Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 47 (1947)

Artikel: De l'influence d'une diminution de l'invalidité sur les primes et les réserves mathématiques des caisses de retraite

Autor: Haldy, Marc / Décastel, Émile / Ballenegger, Marcel

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966849

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

De l'influence d'une diminution de l'invalidité sur les primes et les réserves mathématiques des caisses de retraite

Par *Marc Haldy, Emile Décastel* et *Marcel Ballenegger,* Lausanne

I. Introduction

Le problème que nous abordons aujourd'hui a déjà fait l'objet de quelques publications dans le Bulletin de l'Association des actuaires suisses. En 1930, un très intéressant travail de M. Urech a donné d'importants résultats à l'occasion d'une étude plus étendue intitulée «Sur les bases techniques de l'assurance collective».

Après quelques considérations générales, M. Urech a donné une liste des bases sur lesquelles repose la technique des caisses de retraite, puis il rechercha successivement, par quelques cas particuliers, les conséquences d'une modification de l'invalidité, de la mortalité des actifs, de la mortalité des invalides, de la mortalité des retraités et de la mortalité des veuves. Il montra entre autres que le choix des taux d'invalidité joue un beaucoup plus grand rôle que celui des taux de mortalité des actifs.

En ce qui concerne l'influence des variations de l'invalidité, M. Urech a recherché les conséquences du passage d'un système de tables I à un système II, qu'il a définis comme suit:

I
- *a)* comme table d'invalidité: Zimmermann, Bureaubeamte 1882 à 1884,
- *b)* comme table de mortalité des actifs: SM 1901/10,
- *c)* comme table de mortalité des invalides: Gotha, table de sélection,
- *d)* comme table de mortalité des vieillards: 0^{am},
- *e)* comme taux d'intérêt: $3\frac{1}{2}\%$.

Le système II ne diffère du premier que par le choix de la table d'invalidité: celle de Zimmermann a été remplacée par celle de M. Grieshaber (fonctionnaires et employés).

Cette modification revient à augmenter les taux d'invalidité dans une mesure très variable suivant l'âge.

Pour l'assurance temporaire du risque d'invalidité avec terme à l'âge de 65 ans: «La différence entre les primes est considérable. Il faut augmenter la prime de Zimmermann de 48% à 30 ans, et de 62% à 55 ans pour obtenir la prime basée sur la table de M. Grieshaber.»

Frappés par ce résultat, des actuaires ont pensé pouvoir en tenir largement compte dans les bilans techniques.

Au sujet de la prime totale des assurances invalidité et vieillesse (dès 65 ans) M. Urech écrit: «Nous avons vu déjà que pour l'assurance-invalidité la prime de Zimmermann est bien inférieure à celle de M. Grieshaber; pour l'assurance-vieillesse c'est le contraire qui se produit. Il y a donc une certaine compensation, mais elle est loin d'être parfaite. A 30 ans nous avons une différence de 18%, à 45 ans une différence de 11% et à 60 ans une différence de 7% encore.»

M. Urech nous renseigne aussi sur la modification des réserves mathématiques. Il s'exprime comme suit:

«Le graphique 2 montre que les réserves mathématiques d'un actif pour l'assurance-invalidité et vieillesse à la fois ne diffèrent pas trop l'une de l'autre si l'on passe de la table de Zimmermann à celle de M. Grieshaber; il se produit là aussi une compensation entre l'assurance-invalidité et l'assurance-vieillesse. Par contre, les différences sont de nouveau considérables s'il s'agit de l'assurance-invalidité seulement ou de l'assurance-vieillesse. Dans l'assurance-invalidité on arrive, suivant l'âge d'entrée, à des différences atteignant 40 à 70% pour des actifs âgés de 40 à 60 ans.»

Les taux donnés par M. Urech à la page 40 de son travail pour les réserves mathématiques de la combinaison des assurances invalidité et vieillesse, devraient inciter à la plus grande prudence; non seulement ils sont faibles, tout particulièrement pour les assurances commencées aux âges jeunes, mais encore la différence ne se fait pas toujours dans le même sens lorsqu'on passe des tables de Zimmermann à celles de M. Grieshaber.

Les calculs de réserves de M. Urech sont faits dans la supposition que les cotisations varient en même temps que l'invalidité. Lorsque le taux d'invalidité diminue, au passif du bilan la valeur totale des rentes d'invalidité et de vieillesse diminue; quant à l'actif les cotisations annuelles diminuent de montant, alors que la valeur de la rente d'activité qui intervient comme coefficient dans le calcul de leur valeur actuelle augmente. Ces conditions ne sont pas celles que l'on rencontre généralement dans les caisses de retraite: lorsqu'on modifie les bases techniques pour le calcul du bilan, les cotisations — généralement fixées dans les statuts — ne sont pas changées. Dans quelle mesure ce fait intervient-il? Ce point doit être élucidé.

D'autre part, nous précisons que le travail de M. Urech donne des indications précieuses pour le cas où les pensions de vieillesse échoient à l'âge de 65 ans. Qu'en est-il quantitativement lorsque l'échéance est à 60 ou à 70 ans? Quelle est l'influence d'une modification de l'invalidité si, au lieu de rentes de vieillesse et d'invalidité égales, ces prestations sont de montants différents? tout particulièrement si les droits augmentent avec les années de service? Le présent travail a pour but de donner des réponses à ces questions pour le cas où les taux d'invalidité seraient réduits de moitié à tous les âges.

L'utilité d'une telle recherche nous a paru d'autant plus grande que M. Haldy a consacré en 1930 (Bulletin de l'A. A. S.) un chapitre aux «Tables conduisant à d'égales réserves mathématiques de la rente d'invalidité»; dans ce travail il a donné le procédé qui permet de construire de telles tables. Après avoir étudié le travail de M. Urech, il est un peu déroutant de savoir que — théoriquement — des tables nettement différentes peuvent conduire à des réserves égales, cette équivalence existant à tous les âges. On est d'autant plus étonné que les taux d'invalidité de l'une de ces tables sont tous plus élevés que les taux correspondants d'une autre, tout comme les taux des tables de M. Grieshaber comparés à ceux de Zimmermann.

D'après le même auteur un accroissement général des taux d'invalidité peut conduire à des réserves plus fortes comme à des réserves plus faibles suivant la loi de cet accroissement. Voilà bien de quoi inciter à la plus grande prudence dans l'évaluation des conséquences d'une modification des taux d'invalidité.

Comment avons-nous été amenés à étudier les conséquences d'une forte diminution de ces taux? Nous avons fréquemment eu à nous occuper de caisses de retraite de fonctionnaires où l'invalidité est particulièrement faible. Des recherches s'étendant aux années 1920 à 1944 nous ont conduits aux résultats suivants:

Cas d'invalidité (jusqu'à 60 ans)

Caisse	Années d'observation	Présumés d'après				
		Deprez	Deprez raj. 5 ans	B. F. A.	E. V. K.	Réels
C. R. M. .	1923—1944	—	57,7	115,4	86,0	41
C. C.. . .	1923—1944	36,6	19,9	—	30,3	18
C. I. P.. .	1925—1944	—	—	—	34,3	20
C. Bq. . .	1933—1944	—	—	—	32,0	8

C. R. M. = Caisse de retraite des magistrats, fonctionnaires et employés de l'Etat de Vaud;
C. C. = Caisse de retraite des cantonniers vaudois;
C. I. P. = Caisse de pensions du personnel des administrations communales (Vaud);
C. Bq. = Caisse de retraite du personnel d'une grande banque.

Sous la dénomination «Deprez raj. 5 ans» nous désignons les taux de la table de M. Deprez appliqués après avoir rajeuni chaque assuré de 5 ans.

Outre les exemples du tableau ci-dessus nous savons que des expériences du même genre ont été faites dans le corps enseignant vaudois (C. E.).

En résumé, une sous-invalidité de 40 à 50 % par rapport aux taux E. V. K. se rencontre fréquemment.

Parmi les motifs qui expliquent de si faibles taux, il en est un qui joue certainement un rôle prépondérant: les prestations des caisses étudiées sont faibles pour les membres n'ayant accompli qu'un nombre restreint d'années d'assurance:

Nombre des années d'assurance	Pension d'invalidité en % du traitement assuré		
	C. R. M.	C. C. C. I. P. C. E.	C. Bq.
5	20	—	—
⋮	⋮		
9	20	—	20
10	20	20	22
11	22	22	24
12	24	24	26
⋮	⋮	⋮	⋮
20	40	40	42
21	42½	42	44
22	45	44	46
23	47½	46	49
24	50	48	52
⋮	⋮	⋮	⋮
30	65	60	70

Age donnant droit à la retraite: 60 ans.

A eux seuls, les taux du tableau ci-dessus ne donnent pas une idée exacte. Il faut encore savoir que les pensions sont limitées par le fait que certaines de ces caisses sont jeunes; il faudra encore du temps pour que les taux maxima puissent être atteints:

la C. C. date de 1920; taux maximum à fin 1945: 52%,
la C. I. P. » » 1924; » » à » 1945: 44%.

En outre, le traitement assuré est limité comme suit:

C. R. M. . . . . fr. 10 000
C. I. P. . . . . » 8 000
C. E.:
maîtresses d'école enfantine . . . . . » 4 000
institutrices . . . . . » 5 000
maîtresses secondaires . . . . . » 7 000
instituteurs . . . . . » 7 000
maîtres secondaires . . . . . » 9 000
pasteurs . . . . . » 9 000
professeurs à l'université . . . . . » 10 000

C. Bq.: le sixième du traitement est constitué par la «répartition» qui n'est pas assurée à la caisse de retraite.

Enfin les allocations familiales et celles de renchérissement ne sont assurées à aucune de ces caisses de retraite.

Ces renseignements expliquent les efforts que font les assurés pour rester en fonctions lorsque leur santé devient chancelante.

Il est possible que ce phénomène se poursuive, car, avec l'augmentation du coût de la vie, la situation ne s'améliore pas. Il est fort difficile d'augmenter les prestations des caisses de retraite pour suivre le mouvement. Même si les prestations de l'assurance-vieillesse fédérale s'ajoutaient à celles de ces caisses de retraite, l'intérêt à rester en fonctions subsisterait au moins jusqu'à l'âge de 65 ans.

On conçoit donc toute l'importance qu'il y a à connaître l'influence d'une sous-invalidité. De celle-ci on peut d'ailleurs déduire par extrapolation les conséquences d'une surinvalidité.

Afin de posséder un instrument qui nous permette d'étendre nos recherches aux combinaisons les plus diverses, nous avons complètement recalculé les tables E. V. K. I 3½ % en diminuant les taux d'invalidité de moitié à tous les âges (les tables E. V. K. I se distinguent des tables E. V. K. III par le fait qu'elles ne tiennent pas compte de l'invalidité administrative). Cette modification a eu une répercussion sur la mortalité générale des assurés, car nous avons conservé les taux de mortalité des actifs et ceux des invalides des tables E. V. K.; puisqu'il y a moins d'invalides, la mortalité générale des assurés s'en trouve améliorée. Cela revient à supposer que l'amélioration des taux d'invalidité provient d'un progrès dans l'hygiène et la santé, peut-être aussi d'une diminution du nombre et de la gravité des accidents. Cette évolution elle-même est confirmée par la diminution des taux de mortalité des actifs. Aussi bien dans les caisses étudiées que dans l'ensemble de la population suisse. On se trouve en présence de l'hypothèse contraire à celle que M. Haldy a adoptée pour des raisons de simplification dans le travail déjà cité. Cet auteur s'exprime en effet comme suit:

«Admettre que les mortalités q_x, q_x^a, $|_t\, q_x^a$ et $q_x^{\overline{aa}}$ sont indépendantes de l'invalidité, revient à supposer que les variations de cette dernière proviennent d'un fait n'ayant pas d'influence sur la santé des assurés,

mais qui fait passer au groupe des invalides un certain nombre de sujets actifs qui restent soumis à la mortalité des actifs. Inversément, ces sujets peuvent revenir au groupe des actifs, dont ils ont la mortalité, cela ne change ni la mortalité générale q_x, ni les mortalités des actifs q_x^a et $q_x^{\overline{aa}}$ (par contre q_x^i, $q_x^{\overline{ai}}$ et $q_{[x]}^i$ changent).

Quels sont les faits qui pourraient être cause de ces variations de l'invalidité?

a) Une modification des prescriptions administratives, dans ce sens que l'on accorderait désormais des pensions d'invalidité à des personnes qui peuvent vivre aussi longtemps que les actifs, mais qui sont gênées, dans l'exercice de leurs fonctions, par des maladies telles que la cataracte, la cécité, la surdité, le daltonisme, etc.

b) Une plus grande indulgence des médecins, qui délivreraient désormais davantage de certificats d'invalidité à la suite d'accidents. Il y a une catégorie d'accidentés qui présentent une forte mortalité pendant leur traitement mais qui sont ensuite soumis à la mortalité des actifs. Si le médecin leur faisait des certificats d'invalidité à la fin de leur convalescence, la mortalité générale et la mortalité des actifs n'en seraient pas sensiblement modifiées. Par contre, le taux d'invalidité augmenterait.»

Et encore:

«Nous voudrions utiliser une loi analytique exprimant l'influence des variations de l'invalidité sur la mortalité; malheureusement celle-ci n'est pas encore trouvée. D'ailleurs, il n'est pas difficile d'imaginer des exemples dont les uns montreraient une augmentation de la mortalité lorsque l'invalidité augmente, tandis que les autres présenteraient l'influence contraire. Parmi les premiers, on peut ranger l'augmentation des risques d'accidents et de maladies dans une industrie, par suite d'une rénovation des méthodes employées. Parmi les seconds figure l'indulgence plus grande des médecins chargés de faire les déclarations d'invalidité.»

Nous avons cherché à représenter l'invalidité par la loi analytique $H + FG^x$ (loi de Heym généralisée). Si l'essai avait été concluant, nous aurions pu appliquer les résultats obtenus par M. Haldy dans le travail qu'il a publié dans le Bulletin de l'Association des actuaires

suisses en 1932 [1]); malheureusement cet ajustement ne donne pas une bonne approximation pour la table E. V. K. Nous avons été ainsi amenés à nous baser uniquement sur les tables E. V. K. I originales et sur celles que nous avons calculées avec les taux d'invalidité diminués de moitié à tous les âges.

Afin de permettre à l'actuaire de se servir de notre travail pour se rendre compte de l'influence d'une modification de l'invalidité dans des cas d'assurances très divers, nous ne nous sommes pas contentés d'étudier les assurances de rentes constantes, mais nous avons fait le même travail pour des rentes croissant très lentement avec le nombre des années d'activité assurées. Les échéances des rentes de vieillesse ont été successivement fixées à 60, 65 et 70 ans. Nous espérons avoir ainsi constitué un cadre à l'intérieur duquel les actuaires élucideront par interpolation les cas qu'ils rencontreront dans la pratique au sein de la grande variété des échelles d'accroissement des droits prévus par les dispositions des diverses caisses de retraite.

Pour les rentes croissant avec le nombre des années d'activité assurées, nous avons adopté l'échelle suivante:

Années d'assurance révolues	Taux des rentes d'invalidité et de retraite en % du traitement
1	1½
2	3
3	4½
⋮	⋮
10	15
⋮	⋮
20	30
⋮	⋮
30	45
⋮	⋮
40	60
⋮	⋮
50	75
⋮	⋮
60	90

[1]) Influence des variations de l'invalidité sur les réserves mathématiques (3e partie).

Les taux pour les rentes de veuves sont égaux à la moitié des taux ci-dessus. D'une façon générale, aussi bien pour les rentes constantes que pour les rentes croissantes, nous avons admis que le montant de la rente de veuve était la moitié de celui de la rente d'invalidité ou de retraite, tandis que les rentes d'orphelins représentaient, en valeur actuelle, le dixième de la valeur des rentes de veuves; cette façon sommaire de compter les rentes d'orphelins est souvent utilisée dans l'établissement des bilans techniques. Tous nos calculs ont été exécutés dans la supposition que les primes et les rentes étaient payables mensuellement.

L'influence de la diminution de l'invalidité se traduit par une augmentation ou une diminution de la valeur de la fonction étudiée; ce résultat est exprimé en pour-cent de la valeur initiale (E. V. K. I 3½ %) et porté dans une colonne dont le titre a été choisi d'après le résultat attendu. Or, ainsi qu'on le remarquera aux signes négatifs apparaissant assez souvent, le résultat ne répond pas toujours à ce que nous attendions.

II. Influence d'une sous-invalidité de 50 % sur les valeurs actuelles des rentes d'activité, d'invalidité, de vieillesse, de veuvage, sur les primes et les réserves mathématiques

(Les primes et les rentes sont payables mensuellement)

La réduction de l'invalidité entraîne une sensible augmentation de la valeur de la rente d'activité et une forte diminution de la valeur de la rente d'invalidité (30 % à 20 ans et encore 21 % à 60 ans). Il en résulte une très forte diminution des primes annuelles de l'assurance-invalidité (33 % si l'entrée a lieu à l'âge de 20 ans, 36 % à 50 ans). Pour l'assurance d'une rente d'invalidité dont le montant est proportionnel au nombre d'années de service, le tableau 1 *b* montre que l'influence des variations de l'invalidité est moins forte, surtout sur la prime unique; la réduction des primes annuelles est de 20 à 25 % aux âges d'entrée habituels.

Tableau 1 a

Age x	Valeur actuelle de la rente d'activité $\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x}$			Valeur actuelle de la rente future d'invalidité $\overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x}$		
	i_x (E. V. K.)	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	20,935	21,737	3,8	2,093	1,465	30,0
30	18,300	19,307	5,5	2,775	1,984	28,5
40	14,646	15,956	8,9	3,769	2,738	27,4
50	10,128	11,757	16,1	5,023	3,744	25,5
60	5,324	7,030	32,0	6,098	4,780	21,6
70	1,908	3,111	63,0	5,683	4,843	14,8

Tableau 1 b

Age x	Valeur actuelle de la rente future d'invalidité dont le montant est 0,015 par année d'assurance (sans autre limitation)					
	Valeur actuelle des prestations futures $\frac{1\frac{1}{2}\,\overset{(12)}{S}{}^{ai}_{x+1}}{100\,D^{a}_{x}}$			Prime annuelle constante (payable tant que l'assuré est actif)		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	1,065	0,833	21,8	0,0509	0,0383	24,8
30	1,117	0,899	19,5	0,0610	0,0466	23,6
40	1,055	0,889	15,7	0,0720	0,0557	22,6
50	0,825	0,757	8,2	0,0815	0,0644	21,0
60	0,442	0,482	— 9,0	0,0830	0,0686	17,4
65	0,239	0,311	—30,1	0,0746	0,0653	12,5

La diminution de l'invalidité exerce une faible influence sur la valeur de la rente future de veuve et sur la valeur de la rente viagère servie à un assuré qu'il soit actif ou invalide.

Tableau 2

Age x	Valeur actuelle de la rente future de veuve $\overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x}$			Valeur actuelle de la rente viagère $\overset{(12)}{a}{}^{*}_{x}$		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	1,657	1,579	4,7	23,028	23,202	0,8
30	2,285	2,184	4,4	21,026	21,265	1,1
40	2,890	2,763	4,4	18,337	18,652	1,7
50	3,288	3,135	4,6	15,018	15,421	2,7
60	3,264	3,112	4,7	11,180	11,628	4,0
70	2,664	2,531	5,0	7,255	7,509	3,5
80	—	—	—	4,339	4,340	0,0
90	—	—	—	2,423	2,423	0,0

La valeur de la rente temporaire d'activité est peu modifiée aux âges inférieurs à 60 ans, fait confirmé par les tableaux 3 *b* et 3 *c* relatifs aux âges-terme de 65 et 70 ans. Il y a augmentation de l'influence lorsque l'âge-terme grandit. Par contre, l'augmentation de la valeur de la rente différée d'activité est très forte, elle est généralement de l'ordre de 50% pour l'échéance à 60 ans, 100% pour l'échéance à 65 ans (tableau 3 *b*), de 300 à 380% pour l'échéance à 70 ans (tableau 3 *c*), il y a exception aux âges élevés.

Tableau 3 a

Age x	Valeur actuelle de la rente temporaire d'activité prenant fin à 60 ans $\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x:\overline{60-x}\vert}$			Valeur actuelle de la rente différée d'activité à 60 ans ${}_{60-x\vert}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x}$		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	20,144	20,501	1,8	0,791	1,236	56,3
30	17,149	17,520	2,2	1,151	1,787	55,3
40	12,955	13,353	3,1	1,691	2,603	53,9
50	7,485	7,793	4,1	2,643	3,964	50,0
60	—	—	—	5,324	7,030	32,0

Tableau 3 b

Age x	Valeur actuelle de la rente temporaire d'activité prenant fin à 65 ans $\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x:\overline{65-x}\vert}$			Valeur actuelle de la rente différée d'activité à 65 ans ${}_{65-x\vert}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x}$		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	20,701	21,217	2,5	0,234	0,520	122,2
30	17,959	18,556	3,3	0,341	0,751	120,2
40	14,145	14,861	5,1	0,501	1,095	118,6
50	9,346	10,090	8,0	0,782	1,667	113,2
60	3,748	4,073	8,7	1,576	2,957	87,6

Tableau 3 c

Age x	Valeur actuelle de la rente temporaire d'activité prenant fin à 70 ans $\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x:\overline{70-x}\vert}$			Valeur actuelle de la rente différée d'activité à 70 ans ${}_{70-x\vert}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x}$		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	20,906	21,597	3,3	0,029	0,140	382,8
30	18,258	19,105	4,6	0,042	0,202	381,0
40	14,584	15,662	7,4	0,062	0,294	374,2
50	10,031	11,309	12,7	0,097	0,448	361,9
60	5,129	6,236	21,6	0,195	0,794	307,2
70	—	—	—	1,908	3,111	63,0

Pour le calcul de toutes les combinaisons ci-dessous comprenant des rentes d'invalidité, on a supposé la libération du paiement des primes en cas d'invalidité.

La valeur actuelle de la rente de vieillesse augmente très légèrement lorsque l'invalidité diminue de moitié. Cette remarque se justifie non seulement pour l'échéance à 60 ans, mais aussi pour les échéances de 65 et 70 ans (tableaux 4 *b* et 4 *c*). Cela se comprend, car l'influence est de second ordre, la différence provient du fait que la mortalité des actifs est inférieure à celle des invalides.

L'influence d'une modification de l'invalidité est encore plus faible sur les primes annuelles de l'assurance-vieillesse avec libération du paiement des primes en cas d'invalidité. Ce fait provient de l'augmentation de la valeur de la rente d'activité; cette influence est assez forte pour entraîner une diminution de la prime annuelle à certains âges élevés.

Tableau 4 a

Age x	Rente de vieillesse payable dès l'âge de 60 ans aux actifs et invalides (rente de 1)					
	Valeur actuelle ${}_{60-x}\vert\, a_x^{(12)*}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	2,238	2,369	5,9	0,1111	0,1156	4,1
30	3,218	3,404	5,8	0,1876	0,1943	3,6
40	4,665	4,928	5,6	0,3601	0,3691	2,5
50	6,968	7,336	5,3	0,9309	0,9414	1,1
59	10,606	11,056	4,2	11,094	11,422	3,0
60	11,180	11,628	4,0	—	—	—

Tableau 4 b

Age x	Rente de vieillesse payable dès l'âge de 65 ans aux actifs et invalides (rente de 1)					
	Valeur actuelle ${}_{65-x}\vert\, a_x^{(12)*}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	1,365	1,474	8,0	0,0659	0,0695	5,5
30	1,962	2,118	8,0	0,1092	0,1141	4,5
40	2,844	3,066	7,8	0,2011	0,2063	2,6
50	4,249	4,565	7,4	0,4546	0,4524	— 0,5
60	6,817	7,236	6,1	1,8188	1,7766	— 2,3
64	8,584	8,996	4,8	9,3203	9,4895	1,8
65	9,153	9,551	4,3	—	—	—

Tableau 4 c

Age x	Rente de vieillesse payable dès l'âge de 70 ans aux actifs et invalides (rente de 1)					
	Valeur actuelle ${}_{70-x}\vert\, a_x^{(12)*}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Augmentation %
20	0,738	0,816	10,6	0,0353	0,0378	7,1
30	1,061	1,173	10,6	0,0581	0,0614	5,7
40	1,537	1,698	10,5	0,1054	0,1084	2,8
50	2,297	2,527	10,0	0,2290	0,2234	— 2,4
60	3,685	4,006	8,7	0,7185	0,6424	—10,6
69	6,655	6,942	4,3	7,8851	7,6454	— 3,0
70	7,255	7,509	3,5	—	—	—

La valeur actuelle des rentes futures d'invalidité et de retraite diminue en général un peu; toutefois, il y a augmentation aux âges élevés aussi bien lorsque la retraite prend cours à 60 ans qu'à 65 ou 70 ans (tableaux 5 *b* et 5 *c*). L'influence de la réduction de l'invalidité croît lorsque l'échéance augmente. Elle est plus faible et prend plus tôt le sens d'une augmentation si le montant de la rente est proportionnel au nombre des années d'assurance (tableaux 5 *d* et 5 *e*); dans ce dernier cas, il y a même augmentation à tous les âges si la retraite prend cours à 60 ans. La diminution des primes annuelles des dites assurances combinées est un peu plus marquée que celle des primes uniques, surtout aux âges élevés; elle dépasse généralement 20% pour les rentes constantes si la retraite prend cours à 70 ans. Il est intéressant de constater que dans le cas de rentes croissantes avec le nombre des années d'assurance, les retraites prenant cours à l'âge de 60 ans, les primes annuelles ne sont presque pas modifiées et qu'elles le sont dans le sens d'une augmentation déjà si l'assurance est conclue à l'âge de 30 ans.

Tableau 5 a

Age x	Rentes d'invalidité et de retraite dès 60 ans au montant d'une unité annuellement					
	Valeur actuelle $_{60-x\|}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x} + \overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	2,884	2,701	6,3	0,1432	0,1317	8,0
30	3,926	3,771	4,0	0,2289	0,2152	6,0
40	5,460	5,341	2,2	0,4215	0,4000	5,1
50	7,666	7,708	— 0,5	1,0242	0,9891	3,4
59	10,858	11,233	— 3,4	11,358	11,604	— 2,2
60	11,422	11,810	— 3,4	—	—	—

Tableau 5 b

Age x	Rentes d'invalidité (1 unité) et de retraite dès 65 ans (1 unité)					
	Valeur actuelle $_{65-x\|}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x} + \overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	2,327	1,985	14,7	0,1124	0,0936	16,7
30	3,116	2,735	12,2	0,1735	0,1474	15,0
40	4,270	3,833	10,2	0,3019	0,2579	14,6
50	5,805	5,411	6,8	0,6211	0,5363	13,7
60	7,674	7,737	— 0,8	2,0475	1,8996	7,2
64	8,911	9,276	— 4,1	9,6754	9,7848	— 1,1
65	9,439	9,830	— 4,1	—	—	—

Tableau 5 c

Age x	Rentes d'invalidité (1 unité) et de retraite dès 70 ans (1 unité)					
	Valeur actuelle $_{70-x\|}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x} + \overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	2,122	1,605	24,4	0,1015	0,0743	26,8
30	2,817	2,186	22,4	0,1543	0,1144	25,8
40	3,831	3,032	20,9	0,2627	0,1936	26,3
50	5,120	4,192	18,1	0,5104	0,3707	27,4
60	6,293	5,574	11,4	1,2269	0,8938	27,2
69	7,099	7,413	— 4,4	8,4111	8,1641	2,9
70	7,591	7,954	— 4,8	—	—	—

Tableau 5 d

Age à l'entrée x	Rente d'invalidité combinée avec la retraite à 60 ans, le montant de la rente étant de 0,015 par année d'assurance					
	Valeur actuelle des prestations futures			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	1,475	1,490	— 1,0	0,0732	0,0727	0,7
30	1,540	1,581	— 2,7	0,0898	0,0902	— 0,4
40	1,422	1,491	— 4,9	0,1098	0,1117	— 1,7
50	1,002	1,080	— 7,8	0,1339	0,1386	— 3,5

Tableau 5 e

Age à l'entrée x	Rente d'invalidité combinée avec la retraite à l'âge de 70 ans, le montant de la rente étant de 0,015 par année d'assurance					
	Valeur actuelle des prestations futures			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	1,085	0,930	14,3	0,0519	0,0431	17,0
30	1,140	1,009	11,5	0,0624	0,0528	15,4
40	1,079	1,004	7,0	0,0740	0,0641	13,4
50	0,848	0,866	— 2,1	0,0845	0,0766	9,3
60	0,459	0,555	—20,9	0,0896	0,0890	0,7

Les primes uniques et les primes annuelles de l'assurance combinée invalidité-vieillesse-survivance ne sont que peu modifiées par la diminution des taux d'invalidité, lorsque l'âge-terme est de 60 ans (en général diminution). Il en résulte que dans beaucoup de caisses de retraite la modification des bases techniques étudiée ici n'entraîne qu'une différence presque insignifiante au bilan technique (voir au tableau 9 *a* l'influence sur les réserves mathématiques).

Si l'âge-terme est plus élevé, 65 ou 70 ans, les tableaux 6 *b* et 6 *c* montrent que la modification des primes est plus forte, tout particulièrement si la retraite prend cours à 70 ans (20 à 25% de diminution sur les primes annuelles aux âges d'entrée usuels). Par contre, il résulte des tableaux 9 *b* et 9 *c* que les réserves mathématiques sont peu modifiées si la retraite prend cours à 65 ans et que la diminution est parfois très sensible (souvent plus de 15%) pour l'âge-terme de 70 ans. Quant aux rentes croissantes avec la durée de l'activité, l'influence est plus faible (tableaux 6 *d* et 6 *e*, 9 *d* et 9 *e*).

Tableau 6 a

Age x	Rentes d'invalidité (1 unité), de retraite dès 60 ans (1 unité), de veuve (½ unité) et d'orphelins					
	Valeur actuelle $_{60-x\|}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x} + \overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x} + \frac{1}{2} \cdot \overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x} + 0{,}1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	3,795	3,570	5,9	0,1884	0,1741	7,6
30	5,183	4,972	4,1	0,3022	0,2838	6,1
40	7,050	6,861	2,7	0,5442	0,5138	5,6
50	9,474	9,432	0,4	1,2658	1,2104	4,4
59	12,666	12,956	— 2,3	13,249	13,384	— 1,0
60	13,217	13,522	— 2,3	—	—	—

Tableau 6 b

Age x	Rentes d'invalidité (1 unité), de retraite dès 65 ans (1 unité), de veuve (½ unité) et d'orphelins					
	Valeur actuelle $_{65-x\|}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x} + \overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x} + \frac{1}{2} \cdot \overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x} + 0{,}1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	3,238	2,853	11,9	0,1564	0,1345	14,0
30	4,373	3,936	10,0	0,2435	0,2121	12,9
40	5,860	5,353	8,6	0,4142	0,3602	13,0
50	7,613	7,135	6,3	0,8146	0,7072	13,2
60	9,469	9,449	0,2	2,5265	2,3198	8,2
64	10,624	10,907	— 2,7	11,535	11,505	0,3
65	11,121	11,432	— 2,8	—	—	—

Tableau 6 c

Age x	Rentes d'invalidité (1 unité), de retraite dès 70 ans (1 unité), de veuve (½ unité) et d'orphelins					
	Valeur actuelle $_{70-x\|}\overset{(12)}{a}{}^{a}_{x} + \overset{(12)}{a}{}^{ai}_{x} + \frac{1}{2} \cdot \overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x} + 0{,}1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overset{(12)}{a}{}^{aw}_{x}$			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	3,033	2,473	18,5	0,1451	0,1145	21,1
30	4,074	3,387	16,9	0,2231	0,1773	20,5
40	5,420	4,552	16,0	0,3717	0,2906	21,8
50	6,928	5,916	14,6	0,6907	0,5231	24,3
60	8,088	7,286	9,9	1,5770	1,1683	25,9
69	8,616	8,854	— 2,8	10,208	9,751	4,5
70	9,056	9,346	— 3,2	—	—	—

Tableau 6 d

Age à l'entrée x	Rente d'invalidité (0,015 par année d'assurance), rente de retraite dès 60 ans (0,015 par année d'assurance), rente de veuve (moitié de la rente de l'homme) et rentes d'orphelins					
	Valeur actuelle des prestations futures			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	1,884	1,890	— 0,3	0,0935	0,0922	1,4
30	1,941	1,974	— 1,7	0,1132	0,1127	0,6
40	1,754	1,819	— 3,7	0,1354	0,1362	— 0,6
50	1,199	1,277	— 6,5	0,1602	0,1639	— 2,3

Tableau 6 e

Age à l'entrée x	Rente d'invalidité (0,015 par année d'assurance), rente de retraite dès 70 ans (0,015 par année d'assurance), rentes de veuve (moitié) et d'orphelins					
	Valeur actuelle des prestations futures			Prime annuelle		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
20	1,513	1,355	10,4	0,0724	0,0627	13,4
30	1,567	1,437	8,3	0,0858	0,0752	12,4
40	1,449	1,384	4,5	0,0993	0,0884	11,0
50	1,105	1,142	— 3,4	0,1101	0,1010	8,3
60	0,578	0,695	—20,2	0,1127	0,1115	1,1

La réduction de l'invalidité entraîne une assez forte diminution des réserves mathématiques. Celle-ci est du même ordre de grandeur pour l'assurance de rentes constantes (tableau 7 *a*) que pour celle des rentes croissantes avec le nombre des années d'assurance qui font l'objet du tableau 7 *b*. (Montant de la rente fixé d'après le nombre des années d'activité assurées et révolues au moment où survient l'invalidité, primes annuelles payables jusqu'à l'entrée en vigueur de la rente.)

Tableau 7 a

Durée d'assurance écoulée k	Réserve mathématique de l'assurance d'une rente future d'invalidité au montant d'une unité annuellement					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x (Prime: 0,1000)	$\frac{i_x}{2}$ (Prime: 0,0674)	Diminution %	i_x (Prime: 0,1516)	$\frac{i_x}{2}$ (Prime: 0,1028)	Diminution %
10	0,945	0,683	27,7	1,549	1,098	29,1
20	2,304	1,663	27,8	3,488	2,535	27,3
30	4,010	2,952	26,4	5,291	4,057	23,3
40	5,566	4,306	22,6	5,394	4,523	16,1
50	5,492	4,633	15,6	—	—	—

Tableau 7 b

Durée d'assurance écoulée k	Réserve mathématique de l'assurance d'une rente future d'invalidité au montant de 0,015 par année d'assurance quel que soit l'âge lorsque la rente prend cours					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x (Prime: 0,0509)	$\frac{i_x}{2}$ (Prime: 0,0383)	Diminution %	i_x (Prime: 0,0611)	$\frac{i_x}{2}$ (Prime: 0,0466)	Diminution %
10	0,602	0,457	24,1	0,725	0,556	23,3
20	1,440	1,099	23,7	1,712	1,332	22,2
30	2,570	1,992	22,5	2,860	2,305	19,4
40	3,829	3,082	19,5	3,405	2,941	13,6
50	4,276	3,694	13,6	—	—	—

L'influence d'une réduction de l'invalidité sur les réserves mathématiques de l'assurance d'une rente d'invalidité et d'une rente de vieillesse prenant cours à l'âge de 60 ans est presque nulle, que le montant de la rente soit constant ou qu'il soit proportionnel au nombre des années d'assurance (tableau 8 *d*). Aux âges élevés, la valeur de la réserve mathématique augmente. L'influence est par contre sensible si la rente de vieillesse prend cours à 65 ans ou à 70 ans (tableaux 8 *b*, 8 *c* et 8 *e*). Ces constatations restent justes pour la combinaison de rentes d'invalidité, de vieillesse, de veuves et d'orphelins (tableaux 9 *a*, 9 *b*, 9 *c*, 9 *d* et 9 *e*).

Tableau 8 a

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité, combinée avec une rente de retraite échéant à 60 ans (montant de la rente: 1 unité)					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	1,471	1,463	0,5	2,494	2,467	1,1
20	3,605	3,582	0,6	5,952	6,031	— 1,3
30	6,594	6,681	— 1,3	11,422	11,810	— 3,4
40	11,422	11,810	— 3,4	—	—	—

Tableau 8 b

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité, combinée avec une rente de retraite échéant à 65 ans (montant de la rente: 1 unité)					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	1,097	0,999	8,9	1,816	1,643	9,5
20	2,680	2,443	8,8	4,183	3,924	6,2
30	4,754	4,467	6,0	7,024	7,137	— 1,6
40	7,253	7,356	— 1,4	—	—	—

Tableau 8 c

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité, combinée avec une rente de retraite échéant à 70 ans (montant de la rente: 1 unité)					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	0,964	0,766	20,5	1,581	1,240	21,6
20	2,351	1,868	20,5	3,572	2,898	18,9
30	4,102	3,352	18,3	5,502	4,860	11,7
40	5,772	5,111	11,4	7,591	7,954	— 4,8
50	7,591	7,954	— 4,8	—	—	—

Tableau 8 d

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité combinée avec une rente de retraite dès l'âge de 60 ans, le montant de la rente étant de 0,015 par année d'assurance					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	0,874	0,872	0,2	1,077	1,088	— 1,0
20	2,112	2,122	— 0,5	2,630	2,689	— 2,2
30	3,904	3,981	— 2,0	5,140	5,314	— 3,4
40	6,853	7,086	— 3,4	—	—	—

Tableau 8 e

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité combinée avec une retraite dès l'âge de 70 ans (montant 0,015 par année d'assurance)					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	0,615	0,513	16,6	0,744	0,632	15,1
20	1,471	1,238	15,8	1,758	1,526	13,2
30	2,632	2,265	13,9	2,971	2,734	8,0
40	3,969	3,630	8,5	4,555	4,772	— 4,8
50	5,693	5,965	— 4,8	—	—	—

Tableau 9 a

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité (1 unité), combinée avec une rente de retraite échéant à 60 ans (1 unité), une rente de veuve (½ unité) et des rentes d'orphelins					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	1,952	1,922	1,5	3,134	3,071	2,0
20	4,609	4,536	1,6	7,212	7,221	— 0,1
30	8,064	8,075	— 0,1	13,217	13,522	— 2,3
40	13,217	13,522	— 2,3	—	—	—

Tableau 9 b

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité (1 unité), combinée avec une rente de retraite échéant à 65 ans (1 unité), une rente de veuve (½ unité) et des rentes d'orphelins					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	1,563	1,441	7,8	2,415	2,200	8,9
20	3,647	3,354	8,0	5,338	4,995	6,4
30	6,151	5,778	6,1	8,557	8,584	— 0,3
40	8,883	8,901	— 0,2	—	—	—

Tableau 9 c

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité (1 unité) combinée avec une rente de retraite échéant à 70 ans (1 unité), une rente de veuve (½ unité) et des rentes d'orphelins					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	1,425	1,200	15,8	2,167	1,775	18,1
20	3,304	2,758	16,5	4,690	3,911	16,6
30	5,473	4,621	15,6	6,944	6,180	11,0
40	7,344	6,571	10,5	9,056	9,346	— 3,2
50	9,056	9,346	— 3,2	—	—	—

Tableau 9 d

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité combinée avec une rente de retraite dès l'âge de 60 ans et des rentes de veuve et d'orphelins (montant 0,015 par année d'assurance pour l'assuré, la moitié pour la veuve)					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	1,114	1,104	0,9	1,345	1,343	0,1
20	2,656	2,646	0,4	3,194	3,228	— 1,1
30	4,762	4,802	— 0,8	5,948	6,085	— 2,3
40	7,930	8,113	— 2,3	—	—	—

Tableau 9 e

Durée écoulée k	Réserve mathématique d'une rente d'invalidité combinée avec une rente de retraite dès l'âge de 70 ans et des rentes de veuve et d'orphelins (montant: 0,015 par année d'assurance, la moitié pour la veuve)					
	Age d'entrée: 20 ans			Age d'entrée: 30 ans		
	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %	i_x	$\frac{i_x}{2}$	Diminution %
10	0,856	0,747	12,7	1,011	0,889	12,1
20	2,019	1,766	12,5	2,322	2,066	11,0
30	3,497	3,095	11,5	3,778	3,505	7,2
40	5,060	4,675	7,6	5,434	5,608	— 3,2
50	6,792	7,009	— 3,2	—	—	—

III. Influence d'une variation de l'invalidité sur le bilan à l'état stationnaire

Le présent chapitre a pour but d'examiner s'il est facile de passer de l'état stationnaire E. V. K. I à celui qui correspond aux tables calculées par nous E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Ce problème revêt une grande importance, car les caisses de retraite peuvent en général modifier leurs cotisations en tout temps. Nous supposons que l'une d'entre elles ait atteint l'état stationnaire, supposition toute théorique, car l'on ne connaît pas dans la pratique de caisses réalisant exactement cette condition. Au cas où l'invalidité diminuerait désormais de moitié, si le recrutement continuait à être réalisé avec constance, et si pendant très longtemps les observations correspondaient aux taux anciens de décès et d'intérêts, on passerait progressivement et très lentement à un nouvel état stationnaire. Nous supposons encore que les cotisations de tous les membres soient portées aux taux qui correspondent aux nouvelles conditions pour les nouveaux membres. Ensuite de ces modifications, la situation financière de la caisse se trouverait-elle modifiée? Autrement dit, quelle serait l'influence de ces changements sur les réserves mathématiques?

Nous nous sommes attachés à répondre à cette question successivement pour les diverses assurances, toutes calculées dans la supposition que les entrées ont lieu à l'âge de 20 ans et que les cotisations et les rentes sont payables mensuellement.

Nos recherches ont porté sur les cas suivants:

A. Rentes constantes du montant d'une unité annuellement

1° *a)* Assurance d'une rente de vieillesse d'une unité annuellement dès l'âge de 60 ans, payable si l'assuré atteint l'âge de 60 ans à l'état d'actif.

1° *b)* Même assurance avec jouissance de la rente dès l'âge de 70 ans.

2° *a)* Assurance d'une rente de vieillesse au montant d'une unité annuellement, payable dès l'âge de 60 ans, aussi bien si l'assuré est actif qu'invalide à cet âge, avec libération du paiement des primes en cas d'invalidité.

2° *b)* Même assurance, avec jouissance dès l'âge de 70 ans.

3° Assurance d'une rente d'invalidité au montant d'une unité annuellement.

4° *a)* Assurance de rentes d'invalidité et de vieillesse dès l'âge de 60 ans, au montant annuel d'une unité.

4° *b)* Même assurance avec jouissance de la rente de vieillesse dès l'âge de 70 ans.

B. Rentes croissantes

A l'opposé du système de la rente constante, nous avons étudié le même problème pour des rentes croissantes avec les années d'activité, en adoptant la même échelle que dans les tableaux du chapitre précédent, le traitement annuel étant supposé de fr. 1. Nos recherches ont porté sur les cas suivants:

1° Assurance d'une rente d'invalidité.

2° *a)* Assurance de rentes d'invalidité et de vieillesse dès l'âge de 60 ans.

2° *b)* Même assurance avec jouissance de la rente de vieillesse dès l'âge de 70 ans.

Nous aurions voulu étudier aussi les états stationnaires des assurances comprenant des pensions de veuves et d'orphelins. Malheureusement, ce problème aurait demandé des calculs extrêmement longs et compliqués. Le problème plus simple traité ci-dessus à la lettre B a déjà demandé un grand travail de calcul, le lecteur s'en convaincra facilement en prenant connaissance de quelques formules utilisées:

Valeur actuelle des pensions futures d'invalidité prenant cours avant l'âge de 60 ans, lorsque les prestations croissent avec le nombre des années d'assurance, le salaire annuel étant de 100 unités:

$$\sum_{x=20}^{x=59} \frac{(x-20)\cdot 1{,}5\cdot N_x^{ai} + 1{,}5\, S_{x+1}^{ai} - 1{,}5\, S_{61}^{ai} - 60\, N_{60}^{ai}}{v^x} =$$

$$= 1{,}5\cdot\left[\overline{\sum_{20}^{59} x(1+i)^x\cdot N_x^{ai}} - 21\,\overline{\sum_{20}^{59}(1+i)^x\cdot N_x^{ai}} + \overline{\sum_{20}^{59}(1+i)^x\cdot S_x^{ai}} - \right.$$

$$\left. - (S_{61}^{ai} + 40\, N_{60}^{ai})\cdot(s_{\overline{59}|} - s_{\overline{19}|})\right]$$

Valeur actuelle des pensions futures de retraite à servir dès l'âge de 60 ans (le montant de la pension est de 60):

$$60\cdot(N_{60}^{a} + N_{60}^{ai})\cdot(s_{\overline{59}|} - s_{\overline{19}|})$$

Valeur actuelle des pensions de retraite ayant pris cours à l'âge de 60 ans (le montant de la pension est de 60):

$$60\left[\overline{\sum_{x=60}^{x=\omega} l_x^a\cdot(\mathrm{a}_x^a + \mathrm{a}_x^{ai})} + \overline{\sum_{x=60}^{x=\omega} \mathfrak{l}_x^{ii}\cdot \mathrm{a}_x^i}\right] = 60\left[\overline{\sum_{60}^{\omega}(1+i)^x N_x^a} + \overline{\sum_{60}^{\omega}(1+i)^x N_x^{ai}} + \overline{\sum_{61}^{\omega} \mathfrak{l}_x^{ii}\cdot \mathrm{a}_x^i}\right]$$

$$\text{où } \mathfrak{l}_x^{ii} = l_x^{ii} - \frac{l_{60}^{ii}}{l_{60}^{i}}\cdot l_x^i$$

Valeur actuelle des pensions d'invalidité en cours servies à des assurés devenus invalides avant l'âge de 60 ans:

a) Nombre des invalides d'âge x, devenus invalides il y a n ans:

$$l_{x-n}^a\cdot i_{x-n}\cdot\left(1 - \frac{q_{x-n}^i}{2}\right)\cdot\frac{l_x^i}{l_{x-n+1}^i} = l_x^i\cdot F_{x-n}$$

b) Valeur actuelle des rentes servies à ces invalides:

$$l_x^i \cdot F_{x-n} \cdot (x - n - 20) \cdot 1\frac{1}{2}\, a_x^i$$

c) Valeur actuelle des rentes servies à tous les invalides âgés de x ans ($x < 60$) (calculées sur des traitements de 100 unités):

$$1\frac{1}{2}\, a_x^i \cdot l_x^i \sum_{n=1}^{n=x-20} F_{x-n} \cdot (x - n - 20) = 1\frac{1}{2}\, a_x^i \cdot \left(l_x^i \sum_{x=20}^{x=x-1} x F_x - 20 \cdot l_x^i \sum_{20}^{x-1} F_x \right)$$

Valeur actuelle de toutes les rentes d'invalidité en cours servies à des assurés pensionnés avant l'âge de 60 ans:

$$1\frac{1}{2} \sum_{x=21}^{x=\omega} l_x^i \cdot a_x^i \cdot \left(\sum_{20}^{x-1 \text{ limité à } 59} x \cdot F_x - 20 \sum_{20}^{x-1 \text{ limité à } 59} F_x \right)$$

Pour les pensions futures de veuves, nous avons utilisé la formule:

$$0{,}75 \cdot \left[\sum_{20}^{59} x \cdot u^x \cdot N_x^{aw} - 21 \sum_{20}^{59} u^x \cdot N_x^{aw} + \sum_{20}^{59} S_x^{aw} \cdot u^x - S_{61}^{aw} \cdot (s_{\overline{59}|} - s_{\overline{19}|}) + 40 \sum_{60}^{\omega} u^x \cdot N_x^{aw} + \right.$$

$$\left. + \sum_{x=21}^{x=60} l_x^i \cdot a_x^{iw} \sum_{20}^{x-1} x \cdot F_x - 20 \sum_{21}^{60} l_x^{ii} \cdot a_x^{iw} + \left(\sum_{20}^{59} x \cdot F_x - 20 \sum_{20}^{59} F_x \right) \cdot \sum_{61}^{\omega} l_x^i \cdot a_x^{iw} + 40 \sum_{61}^{\omega} \mathfrak{l}_x^{ii} \cdot a_x^{iw} \right]$$

Dans cette formule la lettre u désigne $(1 + i)$.

Quant au problème de l'état stationnaire concernant les pensions de veuves en cours, les données de l'«Eidgenössische Versicherungskasse» ne nous permettaient pas de faire les calculs sans y consacrer un travail exagéré.

Ci-dessous, nous donnons les bilans correspondant aux assurances décrites aux lettres A (chiffres 1 à 4 *b*) et B (chiffres 1, 2 *a* et 2 *b*):

A. Rentes constantes

1° *a)* Bilan technique à l'état stationnaire de l'assurance de rentes de vieillesse constantes servies dès l'âge de 60 ans, à condition d'arriver actif à cet âge (E. V. K. I i_x non modifié) (montant des rentes = 1, l^a_{20} = 100 000).

	Actif Milliers	Passif Milliers
Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		14 357
Valeur actuelle des rentes en cours		7 337
Valeur actuelle des cotisations futures des actifs à raison de 0,0843 annuellement par actif	3 904	
Réserve mathématique.	17 790	
	21 694	21 694

Même bilan selon E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		17 556
Valeur actuelle des rentes en cours		9 232
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,1013 par an et par actif	4 877	
Réserve mathématique.	21 911	
	26 788	26 788

La réserve mathématique augmente de 23,1% lorsque l'invalidité diminue de moitié. Si les cotisations n'étaient pas modifiées, ce besoin de renforcement de la réserve mathématique serait encore plus grand. Le passage de l'un de ces états stationnaires à l'autre se ferait graduellement. Il n'en résulte pas moins une situation extrêmement grave. En effet, les dépenses augmentent peu à peu et cela plus rapidement que les recettes. Supposons que l'on soit arrivé à maintenir la présence d'un capital de 17 790 milliers grâce à des majorations de cotisations; il faudrait encore trouver 4 121 milliers, ce qui représente une cotisation supplémentaire de 0,0856. La cotisation initiale serait multipliée par 2,217. Au point de vue pratique, ce résultat n'a pas une grande importance, car une telle assurance n'est pas pratiquée seule. Elle est combinée avec l'assurance de rentes d'invalidité ou avec la res-

titution des cotisations en cas d'invalidité. On est frappé par la petitesse de la valeur des cotisations futures relativement à la valeur des prestations futures.

1° *b)* Bilan technique à l'état stationnaire de rentes de vieillesse constantes dès l'âge de 70 ans à condition d'arriver actif à cet âge, E. V. K. I (montant des rentes = 1, l^a_{20} = 100 000).

	Actif Milliers	Passif Milliers
Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		1 509
Valeur actuelle des rentes en cours		461
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0055 annuellement par actif	297	
Réserve mathématique.	1 673	
	1 970	1 970

Même bilan selon E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		4 675
Valeur actuelle des rentes en cours		1 457
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0165 annuellement par actif	983	
Réserve mathématique.	5 149	
	6 132	6 132

Une assurance de ce genre serait extraordinairement sensible à la diminution de l'invalidité. A supposer que les primes n'aient été modifiées au fur et à mesure que dans la proportion nécessaire au maintien de l'ancien capital, il faudrait encore trouver la couverture d'une réserve de 3 476 milliers, ce qui exigerait un supplément de cotisation de 0,0583. La cotisation initiale se trouverait multipliée par 13,6.

2° *a)* Bilan technique à l'état stationnaire de l'assurance de rentes de vieillesse constantes, payables dès l'âge de 60 ans, aussi bien si l'assuré est actif qu'invalide à cet âge, avec libération du paiement des primes en cas d'invalidité, E. V. K. I (montant des rentes = 1, l^a_{20} = 100 000).

	Actif Milliers	Passif Milliers
Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		18 926
Valeur actuelle des rentes en cours		9 600
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,1111 annuellement par actif	5 145	
Réserve mathématique.	23 381	
	28 526	28 526

Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		20 028
Valeur actuelle des rentes en cours		10 456
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,1156 annuellement par actif	5 563	
Réserve mathématique.	24 921	
	30 484	30 484

Nous sommes persuadés qu'à priori nombreux seraient ceux qui penseraient que la diminution de l'invalidité doit améliorer la situation de la caisse, car davantage de membres payeront les cotisations; ce serait oublier que les actifs vivent plus longtemps que les invalides. La différence n'apporte toutefois pas de grandes difficultés financières. Si les cotisations n'étaient pas modifiées, les réserves devraient être portées à 25 135 milliers.

2° *b)* Bilan technique à l'état stationnaire de l'assurance de rentes de vieillessse constantes, payables dès l'âge de 70 ans, aussi bien si l'assuré est actif qu'invalide à cet âge, avec libération du paiement des primes en cas d'invalidité, E. V. K. I (montant des rentes = 1, l^a_{20} = 100 000).

Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		9 664
Valeur actuelle des rentes en cours		2 920
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0353 annuellement par actif	1 908	
Réserve mathématique.	10 676	
	12 584	12 584

	Actif Milliers	Passif Milliers
Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.		
Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse		10 691
Valeur actuelle des rentes en cours		3 272
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0378 annuellement par actif	2 251	
Réserve mathématique.	11 712	
	13 963	13 963

Le phénomène constaté à la question précédente (2° *a*) est plus marqué ici. Si les cotisations n'étaient pas modifiées, les réserves devraient être portées à 11 861 milliers.

3° Bilan technique de l'assurance de rentes d'invalidité constantes à l'état stationnaire E. V. K. I (montant des rentes $= 1$, $l^a_{20} = 100\,000$).

Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité		15 755
Valeur actuelle des rentes en cours		7 937
Valeur actuelle des cotisations futures des actifs à raison de 0,1000 par an	5 447	
Réserve mathématique.	18 245	
	23 692	23 692

Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.		
Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité		13 222
Valeur actuelle des rentes en cours		5 523
Valeur actuelle des cotisations futures des actifs à raison de 0,0674 par an	4 153	
Réserve mathématique.	14 592	
	18 745	18 745

La situation s'améliore lorsque l'invalidité diminue; ce résultat était attendu. Si les cotisations n'étaient pas modifiées, une réserve de 12 583 milliers suffirait, la diminution est presque du tiers.

4° *a)* Bilan technique de l'assurance de rentes constantes en cas d'invalidité et de rentes de vieillesse dès l'âge de 60 ans, à l'état stationnaire E. V. K. I (montant des rentes = 1, l^a_{20} = 100 000).

	Actif Milliers	Passif Milliers
Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse et d'invalidité		20 087
Rentes en cours: Valeur actuelle des rentes de vieillesse et d'invalidité		11 773
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,1432 par actif	6 631	
Réserve mathématique.	25 229	
	31 860	31 860

Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse et d'invalidité.		20 643
Rentes en cours: Valeur actuelle des rentes de vieillesse et d'invalidité.		11 573
Valeur actuelle des cotisations futures des actifs à raison de 0,1317 par actif . . .	6 341	
Réserve mathématique.	25 875	
	32 216	32 216

Cette combinaison est très peu sensible aux variations de l'invalidité. En maintenant les anciennes cotisations, les réserves mathématiques seraient de 25 321 milliers, donc pratiquement inchangées.

4° *b)* Bilan technique de l'assurance de rentes constantes en cas d'invalidité et de rentes de vieillesse dès l'âge de 70 ans, à l'état stationnaire E. V. K. I (montant des rentes = 1, l^a_{20} = 100 000).

	Actif Milliers	Passif Milliers
Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse et d'invalidité.		16 019
Valeur actuelle des rentes de vieillesse et d'invalidité en cours.		8 087
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,1015 annuellement par actif	5 487	
Réserve mathématique.	18 619	
	24 106	24 106

Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Valeur actuelle des rentes futures de vieillesse et d'invalidité.		14 598
Valeur actuelle des rentes de vieillesse et d'invalidité en cours		6 211
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0743 annuellement par actif	4 425	
Réserve mathématique.	16 384	
	20 809	20 809

L'amélioration du bilan est très nette. Les cotisations sont abaissées de 26,8% et la réserve de 12%. Si les anciennes cotisations étaient maintenues, une réserve de 14 764 milliers suffirait.

B. Rentes croissantes

1° Bilan technique de l'assurance de rentes croissantes d'invalidité (sans limitation), à l'état stationnaire E. V. K. I (traitement assuré = 1, l^a_{20} = 100 000).

Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité		9 568
Valeur actuelle des rentes en cours		4 135
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0509 annuellement par actif	2 773	
Réserve mathématique.	10 930	
	13 703	13 703

	Actif Milliers	Passif Milliers
Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.		
Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité		8 720
Valeur actuelle des rentes en cours		3 181
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0383 annuellement par actif	2 360	
Réserve mathématique.	9 541	
	11 901	11 901

Comme on l'attendait, l'amélioration est très marquée: 24,8% de diminution aux cotisations; en outre, la réserve nécessaire baisse de 12,7%. En maintenant les anciens taux de cotisations, une réserve de 8 765 milliers suffirait. Cette amélioration est cependant plus faible que celle que nous avons constatée sous A 3° pour les rentes constantes.

2° *a)* Bilan technique de l'assurance de rentes croissantes d'invalidité et de rentes de vieillesse dès 60 ans à l'état stationnaire E. V. K. I (traitement assuré = 1, l^a_{20} = 100 000).

Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité et de vieillesse		11 367
Valeur actuelle des rentes en cours		6 189
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0732 annuellement par actif	3 390	
Réserve mathématique.	14 166	
	17 556	17 556

Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.		
Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité et de vieillesse		12 029
Valeur actuelle des rentes en cours		6 501
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0727 annuellement par actif	3 500	
Réserve mathématique.	15 030	
	18 530	18 530

Contrairement à l'attente, une diminution de l'invalidité ne se traduit pas par une amélioration très marquée. Les cotisations peuvent être maintenues et la réserve augmente lentement au cours du passage de l'un des états stationnaires à l'autre. L'équilibre n'est pas modifié.

Ce résultat est extrêmement important en raison du très grand nombre de caisses de retraite servant les pensions de vieillesse dès l'âge de 60 ans.

Nous avons constaté la même constance de l'équilibre pour l'état stationnaire des rentes constantes (A 4° *a*). Ce fait nous dispense d'étudier d'autres échelles de croissance, ainsi que le cas d'une caisse où les membres entreraient plus âgés. D'ailleurs l'exemple pratique donné au chapitre IV confirme ce résultat.

2° *b)* Bilan technique de l'assurance de rentes croissantes d'invalidité et de rentes de vieillesse dès 70 ans à l'état stationnaire E. V. K. I (traitement assuré = 1, l^a_{20} = 100 000).

	Actif Milliers	Passif Milliers
Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité et de vieillesse		9 740
Valeur actuelle des rentes en cours		4 242
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0519 annuellement par actif	2 806	
Réserve mathématique.	11 176	
	13 982	13 982

Même bilan pour l'état stationnaire E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$.

Valeur actuelle des rentes futures d'invalidité et de vieillesse		9 620
Valeur actuelle des rentes en cours		3 667
Valeur actuelle des cotisations futures à raison de 0,0431 annuellement par actif	2 567	
Réserve mathématique.	10 720	
	13 287	13 287

Comme dans le cas des rentes constantes (A 4° *b*) la diminution de l'invalidité apporte une notable amélioration quoique celle-ci soit ici moins forte. Si les cotisations n'étaient pas modifiées, la réserve se réduirait à 10 196 milliers.

IV. Application à des bilans techniques de caisses existantes

Nous avons eu récemment l'occasion d'établir le bilan technique d'une ancienne caisse de retraite, celle que nous avons désignée par «C. Bq.» au chapitre I. La question de l'invalidité a été l'objet d'une étude particulière parce que les experts chargés de faire le bilan technique précédent avaient opéré une forte réduction sur la valeur actuelle des pensions futures d'invalidité.

D'emblée, une telle réduction nous a paru trop forte, toutefois une appréciation fondée n'était guère possible sans des calculs très longs pour lesquels une base sûre nous manquait. Nous attendîmes donc de disposer de nos nouvelles tables E. V. K. I $\frac{i_x}{2}$ pour nous faire une opinion.

Pour l'étude de ce cas particulier, nous avons réduit l'effectif à son septième afin de diminuer les calculs, tout en nous appliquant à faire une représentation la plus semblable possible à l'effectif complet de la caisse en question. Cet effectif comprend 267 actifs, 7 pensionnés pour raison d'invalidité, 17 retraités, 26 veuves et 5 orphelins. Les prestations de la caisse sont graduées comme nous l'avons indiqué à la page 285. Toutes les cotisations et les pensions sont payables mensuellement.

Les assurés ont droit à la retraite dès l'âge de 60 ans; toutefois, certaines affiliations ayant été tardives, nous avons admis que les membres actifs ne prendraient leur retraite que lorsqu'ils auraient droit au maximum de pension (70 %), mais à 65 ans au plus tard.

De cette façon, nous avons compté

228	assurés	pour	la	retraite	à 60	ans
6	»	»	»	»	à 61	»
4	»	»	»	»	à 62	»
2	»	»	»	»	à 63	»
2	»	»	»	»	à 64	»
25	»	»	»	»	à 65	»

La situation se présente comme suit pour la caisse réduite à son septième:

1° Bilan relatif aux assurés masculins pour la retraite à l'âge de 60 ans

	E. V. K. I 3½ %		
	(i_x)	$\left(\frac{i_x}{2}\right)$	Différence
Valeur actuelle des pensions futures de retraite et d'invalidité . . .	988 047	999 914	+ 11 867
Valeur actuelle des pensions futures de veuves	209 112	200 306	— 8 806
Valeur actuelle des pensions futures d'orphelins (5 % du poste précédent).	10 456	10 015	— 441
Total	1 207 615	1 210 235	+ 2 620
Valeur actuelle des cotisations futures de 13 % des traitements .	273 187	281 650	+ 8 463
Réserve technique.	934 428	928 585	— 5 843

La différence représente 0,63 %.

2° Bilan relatif aux membres masculins assurés pour les échéances de 61 à 65 ans (retraite)

	E. V. K. I 3½ %		
	(i_x)	$\left(\frac{i_x}{2}\right)$	Différence
Valeur actuelle des pensions futures de retraite et d'invalidité . . .	124 133	128 255	+ 4 122
Valeur actuelle des pensions futures de veuves	27 725	27 288	— 437
Valeur actuelle des pensions futures d'orphelins (5 % du poste précédent).	1 386	1 364	— 22
Total	153 244	156 907	+ 3 663
Valeur actuelle des cotisations futures de 13 % des traitements .	39 385	42 016	+ 2 631
Réserve technique.	113 859	114 891	+ 1 032

Cette différence représente 0,9 %. C'est une augmentation de la réserve technique, tandis que le tableau précédent a conduit à une diminution.

3° Bilan relatif aux pensionnés
(rentes futures de veuves et d'orphelins comprises)

	E. V. K. I 3 ½ %		
	(i_x)	$\left(\frac{i_x}{2}\right)$	Différence
Valeur actuelle des pensions en cours	241 628	246 582	+ 4 954
Valeur actuelle des pensions de veuves futures et d'orphelins . .	24 561	24 561	
	266 189	271 143	+ 4 954

La différence représente 1,86%.

4° Bilan général des assurés actifs et invalides de sexe masculin
(rentes futures de veuves et d'orphelins comprises)

Réserve technique.	1 314 476	1 314 619	+ 143

La différence représente 0,01%.

Ce résultat ne nous a pas surpris, car notre attention avait déjà été attirée par des cas où la sous-invalidité avait entraîné des déficits. Il y a quelques années, par exemple, le bilan technique de la Caisse de retraite des cantonniers de l'Etat de Vaud avait donné un résultat qui ne s'expliquait que difficilement, il fallut rechercher en détail l'influence des diverses causes de bénéfices et de déficits dans cette jeune institution. Les membres les plus âgés n'étant pas arrivés au maximum de leurs droits, pour chaque nouvelle année d'assurance ils grevaient la caisse de charges dépassant largement en valeur actuelle leurs cotisations de l'année. Dans les années qui précédaient le moment donnant droit à la retraite, la caisse avait avantage à ce que le membre devînt invalide. Quant aux pseudo-rentiers (assurés restant en activité après l'âge de la retraite), la moitié du bénéfice constitué par leurs pensions non touchées et leurs nouvelles cotisations était absorbée par l'augmentation de leurs droits.

V. Remarques finales

Les résultats obtenus sont trop nombreux pour que nous en donnions une récapitulation. Nous ne voudrions toutefois pas terminer ce travail sans relever que bien souvent ils n'ont pas correspondu à l'estimation préalable que l'on pouvait faire, soit que la variation effective se fît dans un sens diamétralement opposé, soit que l'écart fût différent de celui qu'on croyait (généralement beaucoup moins grand).

Le lecteur aura peut-être été surpris par la multiplicité des cas examinés au chapitre II, car certains d'entre eux paraissent n'avoir qu'une importance théorique. Il faut toutefois se rappeler que le «dosage» des prestations en cas d'invalidité, de décès et de vieillesse varie d'une caisse à l'autre. Grâce à l'étude des éléments isolés, telle que nous l'avons entreprise, il doit être possible de se faire rapidement une idée sur toutes les combinaisons que l'on trouve dans la pratique.