

Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of
Swiss Actuaries

Band: 54 (1954)

Artikel: Die Faktorenmethode bei der individuellen Witwenrentenversicherung

Autor: Vogel, Walter

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-555018>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Faktorenmethode bei der individuellen Witwenrentenversicherung

Von *Walter Vogel*, Zürich ¹⁾

I. Einleitung

Bei den neuen schweizerischen Gruppenversicherungstarifen von 1953 beanspruchen die Tabellen für die Versicherung von anwartschaftlichen Witwenrenten einen Platz von nur 16 Druckseiten [1]. Für individuelle Tarife ist dies sehr wenig, da bei der üblichen Individualmethode die Tarife auf den Überlebensordnungen l_{xy} aufgebaut sind und daher prinzipiell für alle Alterskombinationen (x, y) der Ehegatten tabelliert werden müssen. Würde dieser zweidimensionale Aufbau konsequent durchgeführt, so benötigten die vollständigen Tabellen einschliesslich Bruttotarife usw. über 300 Seiten ²⁾.

Die Probleme der numerischen Erfassung von mehrdimensionalen Mannigfaltigkeiten auf beschränktem Raum und entsprechend mit einem angemessenen Arbeitsaufwand, sowie die besonderen Schwierigkeiten, die sich einer allfällig notwendigen Extrapolation über den Rand des durchgerechneten Bereiches hinaus entgegenstellen – alle diese Einzelprobleme seien zusammenfassend als das *Darstellungsproblem* bei den mehrfach abgestuften Tabellen bezeichnet. So gefasst, besteht dieses Darstellungsproblem nicht nur bei den Witwenrententarifen,

¹⁾ Nach einem Kurzvortrag an der Jahresversammlung 1953 der «Ver-einigung».

²⁾ Die Gruppenversicherungstarife von 1939 und 1948 kamen mit je rund 100 Seiten aus, was jedoch nur darauf zurückzuführen ist, dass zu verschiedenen Vereinfachungen Zuflucht genommen worden war: insbesondere waren die Tarife nur für bestimmte Basis-Altersdifferenzen, z. B. 0, ± 3 , ± 6 usw., aufgestellt worden. Für die übrigen Altersdifferenzen galt innerhalb des tabellierten Bereiches der nächstgelegene Basistarif und ausserhalb eine einfache Extrapolationsregel. Durch diese Zusammenfassung zu Altersdifferenzen-Gruppen mussten relativ grosse Abweichungen in Kauf genommen werden. Innerhalb des tabellierten Bereiches betragen diese bis zu 20% der genauen Werte, ausserhalb noch mehr.

sondern bei sämtlichen Versicherungen auf mehrere Leben, wie Überlebensleibrenten, verbundene Renten, gemischte Versicherungen auf zwei Leben usw., da die vollständigen Tariftabellen aller dieser Versicherungsarten im Prinzip mehrere Eingänge besitzen.

Eine besondere Stellung nehmen dank dem Gesetz vom gleichmässigen Altern – *De Morgan* [2], *Makeham* 1860 [3] – gewisse Versicherungsformen auf mehrere Leben ein, wie verbundene Renten und Kapitalversicherungen, bei denen die Summe fällig wird im ersten Todesfall. Sofern nämlich die Absterbeordnungen l_x, l_y, \dots Gompertz- oder Makeham- (allgemein Quiquet-) Funktionen sind mit der gleichen Konstanten c , zerfällt bekanntlich die mehrdimensionale Mannigfaltigkeit $l_{xy\dots}$ in eine eindimensionale $l_{zz\dots}$ und einen expliziten Ausdruck für die Altersverschiebung $x-z$. In diesen sehr speziellen Fällen findet somit das Darstellungsproblem eine elementare Lösung, indem an Stelle des mehrfach abgestuften Tarifes (x, y, \dots) ein einziger Basistarif tritt, in Verbindung mit einer einfachen Hilfstabelle zur Bestimmung des «Zentralalters» z .

Leider ist der Anwendungsbereich dieser einfachen Darstellung von mehrdimensionalen Tarifen sehr beschränkt. In mathematischer Strenge existiert eine Elementarlösung nur unter den erwähnten analytischen Voraussetzungen. Daneben kommt sie nur noch als Annäherung in Betracht, so z. B. für die angeführten Versicherungsformen, wenn die verschiedenen Absterbeordnungen wohl einer der aufgezählten Funktionen folgen, aber nicht die gleiche Konstante c aufweisen oder wenn die in Frage stehenden Ordnungen überhaupt nicht nach Gompertz oder Makeham (Quiquet) ausgeglichen sind [4], [5]. Für Versicherungsarten auf mehrere Leben, bei denen es nicht nur auf den ersten Todesfall ankommt, muss jedoch das Darstellungsproblem auf andere Weise gelöst werden ¹⁾.

Als Illustration einer neuen Lösungsmöglichkeit des Darstellungsproblem es dürfte es daher allgemein interessieren, welche Erwägungen im Spezialfall der Gruppen-Witwenrententarife zur Anwendung einer Faktorenmethode führten, die es ermöglichte, Tabellenzahl und Arbeitsaufwand auf einen angemessenen Umfang herabzumindern.

¹⁾ Einzig bei den sogenannten Renten auf das letzte Leben $a_{\overline{xy\dots}}$ besteht noch eine ähnliche, aber weniger weittragende Beziehung, die zudem nur für ganz spezielle und praktisch uninteressante Absterbeordnungen gilt [6].

II. Theoretische Erwägungen zur Faktorenmethode

Die eingangs erwähnte Lösung für die Verbindungsrenten usw. legte es nahe, auch für die Witwenrentenversicherung den analogen Ansatz einer näherungsweise Darstellung mit einem einzigen Basistarif zu versuchen.

Dabei zeigte sich, dass hier mit Vorteil nicht fiktive Alter z eingeführt werden, mit denen als Argument in den Basistarif einzugehen ist, sondern *Faktoren, mit denen jeweilen die Werte des Basistarifes noch zu multiplizieren sind*, um die gewünschten Tarifwerte für die Altersdifferenz $\Delta = x - y$ zu erhalten. Da diese Faktoren von x und Δ abhängen, ist die zugehörige Tabelle doppelt abgestuft, im Gegensatz zur eindimensionalen Tabelle für die Alterskorrektur bei den Verbindungsrenten.

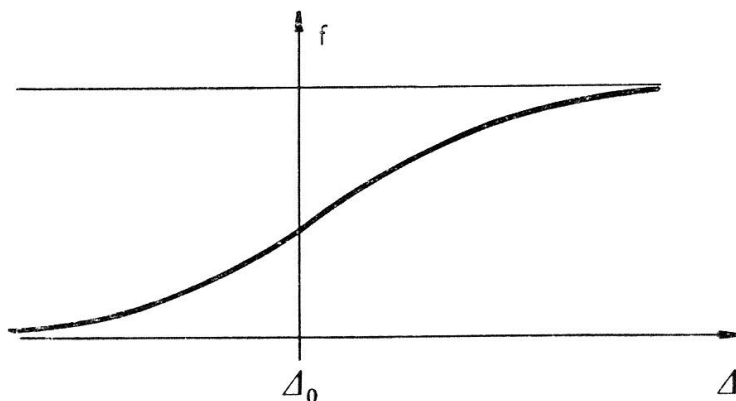
Wählt man, wie dies in der Gruppenversicherung üblich ist, als Basis-Altersdifferenz $\Delta_0 = +3$, so gilt beispielsweise für die Nettoeinlage

$$a_{x,y} = a_{x|x-\Delta} = f(x,\Delta) a_{x,x-3}. \quad (1)$$

Der naheliegende Gedanke, f als Quotienten für alle Altersdifferenzen aus den Werten $a_{x,y}$ und $a_{x|x-3}$ zu bestimmen, fällt ausser Betracht, da gerade die Vermeidung der zeitraubenden Durchrechnung der Tarife für sämtliche Altersdifferenzen das Ziel der gesuchten Methode ist. Man wird daher f als Funktion auffassen und mit möglichst guter Annäherung durch eine analytische Formel wiederzugeben versuchen.

1. $f(x,\Delta)$ als Funktion von Δ :

Für ein festes Alter x hat f den monotonen Charakter einer Verteilungsfunktion.



Die beiden Asymptoten ergeben sich durch einfache Überlegungen:

- a) Mit wachsender Altersdifferenz nimmt die Frauensterblichkeit ab; im Grenzfall wird $\lim_{\Delta \rightarrow +\infty} q_y = 0$, das heisst vom Tode des Mannes an läuft eine ewige Rente, was gleichbedeutend ist mit einer Todesfallsumme $a_{\infty|} = 1/d$ auf das Leben des Mannes:

$$a_{x|y} = a_y - a_{xy} \xrightarrow{\Delta \rightarrow +\infty} a_{\infty|} - a_x = \frac{A_x}{d}.$$

- b) Eine abnehmende Altersdifferenz hat eine wachsende Frauensterblichkeit zur Folge, was im Grenzfall mit $\lim_{\Delta \rightarrow -\infty} q_y = 1$ dazu führt, dass nie eine Frau ihren Ehemann überlebt, womit der Barwert $a_{x|y}$ verschwindet:

$$a_{x|y} \xrightarrow{\Delta \rightarrow -\infty} 0.$$

Der einfachste Typus einer derartigen Verteilungsfunktion ist die bekannte logistische Funktion

$$f(t) = \frac{A + Be^t}{1 + De^t}, \quad \text{mit } t = \Delta - \Delta_0, \quad (2)$$

die sich an die gegebenen Rechnungsgrundlagen anpassen lässt durch geeignete Wahl der Parameter, nötigenfalls verbunden mit einer Substitution $t(x, \Delta)$ an Stelle von $t = \Delta - \Delta_0$.

2. $f(x, \Delta)$ als Funktion von x :

Je nach dem Wert von x ergeben sich verschiedene Kurven $f(x, \Delta)$, was beispielsweise schon daraus ersichtlich ist, dass sich die obere Asymptote A_x/d mit x verschiebt. Diese Änderungen erfolgen jedoch nicht sprunghaft, so dass sich die Parameter durch stetige Funktionen von x annähern lassen.

3. Im weiteren unterscheiden sich die Kurven $f(x, \Delta)$ auch voneinander, je nachdem sie für Prämien oder Einlagen, Brutto- oder Nettowerte und feste oder planmässig veränderliche Leistungen bestimmt worden sind.

Im Vergleich zu den Abweichungen, die auf Grund der bisherigen Methode mit den Altersdifferenzengruppen entstanden, sind diese Unterschiede jedoch meist von untergeordneter Bedeutung. Falls sie

daher vernachlässigt werden dürfen, wäre damit eine beträchtliche Herabsetzung der Tabellenzahl erreicht: alle üblichen Tariftabellen der Nettowerte, der Bruttoprämien bei verschiedenen Schlussaltern, der Bruttoeinlagen und der Grundzahlen zur Tarifierung von veränderlichen Leistungen fallen weg, ausser denjenigen für die eine Basisdifferenz Δ_0 , während auf der anderen Seite eine *einzig*e Hilfstabelle mit zwei Eingängen dazukommt. Dies bedeutet vor allem eine handlichere Tarifsammlung und zudem eine Arbeitseinsparung bei der Aufstellung und dem Druck der Sammlung, der nur die geringfügige Mehrarbeit gegenübersteht, später jeden auszurechnenden Tarifwert noch mit dem zugehörigen Faktor zu multiplizieren, falls Δ nicht zufällig den Wert Δ_0 besitzt.

III. Die Anwendung der Faktorenmethode auf die Gruppenversicherungstarife 1953

Zur Bestimmung der Parameter in der Formel (2) und zur Abklärung, welche Substitution $t(x, \Delta)$ allenfalls noch einzuführen war, wurden numerische Untersuchungen angestellt mit einem weitmaschigen Netz von Bruttoprämien und Bruttoeinlagen, sowohl für feste wie auch für steigende Leistungen auf Grund einer für diese Versicherungsform typischen Skala. Die Kurven $f(x, \Delta)$ für prämienfreie feste Leistungen liegen in den unteren Altern immer zwischen den extremalen Werten, die zudem höchstens um 2% voneinander abweichen. Für die höheren Alter – von über 65 Jahren – wo es meist nur noch Deckungskapitalien zu berechnen gilt, sind die Versicherungen ohnehin prämienfrei und fest in der Leistung. Ohne somit den Verhältnissen Zwang anzutun, konnten daher für alle Kombinationen einheitlich die Faktoren der prämienfreien Versicherung mit fester Leistung als allein massgebend erklärt werden, womit die neuen Witwenrententarife nur eine einzige Faktorentabelle aufweisen ¹⁾.

Die genauere Untersuchung der Kurven $x = \text{const.}$ dieser Einheitsfaktoren ergab, dass die Kurven im Gegensatz zur einfachen logistischen

¹⁾ Wird bei den prämienpflichtigen und den prämienfreien Versicherungen der gleiche Einheitsfaktor f verwendet, so bedeutet dies unter anderem, dass es auch nicht mehr unterschiedliche Prämienbarwerte a_{xym} gibt für verschiedene $x - y$, sondern nur noch den einen Wert $a_{x:x-3:\bar{n}}$ für die als Basis gewählte Altersdifferenz $\Delta_0 = + 3$.

Funktion nicht symmetrisch sind und auch eher etwas steiler ansteigen. Eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Formel und direkter Berechnung konnte durch folgende Substitution erzielt werden: zuerst wurde $t = (\Delta - 3)^{kx}$ gesetzt und auf dieses t sodann eine projektive Lineartransformation ausgeübt. Damit ergibt sich unter Berücksichtigung der Asymptoten die endgültige Formel

$$f(x, \Delta) = \frac{f_x 10^{\psi(x, \Delta)}}{f_x - 1 + 10^{\psi(x, \Delta)}}, \quad (3)$$

wobei
$$\psi(x, \Delta) = c_x \frac{(\Delta - 3)^{kx}}{b_x + (\Delta - 3)^{kx}} = \frac{c_x}{1 + b_x (\Delta - 3)^{-kx}}$$

mit $\operatorname{sgn} (\Delta - 3)^{kx} = \operatorname{sgn} (\Delta - 3)$.

Der Parameter f_x ist für alle Alter gegeben. Er entspricht der oberen Asymptote der logistischen Kurve. Für die anderen Parameter konnten Polynome in x angesetzt werden, für k_x sogar ein linearer Ausdruck ¹⁾.

IV. Die numerische Berechnung der Faktorentabelle

Die praktischen Anforderungen an die Gruppenversicherungstarife 1953 führten dazu, eine Tabelle aufzustellen, aus der sich die Einheitsfaktoren $f(x, \Delta)$ mit 3 Dezimalen entnehmen lassen für alle ganzzahligen Argumentwerte im Bereich

$$\begin{aligned} 20 &\leq x \leq 100 \\ -10 &\leq \Delta \leq +21, \end{aligned}$$

mit Ausnahme der Werte mit $y < 20$.

Das bedeutete die numerische Berechnung von rund 2500 Faktoren. Im Hinblick auf die grosse Anzahl wäre eine einfacher gebaute Formel (3) vorzuziehen gewesen. Dem stand andererseits die Notwendigkeit einer guten Anpassung gegenüber. Diese einander widersprechenden Forderungen lassen sich im allgemeinen auf einen Nenner bringen, wenn es gelingt, zum Teil mit Interpolationen auszukommen.

¹⁾ Formeln wie (3) eignen sich insbesondere für die Extrapolation von Funktionswerten von grossen, nicht mehr tabellierten Altersdifferenzen, da die extrapolierten Werte gegen ihren genauen Grenzwert streben und nicht wie z. B. bei der parabolischen Extrapolation schliesslich über die gegebenen Asymptoten hinausführen.

Um diese Möglichkeiten abzuklären, wurden zuerst Interpolationen angesetzt bei festem Δ und variablem x , da in dieser Richtung die Kurven $f(x, \Delta)$ die kleineren Variationen aufweisen. Für äquidistante Punkte (x_0, Δ) , (x_t, Δ) , (x_{2t}, Δ) , ... wurden die Ausgangswerte der Interpolation auf Grund der Formel (3) bestimmt. Zum Unterschied gegenüber den interpolierten Werten seien die auf Grund von (3) berechneten als Kardinalwerte $F(x_t, \Delta)$ oder kurz als F_t bezeichnet. Für alle $x = 20, 21, 22, \dots, 100$, wurden dann die Zwischenwerte $f(x, \Delta)$ interpoliert.

Wird dies für eine Folge äquidistanter Werte von Δ , nämlich $\Delta_0, \Delta_s, \Delta_{2s}, \dots$ durchgeführt, so muss im ganzen ein Netz von Kardinalwerten $F(x_t, \Delta_s)$ auf Grund von (3) bestimmt werden. Zusammen mit den interpolierten Werten $f(x, \Delta_s)$ bildet dieses Netz dann die Ausgangswerte für die Interpolation der restlichen Zwischenwerte bei festem x und variablem Δ .

Bei Wahl der Interpolationsintervalle $t = s = 5$ ergab sich die verlangte Genauigkeit, wenn auch die höheren Differenzen bis zur 3. Ordnung berücksichtigt wurden. Durch die Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung in der allgemeinen Newtonschen Interpolationsformel ergeben sich Interpolationsparabeln, die bei einfacherer Rechnung praktisch zu den gleichen Resultaten führen wie die bekannte oskulierende Interpolation. Die Abweichungen gegenüber der genauen Rechnung mit (3) besitzen – zumindest im Innern des tabellierten Bereiches – die Grössenordnung von Rundungsfehlern, die auch bei jeder anderen Berechnungsweise auftreten würden. Einzig am Rande ($\Delta = -10, -9$ und $-8!$) wurden etwas grössere Abweichungen in Kauf genommen, da der Arbeitsaufwand zu deren Herabsetzung auf die Grössenordnung $5 \cdot 10^{-4}$ angesichts der praktischen Bedeutungslosigkeit der entsprechenden Faktoren unverhältnismässig hoch gewesen wäre.

Die gewählte Interpolationsmethode reduzierte somit die Faktorenberechnung zunächst auf die formelmässige Berechnung von rund 100 Faktoren F , wobei für jeden dieser Kardinalwerte ein zweimaliges Logarithmieren nötig war¹⁾. Aber auch die interpolatorische Bestimmung der rund 2400 restlichen Faktoren f hätte bei gewöhnlicher

¹⁾ $100 = \frac{2500}{5 \cdot 5}$.

Durchführung eine sehr grosse Arbeit verursacht ¹⁾. Nun lässt sich jede parabolische Interpolation zurückführen auf eine Folge von sich immer wiederholenden Differenzen- und Summenbildungen. Fortgesetzte Additionen und Subtraktionen nach einem festen Schema sind aber Operationen, die man bei grosser Anzahl vorteilhaft von Lochkartenmaschinen ausführen lässt.

Das Prinzip für die Bewältigung derartiger Arbeiten mit Lochkarten stellte *J. L. Comrie* bereits um 1930 auf [7]. Die Erweiterung auf die vorliegende zweidimensionale Aufgabe führt auf drei Arbeitsgänge für jede Interpolationsrichtung. Die Umstellung auf die andere Richtung erfolgt durch eine gewöhnliche Umsortierung der Lochkarten.

Die drei Arbeitsgänge lassen sich kurz wie folgt beschreiben:

1. *Bestimmung des Differenzenschemas von F_t :*

Zur maschinellen Berechnung von $\nabla^k F_t$ ²⁾ müssen die Operationen für jeden Argumentwert t einen in sich geschlossenen Zyklus bilden, so dass die Tabuliermaschine nach abgelaufenem Zyklus automatisch die nächste Karte verarbeitet und so den ganzen Arbeitsgang in einem Kartendurchlauf ausführt. Jeder Zyklus zerfällt seinerseits in mehrere Einzelschritte, von denen im ersten – wenn jeweiligen $t = 0$ gesetzt wird –

$$\begin{array}{ll}
 S_0 = F_0 + \nabla F_0 + \nabla^2 F_0 + \nabla^3 F_0 & \text{gebildet wird, im zweiten} \\
 \nabla^4 F_5 = F_5 - S_0 & \text{und in den folgenden sukzessive} \\
 \nabla^3 F_5, \nabla^2 F_5 \text{ und } \nabla F_5 & \text{nach der Vorschrift} \\
 \nabla^k F_5 = \nabla^k F_0 + \nabla^{k+1} F_5 & (k = 3, 2, 1).
 \end{array}$$

¹⁾ Bei der verlangten Genauigkeit von 3 Dezimalen wäre mit linearer Interpolation nicht viel einzusparen gewesen. Je nach der Variation von $f(x, \Delta)$ wäre ein Interpolationsintervall von der Länge 2 oder 3 in Frage gekommen, womit schätzungsweise 400 bis 500 Faktoren direkt nach (3) hätten berechnet werden müssen.

²⁾ In der Schreibweise der sogenannten aufsteigenden Differenzen lautet das Differenzenschema von F_t :

$$\begin{array}{ll}
 F_0 & \nabla^2 F_5 & \nabla^4 F_{10} \\
 & \nabla F_5 & \nabla^3 F_{10} & \vdots \\
 F_5 & & \nabla^2 F_{10} & \vdots \\
 & \nabla F_{10} & & \vdots \\
 F_{10} & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & & & \vdots
 \end{array}
 \quad \text{mit} \quad \nabla^{k+1} F_t = \nabla^k F_t - \nabla^k F_{t-5};$$

entsprechend wäre zu setzen:

$$\nabla^{k+1} f_t = \nabla^k f_t - \nabla^k f_{t-1}.$$

2. Bestimmung der Leitdifferenzen $\nabla^k f_t$:

Die für die Aufsummierung notwendigen Leitdifferenzen $\nabla^k f_0$ (Anfangswerte) und $\nabla^4 f_t$ (Korrekturglieder) ergeben sich unmittelbar aus der Interpolationsformel ¹⁾:

$$\begin{aligned} f_0 &= F_0 \\ \nabla f_0 &= 0,2 \nabla F_0 + 0,032 \nabla^2 F_0 + 0,048 \nabla^2 F_5 \\ \nabla^2 f_0 &= 0,008 \nabla^2 F_0 + 0,032 \nabla^2 F_5 \\ \nabla^3 f_0 &= 0,008 \nabla^3 F_5 \\ \nabla^4 f_{5r-4} &= \nabla^4 f_{5r-2} = - 0,032 \nabla^4 F_{5r+5} \\ \nabla^4 f_{5r-3} &= + 0,072 \nabla^4 F_{5r+5} \\ \nabla^4 f_{5r} &= \nabla^4 f_{5r-1} = 0 \qquad r = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Mit einem Rechenlocher lässt sich auch dieser Arbeitsgang rein maschinell ausführen.

3. Bestimmung der interpolierten Werte f_t :

Die fortgesetzte Aufsummierung der berechneten Leitdifferenzen ergibt laufend die gesuchte Interpolation f_t . Maschinell entspricht dies der Umkehrung des ersten Arbeitsganges.

* * *

Die dargelegte Methode ist nicht auf den Spezialfall der Überlebensrenten (Witwenrenten ohne Berücksichtigung der Wiederverheiratung) beschränkt, sondern lässt sich ohne grosse Änderungen erweitern. So kann der Abzug wegen der Wiederverheiratung der Witwen berücksichtigt werden durch einfache Umrechnung der Faktoren für die gewöhnliche Überlebensrentenversicherung oder durch eine geeignete andere Wahl der Parameter.

Ferner liessen sich analog Faktoren aufstellen für andere Formen der individuellen Witwenrentenversicherung, z.B. für den Fall, dass beim vorzeitigen Tod der Ehefrau die aufgewendeten Mittel nicht verfallen sollen.

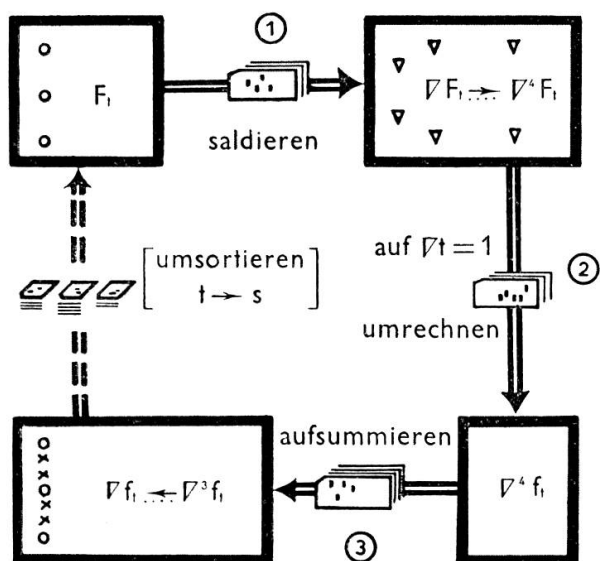
¹⁾ Formel von *Laplace-Everett* (symmetrische Form der allgemeinen Newtonschen Formel)

$$f_{5u} = \begin{cases} vF_0 + \binom{v+1}{3} \nabla^2 F_5 + \binom{v+2}{5} \nabla^4 F_{10} + \dots \\ + uF_5 + \binom{u+1}{3} \nabla^2 F_{10} + \dots \end{cases} \quad \text{mit } \begin{cases} u = 0; 0,2 \dots 0,8 \\ v = 1 - u. \end{cases}$$

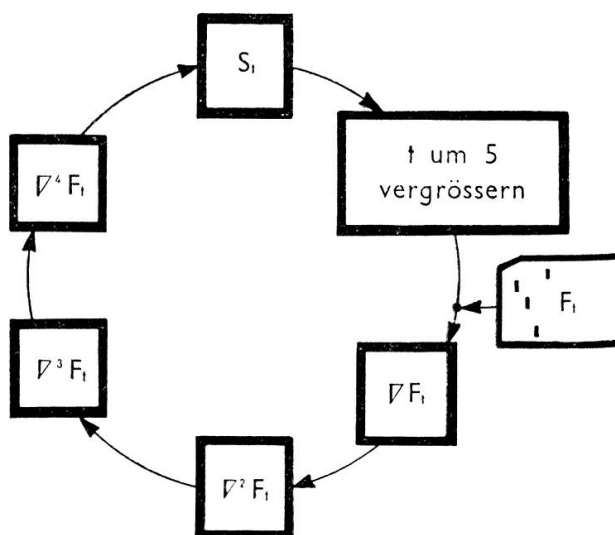
Zusammenfassend darf die beschriebene Faktorenmethode in theoretischer Hinsicht als befriedigend und praktisch als arbeitssparend bezeichnet werden. Ihre Anwendung beschränkt sich nicht auf die im Gruppenversicherungsgeschäft übliche individuelle Witwenrentenversicherung, sondern lässt sich ohne weiteres auf andere mehrfach abgestufte Tarifarten ausdehnen.

Parabolische Interpolation mit Hilfe von Lochkarten

a) Allgemeines Schema



b) Schema des 1. Arbeitsganges



Literatur-Verzeichnis

- [1] Technische Grundlagen und Bruttotarife für Gruppenversicherungen, Zürich, 1953.
- [2] *A. de Morgan*: Phil. Mag., London, 1839.
– On a property of Mr. Gompertz' law of mortality, Ass. Mag. 8, London, 1860.
- [3] *W. M. Makeham*: On the law of mortality and the construction of annuity tables, Ass. Mag. 8, London, 1860.
- [4] *P. Iff*: Das Gesetz vom gleichmässigen Altern, Diss. Bern, 1927.
- [5] *P. Smolensky*: Eine europäische Sterbetafel, Versicherungs-Archiv, Wien, 1932/33.
- [6] *Poterin du Motel*: Note sur une propriété commune à deux lois de survie, Bull. trim. act. fr. 6, Paris, 1896.
- [7] *J. L. Comrie*: Interpolation, Nautical almanac, London, 1931.