline{n}|}\right]. \tag{20}$$

Die Dekremententafel $L_{q,s}(k)$ erscheint durch die gewöhnliche Absterbeordnung l_{x+k} ersetzt. Ist das vollständige Deckungskapital ${}_t\mathfrak{v}_{x\overline{n}|}$ bestimmt und sind die Abfindungswerte ${}_tU_{x\overline{n}|}$ festgelegt, so lässt sich der Einfluss einer Variation der Stornowahrscheinlichkeiten mit kleinem Rechenaufwand ermitteln, da die Neuberechnung der

Dekrementententafel entfällt. Der Wegfall der Dekrementententafel aus der Rechnung wiegt für unsere Aufgabe die Ermittlung des vollständigen Deckungskapitals mehr als auf.

Sofern die Gewinnanteile als Bruchteil der Tarifprämie festgesetzt sind, gilt für das Korrekturglied die ohne weiteres verständliche Näherung

$$P_{q,s}[0, \mathfrak{v} - U] \cong \frac{v \sum_{k=0}^{n-1} D_{x+k}\, s_{x+k} \left[{}_{k+1}\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_{k+1}U_{\overline{xn}|}\right]}{(1-\beta) \sum_{k=0}^{n-1} D_{x+k} \left[1 - \Delta_{x+k}\right]} \cdot \tag{21}$$

IV. Spezialfälle.

1. Fall: Der Abfindungswert ${}_tU_{\overline{xn}|}$ ist gleich dem vollständigen Deckungskapital ${}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|}$.

$$P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - \mathfrak{v}] = 0\,,$$

$$\pi_{\mu,\lambda}[1, \mathfrak{v}] = \pi_{\mu}[1]\,.$$

Die Tarifprämie unter Einbezug des Stornos ist gleich der Tarifprämie ohne Berücksichtigung des Stornos.

2. Fall: Der Abfindungswert ${}_tU_{\overline{xn}|}$ ist gleich dem ausreichenden Deckungskapital ${}_tV^a_{\overline{xn}|}$ vermehrt um den Bruchteil u der Gewinnreserve, alle diese Werte berechnet ohne Einbezug des Stornos.

$${}_tU_{\overline{xn}|} = {}_tV^a_{\overline{xn}|} + u\left[{}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_tV^a_{\overline{xn}|}\right],$$

$${}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_tU_{\overline{xn}|} = (1+u)\left[{}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_tV^a_{\overline{xn}|}\right],$$

$$P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - U] = (1+u)\, P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - V^a]\,.$$

3. Fall: Der Abfindungswert ist gleich dem mit α' gezillmerten Nettodeckungskapital, und es ist keine Gewinnbeteiligung vorgesehen.

$${}_t\mathfrak{v}_{\overline{xn}|} - {}_tU_{\overline{xn}|} = {}_tV^{\alpha}_{\overline{xn}|} - {}_tV^{\alpha'}_{\overline{xn}|} = (\alpha' - \alpha)\left[1 - {}_tV_{\overline{xn}|}\right],$$

$$P_{\mu,\lambda}[0, \mathfrak{v} - U] = (\alpha' - \alpha)\, P_{\mu,\lambda}[0, 1 - V]\,.$$

V. Praktische Auswertung.

1. Prüfung der Näherungsformel für P.

Die Genauigkeit der Näherungsformel (21) für das Korrekturglied $P_{q,s}[0, \mathfrak{v} - U]$ wird mit den folgenden Rechnungsvoraussetzungen geprüft:

a) Sterblichkeit: Schweizerische Sterbetafel für Männer 1921/30.

b) Zinsfuss: $2^3/_4$ %.

c) Abschlusskosten: 40 ‰ der Versicherungssumme.

d) Laufende Kosten: 3 % der Barprämie und 2 ‰ der Versicherungssumme (Barprämie = Tarifprämie — vergüteter Gewinnanteil).

e) Abfindungswerte: Nettodeckungskapital nach der schweizerischen Sterbetafel für Männer 1921/30, $3^1/_2$ %, unter Abzug von 40 ‰ des Unterschiedes zwischen der Versicherungssumme und dem Nettodeckungskapital, wobei der Abzug höchstens $^1/_3$ des Nettodeckungskapitals betragen darf. Ein Abfindungswert wird gewährt nach $^1/_{10}$ der Versicherungsdauer, wobei die sich so ergebende Dauer auf ganze Jahre aufgerundet wird.

f) Stornowahrscheinlichkeiten:

im 1. Versicherungsjahr . . .	0,076	der Versicherungssumme
» 2. » . . .	0,036	» »
» 3. und in den folgenden Versicherungsjahren . .	0,017	» »

g) Gewinnanteil:

System I: Gleichbleibender Gewinnanteil von 10 % der Tarifprämie, erstmals verrechnet mit der 3. Jahresprämie; keine Schlussdividende.

System II: Jährlich gleichmässig steigender Gewinnanteil von 2,5 % der Tarifprämie, erstmals verrechnet mit der 3. Jahresprämie; keine Schlussdividende.

Ergebnisse.

Abschluss-alter	Versicherungs-dauer	Gewinn-system	Tarifprämie für die Summe 1000			
			ohne Einschluss des Stornos	*mit* Einschluss des Stornos		
				genau	genähert	Fehler *)
30.	25	I	40,11	39,77	39,76	— 0,3
		II	47,59	45,99	45,92	— 1,5
45.	15	I	73,87	73,37	73,40	0,4
		II	78,09	76,99	77,01	0,3

*) In ‰ des genauen Wertes.

2. Variation des vorzeitigen Abganges.

In Anlehnung an die Ergebnisse einer Stornomessung in der Grosslebensversicherung 1924—1941 der Basler Lebens-Versicherungs-Gesellschaft [1]) nehmen wir den folgenden Verlauf des vorzeitigen Abganges an:

A. *Normaler Verlauf;* alle Abschlussalter und alle Versicherungsdauern zusammengefasst.

B. *Normaler Verlauf;* alle Abschlussalter und die Versicherungsdauern 20—29 Jahre zusammengefasst; $A \cong B$, weshalb für die Berechnungen $B = A$ angenommen.

C. *Normaler Verlauf;* alle Abschlussalter und die Versicherungsdauern 10—19 Jahre zusammengefasst.

D. *Beobachteter Verlauf* (ausgeglichene Werte) des Beginnjahres 1925 *unter Einwirkung der wirtschaftlichen und politischen Störungen;* alle Abschlussalter und die Versicherungsdauern 10—19 Jahre zusammengefasst.

E. *Beobachteter Verlauf* (ausgeglichene Werte) des Beginnjahres 1925 *unter Einwirkung der wirtschaftlichen und politischen Störungen* bis $t = 15$, nachher symmetrisches Absinken angenommen; alle Abschlussalter und die Versicherungsdauern 20—29 Jahre zusammengefasst.

---

[1]) Die Ergebnisse dieser Stornomessung werden im Band 62 (1943) des Assekuranz-Jahrbuches ausführlich besprochen.

Stornowahrscheinlichkeiten
in Prozenten der Versicherungssummen.

t	$A = B$	C	D	E	t	$A = B$	C	D	E
0	7,6	4,3	4,2	8,3	13	1,7	0,6	4,4	2,8
1	3,6	0,7	0,8	2,9	14	1,7	0,6	4,8	2,8
2	1,7	0,6	0,6	2,1	15	1,7	—	—	2,9
3	1,7	0,6	0,4	2,2	16	1,7			2,8
4	1,7	0,6	0,8	2,2	17	1,7			2,8
5	1,7	0,6	1,2	2,3	18	1,7			2,7
6	1,7	0,6	1,6	2,3	19	1,7			2,6
7	1,7	0,6	2,0	2,4	20	1,7			2,6
8	1,7	0,6	2,4	2,5	21	1,7			2,5
9	1,7	0,6	2,8	2,5	22	1,7			2,5
10	1,7	0,6	3,2	2,6	23	1,7			2,4
11	1,7	0,6	3,6	2,6	24	1,7			2,3
12	1,7	0,6	4,0	2,7					

Ergebnisse.

Abschluss-alter	Versicherungs-dauer	Gewinn-system	Storno-annahme	Tarifprämie für die Summe 1000		
				ohne Storno	*mit* Storno	
					absolut	in % der Tarifprämie ohne Storno
30.	25	I	A = B	40,11	39,76	99,1
			E		39,61	98,8
		II	A = B	47,59	45,92	96,5
			E		45,15	94,9
45.	15	I	A	73,87	73,40	99,4
			C		73,68	99,7
			D		73,50	99,5
		II	A	78,09	77,01	98,6
			C		77,68	99,5
			D		77,05	98,7

3. Variation der Abfindungswerte.

Bei einem Rechnungszinsfuss 2. Ordnung von $2\frac{3}{4}$ % sollen die Rechnungsgrundlagen für die Abfindungswerte folgendermassen variiert werden:

α) Schweizerische Sterbetafel für Männer 1921/30, 2½ %.
β) Schweizerische Sterbetafel für Männer 1921/30, 3½ %.
γ) Sterbetafel M & W I, 3½ %.

Ergebnisse.

Abschlussalter	Versicherungsdauer	Gewinnsystem	Stornoannahme	Abfindungswerte	Tarifprämie für die Summe 1000		
					ohne Storno	*mit* Storno	
						absolut	in % der Tarifprämie ohne Storno
30 . . .	25	I	A = B	α	40,11	40,11	100,0
				β		39,76	99,1
				γ		39,59	98,7
			E	α		40,14	100,1
				β		39,61	98,8
				γ		39,35	98,1
		II	A = B	α	47,59	46,34	97,4
				β		45,92	96,5
				γ		45,71	96,1
			E	α		45,78	96,2
				β		45,15	94,9
				γ		44,84	94,2
45 . . .	15	I	A	α	73,87	73,62	99,7
				β		73,40	99,4
				γ		73,29	99,2
			C	α		73,76	99,8
				β		73,68	99,7
				γ		73,64	99,7
			D	α		73,74	99,8
				β		73,50	99,5
				γ		73,38	99,3
		II	A	α	78,09	77,25	98,9
				β		77,01	98,6
				γ		76,90	98,5
			C	α		77,76	99,6
				β		77,68	99,5
				γ		77,64	99,4
			D	α		77,31	99,0
				β		77,05	98,7
				γ		76,93	98,5

4. Variation des Rechnungszinsfusses.

Der Einbezug des vorzeitigen Abganges führt, wie die durchgerechneten Beispiele zeigen, nicht unbedingt zu einer Ermässigung der Tarifprämie; im Falle der festen Gewinnanteile tritt eine allerdings nur unbedeutende Prämienerhöhung ein. Die gleiche Erscheinung findet sich ausgeprägter, wenn unter sonst gleichen Bedingungen der Rechnungszinsfuss für die Tarifprämie auf 3½ %, derjenige für die Abfindungswerte auf 3 % erhöht wird.

Ergebnisse.

Abschluss-alter	Versicherungs-dauer	Gewinn-system	Storno-annahme	Abfindungswerte nach	Tarifprämie für die Summe 1000		
					ohne Storno	*mit* Storno	
						absolut	in % der Tarifprämie ohne Storno
30	25	I	A	SM 1921/30 3%	37,25	37,37	100,3
			E			37,44	100,5

Die durchgeführten Berechnungen fussen auf Stornoerfahrungen aus den letzten Jahren, ferner auf Annahmen über die Verzinsung und über die Bemessung der Abfindungswerte, welche den heute geltenden Anschauungen entsprechen; aus diesen Berechnungen dürfen wir daher die nachstehenden, allgemein gültigen *Folgerungen* ziehen:

1. Der Einbezug des normalen vorzeitigen Abganges in die Berechnung der Tarifprämie führt bei Systemen mit konstanten Gewinnanteilen (System I) zu keiner nennenswerten Verbilligung der Tarifprämie; bei Systemen mit steigenden Gewinnanteilen (System II) dagegen bewirkt der Einbezug des Stornos eine fühlbare Senkung der Kosten.
2. Der erhöhte vorzeitige Abgang in wirtschaftlich und politisch unruhigen Zeiten kann bei Systemen mit festen Gewinnanteilen die ohne Einbezug des Stornos berechnete Tarifprämie ungenügend werden lassen, d. h. er verlangt theoretisch eine Anpassung der Gewinnanteile, auch wenn die übrigen Rechnungs-

elemente gleich bleiben. Die Erhöhung des vorzeitigen Abganges bewirkt also eine Verkleinerung der Überschüsse, selbst wenn Zinsertrag und Sterblichkeit unverändert günstig verlaufen. Diese Tatsache zwingt zu einer vorsichtigen Festsetzung der Abfindungswerte.

Literaturnachweis.

[1] Man vergleiche darüber auch die früheren Arbeiten des *Verfassers:*

1. Deckungskapital und Storno. — Assekuranz-Jahrbuch, Band 54, Wien 1935, S. 27—37.
2. Die Gewinne aus der vorzeitigen Vertragsauflösung in der Lebensversicherung. — Das Versicherungsarchiv, 9. Jahrgang, Nr. 6, Wien 1938, S. 365 bis 375.
3. Zur Bestimmung der Abfindungswerte in der Lebensversicherung unter Anrechnung der Gewinnreserve. — Berichte des XII. Internationalen Kongresses der Versicherungsmathematiker, Luzern 1940, Band II, S. 371 bis 380.

[2] Ohne Vollständigkeit zu erstreben, nennen wir nachstehend die Abhandlungen über die Darstellung äquivalenter Prämiensysteme:

1. *F. P. Cantelli:* Genesi e costruzione delle tavole di mutualità. — Bollettino di Notizie sul Credito e sulla Previdenza, N. 3, Roma 1914.
2. *I. Messina:* Le probabilità parziali nella matematica attuariale. — Bollettino di Notizie sul Credito e sulla Previdenza, Roma 1916.
3. *L. Lordi:* Sulla teoria dei capitali accumulati. — Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, Anno 1, Roma 1930, S. 208—218 und Anno 2, Roma 1931, S. 55—57.
4. *P. Mazzoni:* Contributo alla teoria degli accumuli. — Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, Anno 3, Roma 1932, S. 37—53.
5. *M. Jacob:* Il prezzo di riscatto e la teoria dei capitali accumulati. — Atti del Secondo Congresso Nazionale di Scienza delle assicurazioni, Vol. II, Roma 1933.
6. *M. Jacob:* Sui metodi di approssimazione per il calcolo dei premi nelle assicurazioni d'invalidità. — Atti del Decimo Congresso Internazionale degli Attuari, Vol. I, Roma 1934, S. 304—329.
7. *E. Zwinggi:* Ein Beitrag zur Deckungskapitalberechnung. — Aktuárské Vědy, Band 4, Praha 1934, S. 1—10.
8. *M. Jacob:* Zur Berechnung von Versicherungswerten bei Änderung der Rechnungselemente. — Assekuranz-Jahrbuch, Band 54, Wien 1935, S. 56—64.

9. *M. Jacob:* Über eine interpretative Betrachtungsweise in der Versicherungsmathematik. — Comptes-rendus du deuxième congrès des mathématiciens des pays slaves 1934, Praha 1935.

10. *M. Jacob:* Approximationsmethoden in der Versicherungsmathematik. — Ungarische Rundschau für Versicherungswissenschaft VII. 3—4, Budapest 1937.

11. *C. E. Bonferroni:* Sul calcolo di un accumulo. — Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, Anno 9, Roma 1938, S. 318—337.

12. *F. P. Cantelli:* Sulle leggi di mutualità e sulle equazioni delle riserve matematiche. — Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, Anno 9, Roma 1938, S. 159—169.

13. *S. Kolodziejczyk:* Sulla soluzione generale dell' equazione dei capitali accumulati. — Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari, Anno 9, Roma 1938, S. 219—230.

14. *R. Taucer:* Lo storno nell' assicurazione sulla vita. — Berichte des XII. Internationalen Kongresses der Versicherungsmathematiker, Luzern 1940, Band III, S. 71—78.

[3] *M. Jacob:* Sui metodi di approssimazione per il calcolo dei premi nelle assicurazioni d'invalidità. — Atti del Decimo Congresso Internazionale degli Attuari, Vol. I, Roma 1934, S. 304—329.

[4] *M. Jacob:* loc. cit. [3].

Ausserdem die schöne Abhandlung von *H. Schärf:* Über einige Variationsprobleme der Versicherungsmathematik. — Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 41, Bern 1941, S. 163—196.