

# Häufigkeit und Schwankungsbereich der Invaliditätsfälle im Einzelgeschäft der schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften 1931-1941

Autor(en): **Wiesler, Hans**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **45 (1945)**

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-555078>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Häufigkeit und Schwankungsbereich der Invaliditätsfälle im Einzelgeschäft der schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften 1931—1941

Von Hans Wiesler, Bern

## I. Die Invalidenstatistik

### der schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften 1931—1941

Das Eidgenössische Versicherungsamt hat in seinem Bericht «Die privaten Versicherungsunternehmungen in der Schweiz im Jahre 1942» die Ergebnisse einer im Jahre 1943 durchgeführten statistischen Erhebung über die Häufigkeit von Invaliditätsfällen im Einzelgeschäft der schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften veröffentlicht; den Angaben entnehmen wir die folgende Zusammenstellung:

Tabelle 1

In- validitäts- grad	Alter der Ver- sicherten	Gruppe A			Gruppe B		
		1931—1941 unter einjährigem Risiko gestandene Policen	Beobachtete Invaliditätsfälle		1931—1941 unter einjährigem Risiko gestandene Policen	Beobachtete Invaliditätsfälle	
			Anzahl	in ‰ der unter Risiko gestandenen Policen		Anzahl	in ‰ der unter Risiko gestandenen Policen
%							
25—100	15—30	29 268	20	0,68	66 332	23	0,35
25—100	31—45	55 321	56	1,01	93 031	67	0,72
25—100	46—55	12 418	12	0,97	16 743	26	1,55
25—100	56—65	1 194	4	3,35	1 389	4	2,88
25—100	15—65	98 201	92	0,94	177 495	120	0,68
		Gruppe C			Gruppe D		
100	15—30	14 780	—	—	1 967 048	100	0,05
100	31—45	11 693	5	0,43	1 257 834	145	0,12
100	46—55	2 635	—	—	410 650	102	0,25
100	56—65	512	1	1,95	164 172	75	0,46
100	15—65	29 620	6	0,20	3 799 704	422	0,11

Der Invaliditätsbegriff ist nicht bei allen Gesellschaften und in allen Zusatztarifen gleich umschrieben. Das Risiko, das durch die Invaliditätszusatzversicherung gedeckt ist, ist deshalb nicht immer gleichartig. Um brauchbare Vergleichszahlen zu erhalten, ist folgende Trennung durchgeführt worden:

- Gruppe A: Vollständige oder teilweise, dauernde oder vorübergehende Invalidität, verursacht durch Krankheit oder Unfall.
- Gruppe B: Vollständige oder teilweise, voraussichtlich dauernde Invalidität, verursacht durch Krankheit oder Unfall.
- Gruppe C: Vollständige, voraussichtlich dauernde Invalidität, verursacht durch Krankheit oder Unfall.
- Gruppe D: Vollständige, voraussichtlich dauernde Invalidität, verursacht durch bestimmte fest umschriebene Gebrechen (z. B. Verlust beider Arme oder Beine usw.).

Daneben wurden die folgenden Richtlinien befolgt:

- a) Die Bestände der Gross- und der Kleinlebensversicherung, mit und ohne ärztliche Untersuchung, sind zusammengefasst; jedoch sind die Erfahrungen aus der Gruppenversicherung nicht in die Beobachtungen einbezogen.
- b) Eine Unterscheidung nach den Geschlechtern ist nicht vorgenommen worden.
- c) Als Element der Zählung gilt die Police.
- d) Die Einheit der Beobachtungszeit ist das Versicherungsjahr.
- e) Die Erhebung erstreckt sich über die Jahre 1931—1941; die Beobachtung umfasst somit 10 Jahre, wobei zwei Kriegsjahre.

## II. Bestimmung der Zuverlässigkeit der Ergebnisse

Wir betrachten es in dieser Arbeit als unsere Aufgabe, die Ergebnisse der Invalidenstatistik 1931—1941 auf ihre Zuverlässigkeit zu prüfen und die Sicherheitsschranken zu bestimmen. Allgemein ist folgendes festzuhalten: In der Invalidenversicherung beruht die Schadenermittlung nicht auf einem eindeutigen Kriterium. Die Invalidität hängt unter anderm ab von den wirtschaftlichen Bedingungen,

indem bei Vollbeschäftigung eine versicherte Person meist weniger geneigt ist, sich als «invalid» zu erklären, als bei drohender Arbeitslosigkeit. Auch hängt die Erwerbsunfähigkeit und ihr Grad von psychologischen Momenten ab. Es wäre also durchaus möglich, dass den mitgeteilten Ergebnissen wenig Zuverlässigkeit zukommt, sei es, dass die Beobachtungen aus zu verschiedenen, nicht homogenen Beständen stammen, sei es, dass die Invalidierungspraxis der einzelnen Gesellschaften sehr unterschiedlich ist. Bevor wir auf die Bestimmung der Fehlerschranken eingehen, müssen wir uns folgende fundamentale Frage stellen: *Ist anzunehmen, dass die Verhältniszahlen, wie sie von den verschiedenen Gesellschaften beobachtet wurden, aus derselben Grundgesamtheit stammen?* Mit andern Worten: *Erfolgte die Invalidierungspraxis nach den gleichen Grundsätzen?* Oder noch: *Sind die erhaltenen relativen Invalidierungshäufigkeiten tatsächlich Invalidierungswahrscheinlichkeiten, d. h. Teilfolgen eines echten Kollektivs?*

Die zuverlässigste und unmittelbarste Antwort auf die gestellte Frage wäre wohl, nachzuprüfen, ob wirklich jeder Fall gemäss einer allgemein gültigen Norm in die betreffende Gruppe eingereiht worden ist. Da aber die Unterlagen zu den einzelnen Erhebungen nicht zugänglich sind, bleibt nur der indirekte Weg offen, die rohen Zahlen miteinander zu vergleichen und auf Grund von Kriterien aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung über deren Vereinbarkeit zu entscheiden. Aber auch dieser Weg ist nur bedingt gangbar: lägen die Ergebnisse der Gesellschaften einzeln vor, so könnte die Frage mittels des Kriteriums  $\chi^2$  wohl ideal beantwortet werden; so aber müssen wir einen Umweg gehen.

Es war uns möglich, die Beobachtungen der 8 Versicherungsgesellschaften der Gruppe B aufzuteilen in die Bestände der bestimmten Gesellschaft Q und der restlichen 7 Gesellschaften <sup>1)</sup>. Die Aufteilung ist in Tabelle 2 wiedergegeben.

---

<sup>1)</sup> Die Zahlen der Gruppe A zeigen einen unregelmässigen Verlauf, was sich wohl hauptsächlich aus der Beschränktheit der Bestände erklären dürfte. Die Gruppe B hingegen enthält die Beobachtungen von 8 Gesellschaften. Da das in dieser Gruppe umschriebene Invaliditätsrisiko den Bedingungen des Invaliditätszusatzes zu der Einzelkapitalversicherung am nächsten kommt, beschränken wir uns auf die Untersuchung dieser Gruppe.

Tabelle 2

Alter der Versicherten	7 Gesellschaften			Gesellschaft Q			Differenz $ j'_x - j''_x $	$\xi$	$P(>\xi)$
	1931-1941 unter einjährigem Risiko gestandene Policen $N_1$	Beobachtete Invalidityfälle		1931-1941 unter einjährigem Risiko gestandene Policen $N_2$	Beobachtete Invalidityfälle				
		Anzahl	in 0/00 der unter Beobachtung gestandenen Policen $j'_x$		Anzahl	in 0/00 der unter Beobachtung gestandenen Policen $j''_x$			
15—30	63 292	22	0,348	3 040	1	0,329	0,000 019	0,0549	0,477
31—45	81 197	55	0,677	11 834	12	1,014	0,000 337	1,2770	0,102
46—55	12 521	19	1,517	4 222	7	1,658	0,000 141	0,2013	0,421
56—65	910	4	4,396	479	0	0			
15—65	157 920	100		19 575	20				

Die Beantwortung nach der Homogenität des Beobachtungsmaterials geht nun dahin, zu entscheiden, ob die beiden relativen Häufigkeiten  $j'_x$  und  $j''_x$  aus den Stichproben vom Umfange  $N_1$  und  $N_2$  wesentlich verschieden sind oder nur zufällig. Ist das letzte der Fall, so sind wir berechtigt, anzunehmen, die beiden Stichproben stammen aus der gleichen Grundgesamtheit. Da nicht zum vornherein anzunehmen ist, die Altersstruktur der beiden Vergleichsbestände sei gleichartig, müsste die Untersuchung für jedes Alter einzeln durchgeführt werden. Die kleinen Besetzungszahlen aber erlauben dies nicht, so dass wir uns auf die in der Statistik gegebenen Altersgruppen beschränken. Die dadurch verursachte Ungenauigkeit dürfte gering sein.

Um einen Anhaltspunkt über die Streuung der beiden Grössen  $j_x$  zu erhalten, treffen wir die Annahme, es liege dem Ereignis die Wahrscheinlichkeit

$$i_x = \frac{N_1 j'_x + N_2 j''_x}{N_1 + N_2}$$

zugrunde. Alsdann folgt für die beiden Streuungen in bezug auf  $i_x$

$$\sigma_{j'_x} = \sqrt{\frac{i_x(1-i_x)}{N_1}} \quad \text{und} \quad \sigma_{j''_x} = \sqrt{\frac{i_x(1-i_x)}{N_2}} .$$

Die Streuung der Differenz  $|j'_x - j''_x|$  ist, da keine Korrelation anzunehmen ist, gegeben durch

$$\sigma^2_{j'_x - j''_x} = \sigma^2_{j'_x} + \sigma^2_{j''_x}.$$

Sind die Umfänge der Stichproben  $N_1$  und  $N_2$  gross, so kann angenommen werden, die Veränderliche

$$\xi = \frac{j'_x - j''_x}{\sigma_{j'_x - j''_x}}$$

sei *normal* verteilt mit  $\sigma_{j'_x - j''_x}$  als Einheit. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Unterschied  $\xi$  in einer Richtung ausserhalb der Grenzen 0 bis  $\xi$  fällt, bestimmt sich somit aus dem Integral

$$P(> \xi) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi. \quad (1)$$

Die Ergebnisse der Rechnung sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Danach fallen alle Werte  $P(> \xi)$  grösser als 0,10 aus, d. h. in mehr als 10 von 100 Untersuchungen hätten wir für den Unterschied der relativen Häufigkeiten  $j'_x - j''_x$  einen grösseren als den tatsächlich erhaltenen Wert bekommen. Die Auslegung, die wir diesem Resultat geben, ist in gewissem Sinne subjektiv. Hingegen darf angenommen werden, dass die Übereinstimmung der beiden Stichproben in allen drei Altersgruppen gut ist, denn allgemein werden schon Wahrscheinlichkeiten  $P > 0,025$  als Mass dafür angesehen, dass ein wesentlicher Unterschied nicht vorliegt. Es ergibt sich somit die *Folgerung*: Die beiden Gesamtheiten entstammen entweder demselben Grundkollektiv, oder, falls sie ungleichartig sind, hebt die verschiedene Invalierungspraxis die Unterschiede wieder auf. Auf alle Fälle dürfen die beiden Gesamtheiten vereinigt werden.

Nachdem bedingt der Schluss berechtigt ist, die relativen Häufigkeiten aus den Beobachtungen der verschiedenen Gesellschaften als Teilfolgen eines echten Kollektivs zu betrachten, sollen im folgenden die Fehlergrenzen dieser Invaliditätswahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Da sämtliche Verhältniszahlen  $i_x$  kleiner sind als 0,003, wollen wir die *Poissonsche* Abschätzungsformel

$$w_x = \frac{m^x \cdot e^{-x}}{x!} \quad (2)$$

verwenden. Sie gilt auch dann, wenn die Einzelwahrscheinlichkeiten von Versuch zu Versuch schwanken. Es wird für den Grenzübergang nur vorausgesetzt, dass die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten (oder die mittlere Erwartungszahl)

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = m$$

konstant bleibt <sup>1)</sup>.

In unserem Beispiel sind die mittleren (und zugleich wahrscheinlichsten) Erwartungszahlen  $m$  gegeben in den absoluten Häufigkeitszahlen der Beobachtungsgruppe B, die mit der Wahrscheinlichkeit

$$w_m = \frac{m^m \cdot e^{-m}}{m!}$$

zu erwarten sind.

Durch Summierung

$$W_{m \pm x} = \sum_x \frac{m^{(m \pm x)} e^{-(m \pm x)}}{(m \pm x)!}$$

erhalten wir die Werte für die Wahrscheinlichkeit, dass die Abweichungen nach oben (+) oder nach unten (—) den Hauptwert  $m$  um  $x$  nicht übertreffen.

In Tabelle 3 haben wir für jede Altersgruppe die Wahrscheinlichkeit berechnet, mit der der Mittelwert (Zahl der Invalidenfälle) zu erwarten ist. Dieser nimmt mit der Zahl der Beobachtungen  $n$  ab wie  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ . Anschliessend enthält die Tabelle zu jeder Abweichung vom Mittelwert die Wahrscheinlichkeit, dass diese Abweichung unter- bzw. überschritten wird. Während für die Häufigkeiten 23, 26 und 4 die *Poissonsche* Formel benutzt wurde, haben wir für den Wert 67, um umständliche Rechnung zu umgehen, das *Laplacesche* Wahrscheinlichkeitsintegral (1) verwendet, wodurch die Fehlerverteilung in eine *Gaussche* überging. Die Abweichung ist nicht bedeutend.

<sup>1)</sup> Bekanntlich geht in die *Poissonsche* Exponentialformel die Versuchszahl  $N$  nicht ein; sie ist im Mittelwert  $m$  enthalten. Dass aber dies der beste zu verwendende Mittelwert ist, wurde von *Borkiewicz* bewiesen.

Abweichung von der Erwartungs- zahl $x$	Mittlere Erwartungszahlen				
	23	67	26	4	
25		1,54			Wahrscheinlichkeit in %, dass die Erwartungszahl um mehr als $x$ unterschritten wird
24		1,92			
23		2,33			
22		2,87			
21		3,43			
20		4,18			
19		5,05			
18		6,06			
17		7,08			
16		8,38			
15		9,68			
14		11,31			
13		13,14			
12		14,92	0,76		
11	0,91	17,11	1,42		
10	1,74	19,49	2,48		
9	3,11	21,76	4,11		
8	5,20	24,51	6,46		
7	8,21	27,09	9,68		
6	12,28	30,15	13,87		
5	17,48	33,36	19,05		
4	23,77	36,32	25,17	1,83	
3	31,01	39,74	32,09	9,16	
2	38,94	43,26	39,59	23,81	
1	47,23	46,42	47,39	43,35	
0	8,29	4,88	7,80	19,54	Wahrscheinlichkeit der Erwartungszahl in %
1	44,49	46,42	44,81	37,12	Wahrscheinlichkeit in %, dass die Erwartungszahl um mehr als $x$ überschritten wird
2	36,54	43,26	37,30	21,49	
3	29,24	39,74	30,33	11,07	
4	22,77	36,32	24,07	5,11	
5	17,26	33,36	18,66	2,14	
6	12,74	30,15	14,11	0,81	
7	9,15	27,09	10,42	0,28	
8	6,40	24,51	7,51		
9	4,36	21,76	5,28		
10	2,90	19,49	3,63		
11	1,87	17,11	2,44		
12	1,18	14,92	1,60		
13	0,73	13,14	1,03		
14		11,31	0,64		
15		9,68			
16		8,38			
17		7,08			
18		6,06			
19		5,05			
20		4,18			
21		3,43			
22		2,87			
23		2,33			
24		1,92			
25		1,54			
26		1,22			



Aus der Tabelle kann die Sicherheitsschranke von 1 % bis 100 % sowohl für die absolute, wie für die relative Häufigkeit der Invaliditätsfälle abgelesen werden. Für die erste nimmt die Streuung mit der Zahl der Beobachtungen zu wie  $\sqrt{n}$ , für die zweite ab wie  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ . Sollten die Zahlen als Grundlage für eine Invaliditätsfunktion benutzt werden, so wird es eine Ermessensfrage sein, auf welche Sicherheitsschranke man sich einigen will. Wollen wir *systematische* Abweichungen ausser Spiel lassen, so wird man im allgemeinen die 10 %-, 5 %- oder gar 1 %-Schranke nicht überschreiten, denn man kann alsdann mit einer Sicherheit von 90 %, 95 % oder 99 % damit rechnen, dass das Intervall nicht übertroffen wird. Als Maßstab für die Schwankungsbreite dient oft die *wahrscheinliche Abweichung* (w. A.), d. h. die Abweichung, die mit ebenso grosser Wahrscheinlichkeit übertroffen wird als auch nicht. Es ergeben sich für sie und ihre Vielfachen folgende Werte:

Vielfaches der wahrscheinlichen Abweichung (w. A.)	Wahrscheinlichkeit des Übertreffens in der einen Richtung
1 w. A.	0,25
2 w. A.	0,088
3 w. A.	0,0215

Für die Häufigkeit der Altersgruppe 56—65 zeigt die im Verhältnis zur kleinen mittleren Erwartungszahl grosse Schwankungsbreite, dass wir uns hier auf unsicherem Boden befinden. Die kleine Zahl der Risiken unter Beobachtung, die diese Unsicherheit verursacht, ist aber anderseits ein Kennzeichen dafür, dass dieser Gruppe nicht allzugrosse Bedeutung beizumessen ist.

Sollten als Invaliditätsfunktion die mittleren Erwartungszahlen selbst, ohne Berücksichtigung von Abweichungen benutzt werden, so würde der Verlauf der Invaliditätswahrscheinlichkeiten der Gruppe B sehr gut dargestellt durch eine Exponentialfunktion von der Gestalt  $y = ks^x$ . Für die mittels der Methode der Kleinsten Quadrate errechneten Konstanten folgt

$$\underline{i_x = 0,000\ 250\ 377 \cdot 1,0626^{x-20} .}$$