Die Bestimmung von durchschnittlichen Krankenkosten an Stichproben

Autor(en): **Romer, Bernhard**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **47 (1947)**

PDF erstellt am: **16.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-966847

Die Bestimmung von durchschnittlichen Krankenkosten an Stichproben [1]

Von *Bernhard Romer*, Basel

§ 1.

Einleitung

Stichprobenverfahren haben sich auf weiten Gebieten der Naturwissenschaft, Technik und Wirtschaft eingebürgert. Das ist nicht verwunderlich, entspringt doch ihr Gebrauch einer mächtigen Leitidee unserer Zeit: dem Prinzip des ökonomischen Handelns. Wo grosse statistische Massen zu untersuchen sind, der Forscher infolgedessen mit seinen Kräften haushälterisch umgehen muss und er sich Rechenschaft gibt, ob für seine Fragestellung eine erschöpfende Behandlung sich überhaupt lohnt, wird er zumindest versuchen, mit Stichproben auszukommen. Der Wunsch, an Zeit, Mühe und Kosten zu sparen, führt daher oft zum Verzicht auf peinliches Durchdringen des gesamten statistischen Materials; man begnügt sich mit der Aufarbeitung eines stellvertretenden Bruchteils davon. Bisweilen ist an die erschöpfende Prüfung einer statistischen Menge überhaupt nicht zu denken, z. B. in der Industrie, wo die Prüfverfahren den Gegenstand zugleich zerstören. Ökonomische Vorteile lassen sich indessen meistens nicht erkaufen ohne statistische Nachteile: man opfert die logische Strenge.

Man weiss zum voraus, dass Ergebnisse, hergeleitet aus einer statistischen Masse, und Ergebnisse, gewonnen aus einer Teilmasse, nicht übereinzustimmen brauchen und selten übereinstimmen werden. Deshalb sind statistische Schlüsse vom Ganzen auf die Teile und noch mehr vom Teil zum Ganzen streng genommen unzulässig; man darf sie anfechten, denn es kommt ihnen kein logischer Zwang zu.

---

[1]) Die vorliegende Arbeit ist eine gekürzte Fassung der Basler Inauguraldissertation gleichen Titels (Basel 1946).

Andererseits leuchtet ein, dass Schlüsse und Rückschlüsse ihren zweifelhaften Charakter verlieren, je mehr der Umfang der Stichproben sich dem der Ausgangsmenge nähert; der Unsicherheitsgrad wird kleiner, jede daraus gezogene Folgerung treffender. Aber erst eine Stichprobenreihe, welche die Grundmenge völlig ausschöpft, liefert Angaben, deren Schwankungsbreite verschwindet. Entscheidend für die denkbaren Abweichungen ist also das Verhältnis der Umfänge.

Der Einwand, Folgerungen aus statistischen Ersatzmengen seien minderwertig, weil das Bild, das sie bieten, verzerrt, ihre Bilanz falsch sein könne, muss also ernst genommen werden, denn er ist grundsätzlicher Natur; jedenfalls richtet sich die Geltung derartiger Schlüsse nach der «Güte» der Ersatzmenge. Jede statistische Masse hat ihr eigenes Gesicht; je «ähnlicher» die Züge, wenigstens in bezug auf das Merkmal, das wir zu erforschen haben, desto einheitlicher die Urteile.

Tritt an die Stelle genauer Aufschlüsse ein System von Wahrscheinlichkeitsaussagen, so genügt dieser Ersatz nicht, um ein Urteil zu sichern; man benötigt darüber hinaus ein Mass für die Unschärfe, d. h. zahlenmässige Angaben über den Wahrscheinlichkeitsgrad der Aussage oder, anders ausgedrückt, Angaben über die wahrscheinlichen oder möglichen Fehlergrenzen. Damit stellt sich uns der Fragenkomplex in folgender Fassung dar:

1. Wie soll die Auslese für eine Stichprobe geschehen, damit Teil und Gesamtmenge «ähnlich» sind in bezug auf das untersuchte Merkmal?
2. Wie viele Glieder entnehmen wir der Grundmasse?
3. Wie verschafft man sich ein Mass dafür, wie zutreffend die «Ersatzbehauptung» ist?

Für die Technik der Auswahl haben sich zwei wesentlich verschiedene Verfahren herausgebildet:

a) Das Verfahren der «typischen Fälle». Wir wählen bewusst solche Glieder aus, welche die Grundverteilung kennzeichnen, also Glieder, von denen man z. B. weiss, dass sie häufig vorkommen, vielleicht gar überwiegen, oder sich um den Schwerpunkt gruppieren; auch zieht man Grenzfälle heran, um festzustellen, wie weit sich die Ausgangsmenge erstreckt. Die Methode setzt jedoch bereits bedeutende

Kenntnisse über die Grundmasse voraus, weil man «typische Fälle» sonst nicht mit Erfolg zu suchen vermöchte; ausserdem sind Präzisionsangaben nicht leicht in der wünschbaren handlichen Form zu machen.

Besser erfüllt die letzte Forderung ein anderes Vorgehen.

b) Die «Zufallsauslese». Aus der gut «gemischten» und deshalb in bezug auf die zu prüfende Grösse nicht mehr geordneten Menge zieht man «blind» irgendwelche Elemente. Es überlagern sich so zwei Zufallsverteilungen, nämlich die der Menge und die der Auswahl. Ist die Menge von innen her schon durcheinandergebracht, so dürfte die Entnahme auch nach einer bestimmten Ordnung erfolgen; ist sie es nicht, so bringt man die Unordnung von aussen heran, indem man «aufs Geratewohl» zieht. Es ist immer von Vorteil, wenn beide Methoden einander ergänzen. Die Erfahrung lehrt, dass bei grossen Gesamtheiten und nicht zu kleinen Stichproben die in der Ausgangsmenge weniger häufigen Glieder in der Teilmenge auch relativ selten erscheinen. Die geforderte «Ähnlichkeit» ist also mindestens andeutungsweise vorhanden; allerdings wird jeder Versuch, dies zwingend a priori zu begründen, scheitern müssen.

Wissen wir oder hegen wir den Verdacht, dass die Elemente der Masse noch nicht in dem von uns verlangten Sinne gemischt sind, so müssen wir das «Durcheinander» selbst herstellen. Wir ordnen nach mehreren «harmlosen» Merkmalen, d. h. nach solchen, die mit dem zu erforschenden keinerlei Zusammenhang aufweisen; falls sich keine unabhängigen Grössen finden lassen, ordnen wir nach einem Wirrwar der übrigen Merkmale, und wenn es nicht anders geht, nach dem, bei welchem man der schwächsten Verbundenheit mit dem fraglichen gewiss ist.

Um die dritte der genannten Fragen abzuklären, kann man verschiedene Bedingungen festlegen über die Art und Weise, wie die Elemente herausgeholt werden. Die aus den Stichproben erhaltenen Verteilungen geben durch ihre Streuungen zu erkennen, mit welchen Abweichungen und Verzerrungen zu rechnen ist, und der Vergleich dieser Streuungen unter sich zeigt weiter, wie sicher sie selbst als Ungenauigkeitsmass sind.

Ein Umstand ist noch besonders zu erwähnen. Die Erfahrung hat vielfach belegt, dass nicht allein das Verhältnis der Umfänge von Teil- und Gesamtmenge massgebend ist für die Präzision einer Aussage; ebenso grosse Wichtigkeit besitzt die Tatsache, dass neben dem Verhältnis der Umfänge auch deren absolute Grösse eine Wirkung hat. Das Unschärfeintervall verengert sich, die Fehlergrenzen rücken beliebig nahe zusammen, sofern man das «Einzugsgebiet» genug erweitert, sei es durch Ausdehnung des Umfanges der Stichproben, sei es durch Erweiterung der Gesamtzahl der Elemente. Grosse Massen werden durch nicht zu kleine Stichproben getreuer wiedergegeben, auch wenn das Verhältnis Teilmasse/Gesamtmasse fest bleibt oder unter Umständen sogar abnimmt. Diese Feststellung lässt sich übrigens auch aus den Gesetzen der grossen Zahlen erklären.

Wir stellen uns nun folgende Aufgabe, die gerade unseren in § 5 geschilderten zahlenmässigen Grundlagen angepasst ist: aus einer statistischen Masse, die «genügend gross» sei, werden Stichproben entnommen. Was dürfen wir auf Grund ihrer Ergebnisse erwarten?

Man denke sich eine statistische Masse des Umfangs N, von der man sonst nichts weiss, ausgeschöpft durch eine Reihe von Stichproben mit den Umfängen $n_1, n_2, \ldots n_k$, $\sum_{x=1}^{k} n_x = N$. Es sei ferner $0 \leqslant X \leqslant X_0$, d. h. die Zufallsvariable X nicht negativ und beschränkt. Ersichtlich bilden die Durchschnitte $\overline{X}$ in den einzelnen Stichproben eine neue Gesamtheit, die bei grossen n und nicht zu kleinen k angenähert eine Normalverteilung um den Gesamtdurchschnitt bilden. Wir können gewisse Aussagen gewinnen über die Zuverlässigkeit der Stichprobenergebnisse, sofern die Grundverteilung normal ist (χ^2-, t- und z-Test). Doch dürfen wir uns so lange nicht auf sie stützen, als wir nicht nachgewiesen haben, dass eine solche vorliegt.

Den Nachweis dafür, dass und wieweit Stichprobenverfahren bei zwar grossem, aber begrenztem Material möglich sind, können wir erbringen mittels Ausschöpfung der Gesamtmasse durch Stichproben. Eine bestimmte Gattung von Grössen X verlangt, wie wir zeigen werden, zur fruchtbaren Behandlung unserer Aufgabe die Variation aller drei Parameter, die eine Rolle spielen: nämlich von n, k und der Streuung der Zufallsveränderlichen X.

§ 2.

Stichproben in der Krankenversicherung

Alle Finanzierungspläne in der Krankenversicherung beruhen, wie in der Versicherung überhaupt, auf Durchschnittsberechnungen, die sich in der Regel auf die völlige Aufarbeitung eines Beobachtungsmaterials stützen. Es kann sich aber aus mannigfachen Gründen der Wunsch regen, eine Masszahl zu erhalten, ohne den ganzen Bestand gliedern zu müssen. Beispielsweise kann eine Kasse veranlasst sein, raschen Einblick in den durch bestimmte Krankheiten oder Krankheitsgruppen verursachten Schaden erhalten zu müssen, ohne alle Krankheitsfälle zusammenzustellen. Dergleichen Aufgaben fallen unter die Lehre von den Stichproben. Es gibt unseres Wissens bis jetzt in der Literatur kein Beispiel, wo Fragen der genannten Art praktisch und theoretisch behandelt worden sind. Deshalb scheint uns die Aufgabe von einiger Bedeutung zu sein, zu prüfen, in welchem Ausmasse Stichprobenberechnungen in der Krankenversicherung Ersatz bieten können für Vollerhebungen.

Bevor wir diese Frage behandeln, schieben wir die kombinatorische Theorie der Stichproben ein, soweit sie dann für unsere Zwecke benötigt wird.

§ 3.

Theorie der Stichproben

In der Theorie der Stichproben [1]) erheben sich vorerst die beiden grundsätzlichen Fragen:

Frage A: Irgendeine statistische Masse, deren Glieder das Grössenmerkmal X tragen, sei in allen Einzelheiten bekannt. Daraus werde eine Stichprobe entnommen, deren Umfang wir ebenfalls als gegeben annehmen. Wie ist die Stichprobe nach der Grösse X gegliedert?

Den Schluss von einem völlig bekannten Ganzen auf einen Teil nennen wir den «*direkten*» *Schluss*.

Frage B: Eine Stichprobe aus einer Masse gegebenen Umfanges sei genau bekannt. Wie ist die Ursprungsmenge nach X gegliedert?

Wir nennen den Schluss von einer Teil- auf die Gesamtmenge den statistischen «*Rückschluss*».

---

[1]) Man vergleiche z. B.: *O. N. Anderson:* Einführung in die mathematische Statistik, Wien 1935; *H. Gebelein:* Zahl und Wirklichkeit, Leipzig 1943.

Alle von uns zu untersuchenden Verteilungen beruhen darauf, dass die gedanklich unterschiedenen Zusammenstellungen von Elementen einzeln als je ein Fall gezählt werden können. Je nachdem, ob die Reihenfolge oder Wiederholbarkeit der Elemente als Unterscheidungsmerkmal miteinbezogen wird oder nicht, führen die Überlegungen zu verschiedenen Ergebnissen. Alle Verteilungen lassen sich indessen auf ein Urnenschema zurückführen, wie es in der Wahrscheinlichkeitsrechnung gebräuchlich ist.

Im folgenden werden wir lediglich die für uns wichtigsten Resultate der Theorie zusammenfassen, ohne die Herleitung anzugeben und ohne die Ergebnisse im einzelnen zu diskutieren. Ausführliche Beweise und Erörterungen findet der Leser teils in den genannten Werken von *Anderson* und vornehmlich von *Gebelein* und in der vollen Fassung dieser Arbeit.

A. Direkter Schluss

In einer Masse seien die Elemente Träger eines Grössenmerkmals X; M_1 Elemente von insgesamt N seien mit dem Wert X_1, M_2 mit dem Wert $X_2 \ldots$ und M_k mit X_k behaftet; $\sum_{x=1}^{k} M_x = N$. Die Elemente können etwa Policen einer bestimmten Versicherungsart sein, X die zugehörigen versicherten Summen, oder sie bedeuten Krankheitsfälle, X ihre Kosten usw.

Die Einteilung der Masse darf auch durch Zerlegen in Klassen geschehen. Dann lautet sie z. B. für Krankheitskosten: M_1 Fälle haben Kosten zwischen $X_1 \pm \partial_1$, M_2 Fälle zwischen $X_2 \pm \partial_2 \ldots$, M_k Fälle zwischen $X_k \pm \partial_k$. Dabei stellt X_x jeweils die Klassenmitte, ∂_x die halbe Klassenbreite dar.

Wir setzen ausdrücklich voraus, dass alle k Merkmalswerte wirklich vorkommen, folglich $M_x \geqslant 1$ für alle x.

Bei Entnahme einer Stichprobe von n Elementen sollen m_1 den Wert X_1 (oder die Klasse $X_1 \pm \partial_1$), m_2 den Wert X_2 (oder $X_2 \pm \partial_2$) $\ldots$ m_k den Wert X_k (oder $X_k \pm \delta_k$) haben. Es ist zu entscheiden, wie gross die relative Häufigkeit $h(M_x, N; m_x, n)$ für eine so beschaffene Stichprobe unter den aus der Ursprungsmenge möglichen desselben Umfanges n ist.

1. Die verschiedenen Verteilungen

a) Ohne Wiederholung

α) Ohne Rücksicht auf die Reihenfolge. Es gilt

$$h_{\mathrm{I}}(M_x, N; m_x, n) = \frac{\prod\limits_{x=1}^{k} \binom{M_x}{m_x}}{\binom{N}{n}}. \tag{1}$$

β) Mit Rücksicht auf die Reihenfolge. Hier wird

$$h_{\mathrm{II}}(M_x, N; m_x, n) = \frac{n! \prod\limits_{x=1}^{k} \binom{M_x}{m_x}}{\sum n! \prod\limits_{x=1}^{k} \binom{M_x}{m_x}} = h_{\mathrm{I}}. \tag{2}$$

Die relativen Häufigkeiten h_{I} und h_{II} fallen zusammen. Wir nennen beide von nun an einfach h_1.

b) Mit Wiederholung

α) Mit Rücksicht auf die Reihenfolge betrachten wir die Gruppen als verschieden, wenn sie dieselben Elemente, aber in verschiedener Reihenfolge enthalten. Damit kommen wir zu

$$h_2(M_x, N; m_x, n) = \frac{n!}{N^n} \prod_{x=1}^{k} \frac{M_x^{m_x}}{m_x!}. \tag{3}$$

β) Ohne Rücksicht auf die Reihenfolge. Wir bekommen

$$h_3(M_x, N; m_x, n) = \frac{\prod\limits_{x=1}^{k} \binom{M_x + m_x - 1}{m_x}}{\binom{N + n - 1}{n}}. \tag{4}$$

Es muss noch bemerkt werden, dass bei h_1 $0 \leqslant m_x \leqslant n$ gilt, wenn $n \leqslant M_x$; sofern $M_x < n \leqslant N$, ist $0 \leqslant m_x \leqslant M_x$. Für h_2 und h_3 jedoch ist $0 \leqslant m_x \leqslant n$ für alle n; es kann sogar $n > N$ sein.

2. *Kennwerte der Verteilungen*

Zu jeder der drei Verteilungen wollen wir nun den Erwartungswert des Durchschnitts der X in einer Stichprobe und den Erwartungswert der Streuung dieser Durchschnitte angeben.

a) Die Erwartungswerte des Durchschnitts $\overline{X}$

Wir haben

$$E_1(\overline{X}) = E_2(\overline{X}) = E_3(\overline{X}) = \frac{1}{N}\sum_{x=1}^{k} M_x X_x. \tag{5}$$

In den drei Verteilungen ist der Erwartungswert des Stichprobendurchschnitts gleich dem Gesamtdurchschnitt.

b) Die Streuungen

Die Streuung der Durchschnitte in den Stichproben um ihren Erwartungswert ist

für die Verteilung h_1

$$\mathrm{Str}_1\,(\overline{X}) = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{n-1}{N-1}\right)\left\{\frac{1}{N}\sum_{x=1}^{k} M_x X_x^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{x=1}^{k} M_x X_x\right)^3\right\}, \tag{6}$$

für h_2

$$\mathrm{Str}_2\,(\overline{X}) = \frac{1}{n}\left\{\frac{1}{N}\sum_{x=1}^{k} M_x X_x^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{x=1}^{k} M_x X_x\right)^2\right\}, \tag{7}$$

für h_3

$$\mathrm{Str}_3\,(\overline{X}) = \frac{1}{n}\left(1 + \frac{n-1}{N+1}\right)\left\{\frac{1}{N}\sum_{x=1}^{k} M_x X_x^2 - \frac{1}{N^2}\left(\sum_{x=1}^{k} M_x X_x\right)^2\right\}. \tag{8}$$

Die Formeln sind überall dreiteilig: $\frac{1}{n}$ gibt den Umfang der Teilmasse an; der ebenfalls in allen drei Streuungsformeln auftretende Klammerausdruck am Schlusse enthält die Streuung der Ursprungsmenge. Dazu tritt nun noch ein Faktor, der die Verteilung kennzeichnet. Seinetwegen ist

$$\mathrm{Str}_1 \leqslant \mathrm{Str}_2 \leqslant \mathrm{Str}_3.$$

B. Der Rückschluss

Eine Stichprobe von Elementen enthalte m_1 Glieder mit dem Merkmal X_1, m_2 mit $X_2 \ldots m_k$ mit X_k. Wir suchen die relative Häufigkeit dafür, dass die Grundmenge vom bekannten Umfang N durch die Besetzungszahlen $M_1 \ldots M_k$ gegliedert ist. Ein Teil der m_x kann auch 0 sein. Für diesen Fall wollen wir die Möglichkeit, dass auch $M_x = 0$ wird, in die Betrachtung einbeziehen. Dadurch wird die Frage mitbeantwortet, ob deshalb bestimmte X-Werte in der Stichprobe fehlen, weil sie auch in der Ursprungsmasse nicht vorhanden sind, oder nur weil sie bei der vorliegenden Auswahl übergangen worden sind. Von den k Werten $m_1, m_2 \ldots m_k$ mögen k_0 den Wert 0 haben, und nur die übrigen $(k - k_0)$ Grössen m seien mindestens gleich 1.

1. Die Verteilungen

a) Ohne Wiederholung

Die Fälle mit oder ohne Reihenfolge stimmen auch hier überein, wie man sich leicht überzeugen kann. Es ist

$$h_1'(m_x, n; M_x, N) = \frac{\prod_{x=1}^{k} \binom{M_x}{m_x}}{\binom{N+k-1}{n+k-1}}. \tag{9}$$

b) Mit Wiederholung

α) Mit Rücksicht auf die Reihenfolge. Es ist

$$h_2'(m_x, n; M_x, N) = \frac{\prod_{x=1}^{k} M_x^{m_x}}{\sum \prod_{x=1}^{k} M_x^{m_x}}. \tag{10}$$

Der Nenner ist nach einem bekannten Theorem [1]) für $N \to \infty$ asymptotisch gleich dem Ausdruck

$$\frac{N^{n+k-1}}{(n+k-1)!} \prod_{x=1}^{k} m_x!\,. \tag{11}$$

[1]) Vgl. z. B. *G. Polya-G. Szegö:* Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis, Berlin 1925, Bd. I, S. 48.

Daher lässt sich für grosse N der Nenner mit kleinem relativen Fehler dieser Grösse gleichsetzen. (Der absolute Fehler geht jedoch mit N gegen Unendlich.)

Weil für uns $0^0 = 1$, $0! = 1$, ist die Beziehung auch brauchbar im Fall, dass einzelne $m_x = 0$ werden.

β) Ohne Rücksicht auf die Reihenfolge. Wir haben

$$h_3'(m_x, n; M_x, N) = \frac{\prod_{x=1}^{k} \binom{M_x + m_x - 1}{m_x}}{\binom{N + n + k_0 - 1}{n + k - 1}}. \tag{12}$$

2. *Kennwerte*

Bei den Kennwerten lassen wir den Fall $k_0 \neq 0$ ausser acht. Grund dazu gibt uns der Umstand, dass alle Kennwerte von h_1' und ihre Näherungen bei h_2' ihre Gestalt nicht ändern, sofern nur k alle in Betracht gezogenen m_x umfasst. Dieser Satz ergibt sich mit geringer Mühe aus den Herleitungen. Die Kennwerte von h_3' verhalten sich allerdings anders, weil k_0 explizit auftritt. Wir verweisen dafür nochmals auf die volle Fassung dieser Arbeit. Es gelte also von nun ab $k_0 = 0$ und somit $1 \leqslant m_x \leqslant n - (k - 1)$.

a) Erwartungswerte des Durchschnitts in der Ursprungsmenge $\overline{X}$

Wir finden

$$E_1'(\overline{X}) = \frac{1}{N}\left\{\frac{N + k}{n + k}\sum_{x=1}^{k} X_x(m_x + 1) - \sum_{x=1}^{k} X_x\right\}. \tag{13}$$

$$E_2'(\overline{X}) = \sum M_x X_x h_2'(m_x, n; M_x, N).$$

Für grosse N wird sich diese Summe dank dem Grenztheorem (11) vom Wert

$$\frac{\sum_{x=1}^{k} (m_x + 1) X_x}{n + k} \tag{14}$$

nicht stark unterscheiden. Für Alternativen, also $k = 2$, kann man den Fehler übrigens in einfacher Weise abschätzen.

Weiter ergibt sich

$$E_3'(\overline{X}) = \frac{1}{N}\left\{\frac{N-k}{n+k}\sum_{x=1}^{k} X_x(m_x+1) + \sum_{x=1}^{k} X_x\right\}. \tag{15}$$

Ähnlich wie E_2' streben auch E_1' und E_3' gegen den Ausdruck (14), wenn $N \to \infty$ geht.

b) Streuungen

Wir erhalten

$$\mathrm{Str}_1'(\overline{X}) = \frac{N+k}{N^2}\left(\frac{N+k+1}{n+k+1} - 1\right) \cdot$$

$$\cdot \left\{\frac{1}{n+k}\sum_{x=1}^{k} X_x^2(m_x+1) - \frac{1}{(n+k)^2}\left(\sum_{x=1}^{k} X_x(m_x+1)\right)^2\right\}. \tag{16}$$

$$\mathrm{Str}_2'(\overline{X}) \sim \frac{1}{n+k+1} \cdot$$

$$\cdot \left\{\frac{1}{n+k}\sum_{x=1}^{k} X_x^2(m_x+1) - \frac{1}{(n+k)^2}\left(\sum_{x=1}^{k} X_x(m_x+1)\right)^2\right\}. \tag{17}$$

Auch hier findet man eine Abschätzung der Differenz gegenüber dem genauen Wert für $k = 2$ noch in einfacher Weise.

$$\mathrm{Str}_3'(\overline{X}) = \frac{N-k}{N^2}\left(\frac{N-k-1}{n+k+1} + 1\right) \cdot$$

$$\cdot \left\{\frac{1}{n+k}\sum_{x=1}^{k} X_x^2(m_x+1) - \frac{1}{(n+k)^2}\left(\sum_{x=1}^{k} X_x(m_x+1)\right)^2\right\}. \tag{18}$$

Man erkennt wieder die Beteiligung bestimmter gleicher Faktoren an der Gestaltung der Streuungsformeln. Der Umfang k der Gliederung tritt nun auch explizit auf. Den Klammerausdruck bezeichnen wir auch als «Streuung»; statt der gegebenen Häufigkeiten m_x haben wir jedoch $(m_x + 1)$, statt n nun $(n + k)$ zu benutzen. Die «spezifischen Faktoren» enthalten nun ebenfalls die Grösse k.

Für $N \to \infty$ ist der Ausdruck rechts in (17) gemeinsamer Grenzwert von Str_1', Str_2' und Str_3'.

§ 4.

Das Anwendungsproblem

Nach Beendigung der theoretischen Erörterungen hat man sich zu fragen, inwiefern die gefundenen Ergebnisse in der Praxis Bedeutung haben. Auf Grund von verschiedenen Annahmen über das «Ziehen aus der Urne» sind wir zu «künstlichen» Verteilungsfunktionen gelangt; der Verlauf und die Resultate der wirklich vorkommenden Verteilungen folgen meist nicht unseren Ansätzen.

Wir können in den wenigsten Fällen den Vergleich zwischen theoretischen und beobachteten Verteilungen durch Gegenüberstellen der entsprechenden Häufigkeiten ziehen, d. h. durch die Betrachtung eines Systems von 2 k Zahlen in unserem Falle. Man erstreckt den Vergleich lediglich auf einige Kennwerte, wie Durchschnitt und Streuung. Dabei muss man es in Kauf nehmen, dass hieraus gezogene Schlüsse weniger bündig sind und jedenfalls nur mit Vorsicht formuliert werden dürfen.

Bei der durchzuführenden Untersuchung von Stichproben hat sich — wenigstens in gewissen Belangen — die Verwendung des direkten Schlusses aufgedrängt, weil der Gesamtbestand vorlag, aus dem Stichproben entnommen werden sollten. In der Praxis jedoch wird man gewöhnlich umgekehrt die Gesamtmenge in ihrer Gliederung nicht kennen und den Schluss rückwärts ziehen müssen.

§ 5.

Das Material der zahlenmässigen Untersuchung

Wir haben erwähnt, dass für die Erhebung von Stichproben mit Genauigkeitsangaben eine einmalige Voruntersuchung wünschenswert ist, auf deren sichern Grundlagen die Kontrolle der Stichprobenergebnisse sich stützt. Für die Krankenversicherung, der wir unsere Aufgabe im besonderen entnommen haben, steht eine solche Statistik aus neuester Zeit zur Verfügung, nämlich die «Morbiditätsstatistik der Öffentlichen Krankenkasse des Kantons Basel-Stadt 1936» (Basel 1942). (Sie wird im folgenden abgekürzt mit MSt bezeichnet.) Das reichhaltige Material, das diese Erhebung bietet, ist nach vielen Richtungen hin auswertbar. Immerhin hat das besondere Ziel, welches jener grossen Arbeit gesetzt wurde, die Ausnützung für unsere Zwecke von vornherein in eine bestimmte Bahn gewiesen: die Prüfung der Frage, wieweit durch Stichproben die durchschnittlichen Krankenkosten ermittelt werden können.

Die uns zugänglichen Grundlagen waren gegeben in Form von etwa 160 000 Lochkarten mit den Krankheitsfällen des Jahres 1936. Der Bestand enthielt nicht alles in der vorgenannten Veröffentlichung verarbeitete Material; in einer Voruntersuchung hatte man die Fälle, wo die Namen der Patienten den Anfangsbuchstaben A oder B trugen, einer getrennten Bearbeitung (ohne Lochkarten) unterzogen, um an diesem abgespaltenen Teil das Vorgehen für den Gesamtbestand abzuklären.

Die Lochkarten waren gegliedert nach dem Geschlecht und enthielten u. a. Angaben über Geburtsjahr, Arzt, Einkommensklasse, evtl. Beruf und als wichtigste Grösse die Behandlungskosten des Falles; keine Auskünfte gaben sie über Zivilstand und Krankheitsdauer. Hingegen wurden die Totalkosten jedes Krankheitsfalles zerlegt in Arzt-, Arznei- und Spitalkosten (auch Kurkosten des Jahres 1936). Für die Krankheitsbezeichnung hatte man ein angemessenes Schema aufgestellt und verschlüsselt auf die Lochkarten übertragen.

Die Beschaffenheit des Materials legte es nahe, durchschnittliche Krankenkosten aus den Stichproben zu schätzen, sei es einer einzelnen Krankheit oder einer Krankheitsgruppe oder aller Fälle. Dabei verstehen wir unter den durchschnittlichen Krankenkosten das Mittel:

$$\frac{\text{Summe der Behandlungskosten der Krankheitsfälle}}{\text{Anzahl der Krankheitsfälle}}$$

Das Verarbeiten des umfangreichen Gesamtbestandes hätte vor allem deshalb langwierig werden müssen, weil die Streuungen von Grund auf zu berechnen waren. Auf Vorschlag des Adjunkten der Öffentlichen Krankenkasse, *Herrn Dr. Stursberg*, untersuchten wir deshalb nur drei Krankheitsarten mit verschiedenen Durchschnittskosten und verschiedenen Streuungen:

a) Herzkrankheiten (Nummern 41, 42, 43 der MSt);

b) Bronchitis (Nummer 60 der MSt);

c) Rheumatismus (Nummern 94 und 96 der MSt, ohne 95).

§ 6.

Die Untersuchung der Gesamtbestände

Um gleich grosse Stichproben entnehmen zu können, sind innerhalb einer Krankheitsgruppe nicht alle Fälle verwertet, sondern die Umfänge bei jeder Krankheit und jedem Geschlecht auf das nächstkleinere Vielfache von 20 gesenkt worden, indem so viele Karten, wie dem Überschuss entsprachen, willkürlich herausgeholt und ausgeschieden wurden. Die dadurch erzeugten Veränderungen sind unbedeutend, wie aus nachstehender Tabelle ersichtlich ist:

	Herzleiden		Bronchitis		Rheuma	
Gesamtbestand an	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
Lochkarten . . .	932	2080	3262	3805	2557	3705
verwendet	920	2080	3260	3800	2540	3700

Als erstes haben wir die Kostenverteilungen untersucht (siehe Tabelle 1 im Anhang). Die grosse Spannweite der Kosten — im ganzen betrachtet zwischen 0 und 2000 Fr. — zwang dazu, die Klassenbreiten gegen die seltenen, teueren Fälle hin zu erhöhen. Die Verteilungen haben alle dasselbe Gepräge: von 0 bis 2 Fr. fast keine Fälle, dann ein plötzliches Emporschnellen. (Diese Eigentümlichkeit rührt davon her, dass die Taxe für eine Arztkonsultation im Jahre 1936 Fr. 2.— betrug.) Längs einer gewissen Kostenstrecke hält sich dann die Häufigkeit auf ungefähr gleicher Höhe und sinkt dann ab in fast ungestörter Monotonie. Kennzeichnend sind also die vielen Fälle mit geringen Kosten, die organisatorisch die Kasse sehr stark belasten, und die zunehmende Auflockerung gegen die hohen Auslagen hin.

Um diese allgemein ausgesprochenen Erkenntnisse in knapperer Form festzuhalten, bringen wir eine Übersicht über die Zentralwerte, berechnet durch lineare Interpolation innerhalb der Klassen, über die jeweiligen Gesamtdurchschnitte und über die «Grundstreuungen» (die mittleren quadratischen Abweichungen in jeder Masse).

Zur Berechnung der Streuung ist folgendes zu bemerken: Die Kosten sind auf den Lochkarten auf 0,1 Fr. genau angegeben; die Quadrate hätten zu Ziffern bis zwei Stellen nach dem Komma geführt. Die letzte wurde nun aus Platzgründen abgeschnitten, die Werte also stets abgerundet.

	Herzleiden		Bronchitis		Rheuma	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
Bestände	920	2080	3260	3800	2540	3700
Zentralwert	18,0	19,6	12,3	12,7	12,7	15,4
Durchschnitt . . .	$52{,}86_5$	$52{,}87_3$	19,09	19,45	31,17	36,56
Grundstreuung . .	112,97	105,03	28,45	28,08	56,04	61,46

Die Zentralwerte liegen weit unter den Durchschnittskosten; der Unterschied zwischen dem Durchschnitt und dem Zentralwert kann als Mass für die Schiefe der Verteilung dienen.

Beim Vergleichen der Durchschnitte mit den entsprechenden Grundstreuungen fällt auf, dass die ersten durchwegs kleiner sind; daran sind die relativ seltenen teuren Fälle schuld. Ausserdem verhalten sich die Grundstreuungen der verschiedenen Krankheiten fast ebenso wie die Durchschnitte, indem sie ungefähr in gleicher Weise steigen. Eine derartige Tendenz ist grundsätzlich zu erwarten, da es sich um positive Grössen handelt, deren Verteilung sich nur in einer Richtung wesentlich auszudehnen vermag.

§ 7.

Die Stichproben

a) Die Auslese der Stichproben

Um die Variation der Grösse der Stichproben und damit die Anzahl der Stichproben möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten, sollen alle Stichproben in derselben Stichprobengesamtheit gleich gross sein; darüber hinaus ist die Auslese so einzurichten, dass grössere Stichproben aus den kleineren möglichst schnell und sicher zusammengesetzt werden können.

Diese Gründe gaben den Anlass, den folgenden Weg einzuschlagen: Zu jeder Krankheit und jedem Geschlecht bildeten wir drei Stichprobenklassen mit verschiedenen Prozentsätzen $\frac{n}{N}$, nämlich 5 %, 10 % und 20 %, so dass die Stichprobengesamtheiten je 20, 10, 5 gleich grosse Stichproben umfassten.

Das Zusammenlegen der Karten zu Stichproben wurde derart getroffen, dass die Bestände nach insgesamt sechs verschiedenen Zahlenmerkmalen auf den Lochkarten (die übrigens auch von Hand willkürlich umgeordnet wurden) «gemischt» und dann numeriert wurden. Aus den derart «gemischten» Folgen fassten wir die 1., 21., 41., ... Karte zu einer 5 %-Stichprobe zusammen, dann die 2., 22., 42., ... usw.; ebenso bildeten immer Lochkarten, die um 10 Nummern voneinander abstanden, eine 10 %-, schliesslich solche mit dem Abstand 5 eine 20 %-Stichprobe. Daraus ergibt sich, dass die erste und die elfte 5 %-Stichprobe zusammen die erste 10 %ige ausmachen, die zweite und die zwölfte 5 %ige die zweite von 10 % usf.

Zum Auswahlverfahren ist grundsätzlich zu bemerken: Das Zerreissen jeglicher Ordnung in bezug auf ein Merkmal kann nie weit genug getrieben werden, damit man in der Lage ist, systematische Einflüsse auszuschalten. Die Lochkarten enthielten keine Grössen ohne jeden stochastischen Zusammenhang mit den Krankenkosten; immerhin glauben wir, die Auswahl sei durch die Heranziehung von sechs Gliederungszahlen so zufällig, dass sie keinen wesentlichen Einfluss auf das Ergebnis hat.

b) Die Untersuchung der Stichproben

Die Ergebnisse der auf die beschriebene Weise erhaltenen Stichproben sind niedergelegt in der Tabelle 2 des Anhanges, welche — gesondert für die 3 Stichprobenklassen — die Durchschnitte innerhalb jeder Stichprobe darbietet. Den Zusammenstellungen vermag man unmittelbar verschiedene Angaben zu entnehmen, z. B. wie Krankheitsgruppe, Geschlecht und Stichprobengrösse die Verteilungen bestimmen.

Der Kern des uns beschäftigenden Problems ist jedoch die Frage, wie gut sich Stichprobendurchschnitte als Ersatz für den Gesamtdurchschnitt eignen. Je weniger sie im allgemeinen vom Gesamtmittel abweichen, desto besser wird das der Fall sein. Als Mass der Unsicherheit benutzen wir die mittlere quadratische Abweichung der Stichprobenmittel vom Gesamtdurchschnitt. Stellen wir diese für die drei Stichprobenklassen mit den wichtigsten bisher ermittelten Grössen aus den Gesamtbeständen zusammen, so bekommen wir folgendes Bild:

	Herzleiden		Bronchitis		Rheuma	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
Bestände	920	2080	3260	3800	2540	3700
Durchschnitte . . .	$52{,}86_5$	$52{,}87_3$	19,09	19,45	31,17	36,56
Grundstreuung . .	112,97	105,03	28,45	28,08	56,04	61,46

Mittlere quadratische Abweichung der Stichprobendurchschnitte bei

	Herzleiden		Bronchitis		Rheuma	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
20 Stichproben . .	18,31	9,74	1,64	2,00	6,04	4,58
10 » . .	10,27	8,22	1,02	1,21	3,49	2,70
5 » . .	6,30	5,51	0,51	0,60	3,06	1,42

Man erkennt vorerst, dass für dieselbe Krankheit die Streuung der Stichprobendurchschnitte mit zunehmendem Stichprobenumfang abnimmt. Die mittlere quadratische Abweichung fällt etwa auf die Spanne zwischen der Hälfte und zwei Drittel herab, wenn man den Stichprobenumfang verdoppelt. Eine Ausnahme bilden nur die zweite Spalte und die fünfte an je einer Stelle.

Wir vergleichen sodann in jeder Stichprobenklasse die beiden Geschlechter bei derselben Krankheit. Gesamtdurchschnitt und Grundstreuungen sind bei Männern und Frauen fast gleich. Die Unterschiede in der Streuung der Stichprobenmittel können also zur Hauptsache nur davon herrühren, dass die Bestände und damit auch die Stichprobenumfänge beider Geschlechter jeweils verschieden sind. Es zeigt sich nun die günstige Wirkung der grösseren Zahlen bei den Frauen; die Streuungen der Stichprobenwerte sind fast überall kleiner, und damit wird es auch die Unsicherheit. Eine Ausnahme von dieser Feststellung bilden die Bronchitisfälle, wobei zu bemerken ist, dass die Unterschiede der Bestände nicht sehr beträchtlich und die Streuungen der Stichprobendurchschnitte ohnehin schon schwach sind. Es zeigt sich wieder einmal, dass Wahrscheinlichkeitsschlüsse kein anspruchsvolles Verfeinern erlauben und immer summarischer Natur sind, da sie nicht auf einem zwingenden Geschehen, sondern auf «Tendenzen» beruhen.

Werden schliesslich die verschiedenen Krankheiten miteinander verglichen, so können wir den Satz aussprechen, dass zu kleineren Gesamtdurchschnitten und damit kleineren Grundstreuungen auch die geringeren absoluten Streuungen der Stichproben gehören.

Wir wollen nun die Hauptergebnisse unserer Untersuchung noch etwas anders darstellen, indem wir die drei Stichprobenklassen getrennt beurteilen. Als Mass der relativen Unschärfe von Stichprobendurchschnitten benutzen wir den Quotienten

$$Q = \frac{\text{Mittlere quadratische Abweichung der Stichprobenmittel}}{\text{Gesamtdurchschnitt}}$$

	Herzleiden		Bronchitis		Rheuma	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
5 %.	0,346	0,184	0,086	0,103	0,194	0,125
10 %.	0,194	0,155	0,053	0,062	0,112	0,074
20 %.	0,119	0,104	0,027	0,031	0,099	0,039

Wir fordern für unsere Zwecke zum voraus, dass er 10 % nicht übersteigen soll, damit Stichproben überhaupt *brauchbar* sind. Die Schranke von 5 % diene als obere Grenze dafür, dass Stichproben *günstig* sind. Diese Grenzen sind von persönlichen Empfinden abhängig; unsere Werte stellen also nicht allgemein anerkannte Schranken dar. Damit finden wir

a) 5 %-Stichproben: Weder Herzleiden noch Rheuma eignen sich zur Repräsentation durch so kleine Teilmassen. Die «billige» Krankheit Bronchitis zeigt mit $Q = 0{,}086$ bzw. $Q = 0{,}103$ eine relative Unschärfe, die an der Grenze der Brauchbarkeit liegt.

b) 10 %-Stichproben: Herzleiden mit ihrer grossen Grundstreuung liefern immer noch schlechte Näherungen. Bei Rheumatismus liegt die relative Unschärfe $Q = 0{,}112$ des kleineren Männerbestandes ausserhalb, die der Frauen $Q = 0{,}074$ hingegen schon innerhalb der Brauchbarkeitsschranke. Das Ergebnis ist besser bei den Bronchitiserkrankungen, doch erreichen auch sie die innere Unschärfeschranke nicht.

c) 20 %-Stichproben: Im Fall der Herzleiden lautet der Befund über die erreichte Genauigkeit immer noch unbefriedigend. Rheuma zeigt für die beiden Geschlechter ein verschiedenes Bild: Während bei den Frauen die Stichproben bereits günstige Ersatzwerte bieten, wird bei den Männern knapp die äussere Schranke unterschritten. Die Bronchitiserkrankungen weisen dagegen eine relative Unschärfe auf, die sich ziemlich unter der engeren Grenze befindet.

Zusammenfassend können wir sagen, dass zumindest die 20 %-Stichproben aus Beständen, die mindestens 1000 Fälle umfassen, und bei Krankheiten, die durchschnittlich nicht mehr als mit 30 bis 40 Franken belasten, brauchbare Näherungswerte liefern. Günstig werden 20 %-Stichproben erst, wenn die Bestände ca. 3000 Fälle enthalten. Teurere Krankheitsgruppen eignen sich nicht zur Repräsentation durch relativ kleine Teilmassen.

§ 8.

Vergleich mit der Theorie und Bemerkungen zur praktischen Durchführung der Stichprobenerhebungen

Bisher haben wir Erwägungen aus der kombinatorischen Theorie der Stichproben absichtlich ferngehalten, um die «Beobachtung» allein sprechen zu lassen. Das bis jetzt Gesagte hat demnach unabhängig von den Ergebnissen des § 3 seine Bedeutung. Besonders weisen wir darauf hin, dass die Unterscheidung zwischen direktem Schluss und Rückschluss noch belanglos geblieben ist, weil der grösste Teil der Zahlen, der für die Beziehung zwischen Gesamtbestand und der Stichprobe verwertbar ist, das Schliessen in beiden Richtungen zulässt. Nun versuchen wir, zu prüfen, inwiefern die in § 3 gewonnenen Masszahlen praktische Bedeutung haben. Da es sich um den Vergleich mehrerer Stichproben mit dem gegebenen Gesamtbestand handelt, kommt nur der Gebrauch des direkten Schlusses in Frage, obschon in der praktischen Anwendung die Verhältnisse meist umgekehrt liegen; darauf werden wir später eintreten.

Die für uns wichtigste Grösse Str $(\bar{X})$ aus Formel (6), (7), (8) haben wir für die Annahme einer 5 %-Stichprobe berechnet und dem aus der Beobachtung ermittelten Wert gegenübergestellt. Bei den theoretischen Grössen haben wir mit einem Fehler, der wegen des Umfanges unserer Bestände 1 ‰ kaum übersteigt,

$$\frac{n-1}{N-1} \sim \frac{n-1}{N} \sim \frac{n-1}{N+1} \sim \frac{n}{N} = \frac{1}{20}$$

gesetzt. Damit erhalten wir

	Herzleiden		Bronchitis		Rheuma	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
$\sqrt{\mathrm{Str}_1(\bar{X})}$	16,2	10,0	2,17	1,99	4,85	4,40
$\sqrt{\mathrm{Str}_2(\bar{X})}$	16,7	10,3	2,23	2,04	4,97	4,52
$\sqrt{\mathrm{Str}_3(\bar{X})}$	17,3	10,6	2,28	2,09	5,10	4,63
aus dem Material	18,31	9,74	1,64	2,00	6,04	4,58

Es fällt zunächst auf, dass die 3 theoretischen Streuungen sich nur wenig voneinander unterscheiden; jedenfalls können die Unterschiede nicht dazu dienen, die zugehörigen Verteilungen scharf zu trennen. Das ist dem Umstand zu verdanken, dass die spezifischen Faktoren der 3 Werte Str $(\bar{X})$ wegen des kleinen Verhältnisses $\frac{n}{N}$ nur geringe Differenzen aufweisen. Bei 10 %- und gar 20 %-Stichproben wären die theoretischen Unterschiede beträchtlicher.

Die beobachteten Streuungswerte liegen nahe bei den theoretischen. Am besten stimmt diese Tatsache für die beiden grössten Bestände Bronchitis F und Rheuma F. Allgemein oder für einzelne Krankheiten zu schliessen, welchem Verteilungsgesetz unsere Auswahl zuneigt, ist an den Ergebnissen nicht möglich, obwohl unser Verfahren doch dem ohne Zurücklegen entspricht, also $\text{Str}_1 (\bar{X})$ der angemessene Wert ist.

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung ist keineswegs selbstverständlich; jedenfalls müssen wir uns darüber Rechenschaft geben, worin die praktische Auswahlmethode und die theoretischen Annahmen zusammentreffen und worin nicht. Die theoretischen Streuungen wurden gebildet in einer Gesamtheit höherer Ordnung, die alle möglichen denkbaren 5 %-Stichproben aus dem Bestand N umfasst. Die beobachteten hingegen entspringen der Gesamtheit von 20 5 %-Stichproben, welche entnommen wurden, bis die Restmenge verschwand. Die theoretischen Verteilungen beruhen auf der Gleichwertigkeit der einzelnen Elemente und der betrachteten Zusammenstellungen. Entscheidend ist dabei die erste Eigenschaft; dass die zweite bei der Mittelwertbildung über die höhere Gesamtheit eine für unsere relativ kleinen 5 %-Stichproben viel geringere Rolle spielt, ersieht man deutlich an unsern wenig verschiedenen Zahlen für die theoretischen Str $(\bar{X})$. Bei unserer Stichprobenentnahme ist die erste Bedingung aber zwangsweise erfüllt; jedes Element wird nur einmal gezählt. Ausserdem kann man jede der 20 Stichproben als mit den andern zugleich herausgenommen betrachten und dadurch den Einwand abschwächen, dass die zweite, dritte ... Stichprobe nicht aus der Grundmasse N, sondern einer eingeengten Restmenge herausgeholt worden sei.

Die Übereinstimmung beim Übergang zu den 10 %- und 20 %-Stichproben ist nicht mehr so gut. Der Grund liegt in einer zu geringen Anzahl Stichproben.

In der Praxis wird man nicht oder nur selten, wie es uns möglich war, die Ergebnisse einer Vollerhebung heranziehen können. Dann gibt es grundsätzlich 2 Verfahren, um abzuschätzen, wie gut ein Stichprobenmittel als Ersatz für den Wert des Vollbestandes dienen kann:

1. Man bestimmt in einer einmaligen grösseren Untersuchung die Streuung der Stichprobenwerte um den «wahren» Betrag. Solange die grundlegenden Eigenschaften, wie Bestandesstruktur, Behandlungsmethoden, Schadenregulierung, stabil bleiben, dürfen wir die einmalig berechneten Werte als Unsicherheitsmass benutzen. Dabei hat man immer noch die Freiheit, die Streuung der Stichprobendurchschnitte aus der Beobachtung zu bestimmen, wie wir es in § 7 taten, oder die theoretischen Werte zu verwenden, wie sie in § 3 berechnet wurden. Das letzte ist indessen vorzuziehen, weil die theoretischen Werte nicht von einer zufälligen Stichprobenauswahl abhängen. Zudem verursacht es auch weniger Arbeit, da nur die Grundstreuung zu bestimmen ist.

Grundsätzlich wird bei diesem Vorgehen der direkte Schluss verwendet.

2. Liegt keine im geschilderten Sinn brauchbare Untersuchung vor, so wählt man die Verfahren des Rückschlusses. Den Gesamtdurchschnitt und seine Streuung um das Stichprobenmittel kann man nach den entsprechenden Formeln in § 3 berechnen. Da die Streuung im allgemeinen dabei grösser herauskommt als bei der ersten Methode, sind die Ergebnisse weniger sicher; dafür sind aber zeitliche Veränderungen belanglos.

Meistens wird das Ausleseverfahren «ohne Zurücklegen» gewählt; es sind dann die entsprechenden Formeln (6) und (16) anzuwenden.

Über die Grösse des Gesamtbestandes können wir auf Grund des von uns untersuchten Materials sagen, dass ein Umfang von 3000 bis 4000 Fällen sich bereits recht gut für Repräsentativverfahren eignet; eine 20 %-Stichprobe daraus, deren Struktur man kennt, vermag in der Mehrzahl der Fälle zu einem behutsamen und doch erspriesslichen Urteil anzuregen.

Kostenverteilungen

Tab. 1

Kosten in Fr.	Zahl der Fälle					
	Herzleiden		Bronchitis		Rheumatismus	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
0 — 1,9	6	3	5	4	4	5
2,0— 2,9	90	118	138	162	125	177
3,0— 3,9			136	148	177	192
4,0— 4,9	74	137	247	256	178	229
5,0— 5,9			135	150	124	153
6,0— 6,9	63	174	161	199	122	152
7,0— 7,9			180	226	112	166
8,0— 8,9	70	137	151	212	125	125
9,0— 9,9			173	183	97	142
10,0— 10,9	43	110	141	193	88	106
11,0— 11,9			117	159	70	110
12,0— 12,9	53	93	145	151	129	177
13,0— 13,9			127	114		
14,0— 14,9	32	119	96	121	114	159
15,0— 15,9			85	110		
16,0— 16,9	29	87	80	99	101	118
17,0— 17,9			96	96		
18,0— 18,9	31	71	74	88	83	120
19,0— 19,9			74	75		
20,0— 21,9	66	125	107	128	70	90
22,0— 23,9			92	110	62	94
24,0— 24,9			78	94	58	69
25,0— 25,9	45	123				
26,0— 27,9			74	79	40	89
28,0— 29,9			65	89	38	74
30,0— 34,9	33	96	131	125	79	146
35,0— 39,9	26	70	83	94	64	107
40,0— 44,9	26	64	54	66	57	85
45,0— 49,9	19	59	36	49	36	77
50,0— 59,9	36	66	53	52	75	112
60,0— 69,9	21	56	35	30	42	101
70,0— 79,9	18	36	19	29	28	59
80,0— 89,9	17	44	13	16	30	59
90,0— 99,9	12	29	6	19	21	44
100,0— 149,9	37	97	26	37	94	209
150,0— 199,9	19	52	9	19	41	73
200,0— 299,9	22	49	10	13	26	54
300,0— 399,9	11	27	7	4	22	14
400,0— 499,9	10	16	1	1	5	7
500,0— 599,9	2	9			1	2
600,0— 699,9	3	6			1	
700,0— 799,9	2					2
800,0— 899,9		1			1	
900,0— 999,9						1
1000,0—1099,9	3	4				
1200,0—1299,9		1				1
1300,0—1399,9	1					
1700,0—1799,9		1				
	920	2080	3260	3800	2540	3700

Durchschnittskosten in den Stichproben

(in Franken)

Tab. 2

Herzleiden		Bronchitis		Rheumatismus	
Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
Bei 20 Stichproben					
65,49	47,04	19,51	16,60	37,45	30,65
82,87	68,54	18,18	17,93	26,70	35,18
84,52	64,04	17,79	19,54	48,08	34,61
63,60	67,32	17,44	21,75	29,63	31,22
60,20	55,45	18,44	21,46	32,25	46,25
39,60	47,70	17,64	18,12	30,02	35,98
61,16	51,36	19,60	17,62	32,03	37,97
80,31	43,08	19,80	19,92	35,56	33,54
53,68	50,94	19,14	20,02	30,16	37,84
38,22	56,51	18,38	18,65	31,08	38,32
38,22	43,34	18,49	17,67	31,65	33,97
40,79	73,58	19,02	23,34	29,64	32,14
39,06	63,27	17,45	21,35	22,58	45,53
85,08	43,13	18,03	18,36	18,55	39,69
37,39	42,77	21,70	18,74	26,45	35,20
50,55	36,17	21,08	22,50	38,47	37,45
31,04	47,81	16,99	21,36	35,46	39,38
32,58	53,02	19,10	16,41	30,70	42,97
35,69	53,70	23,58	20,76	26,31	35,49
37,43	48,52	20,41	16,89	30,70	27,73
Bei 10 Stichproben					
51,86	45,19	19,00	17,13	34,55	32,31
61,83	71,06	18,60	20,63	28,17	33,66
61,79	63,66	17,62	20,45	35,33	40,07
74,34	55,23	17,73	20,06	24,09	35,46
48,80	49,11	20,07	20,10	29,35	40,72
45,07	41,93	19,36	20,31	34,25	36,72
46,10	49,58	18,29	19,49	33,74	38,67
56,44	48,05	19,45	18,17	33,13	38,26
44,69	52,32	21,36	20,39	28,23	36,67
37,82	52,52	19,40	17,77	30,89	33,03
Bei 5 Stichproben					
48,47	43,56	19,18	18,72	34,40	34,52
53,97	60,32	18,45	20,06	30,95	36,17
59,12	55,85	18,54	19,31	34,23	39,16
59,51	53,77	19,55	20,22	26,16	36,06
43,31	50,81	19,73	18,94	30,12	36,87