

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Band:** 54 (1954)

**Artikel:** Eine verfeinerte t-Methode

**Autor:** Maurer, Willy / Boss, Max

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-555055>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Eine verfeinerte $t$ -Methode

Willy Maurer und Max Boss, Basel

Unter der  $t$ -Methode haben wir bekanntlich ein Näherungsverfahren zur Ermittlung des Deckungskapitals einer Gruppe von Todesfall-, von Erlebensfall- oder von gemischten Versicherungen zu verstehen. Es ist in seiner einfachsten Form von *H. Jecklin* entwickelt worden <sup>1)</sup>.

Die Idee, die diesem Verfahren zugrunde liegt, besteht – kurz ausgedrückt – in folgendem: Die Versicherungen eines und desselben Beginnjahres werden zu einer Gruppe zusammengefasst, die somit in jedem Zeitpunkt lauter Policen mit gleicher abgelaufener Dauer  $t$  enthält. Für diese Gruppe wird nun das mittlere Alter ( $\varrho$ ) am Stichtage für die Reserveberechnung gebildet. Die Reserve wird mit diesem Mittelwert für die ganze Gruppe gesamthaft nach der retrospektiven Formel

$$\sum S_i {}_tV_i = \frac{N_{e-t} - N_e}{D_\varrho} \sum S_i P_i - \frac{M_{e-t} - M_e}{D_\varrho} \sum S_i \quad (1)$$

berechnet, als ob es sich um eine einzige Police handle.

Die Entwicklung des Verfahrens erfolgt unter der Voraussetzung, dass für die Bilanzierung des betreffenden Bestandes eine Sterbetafel Verwendung finde, die nach Makeham ausgeglichen ist. Hier kann statt des mittleren erreichten Alters das mittlere Eintrittsalter für den Bestand errechnet werden. Dies geschieht am einfachsten mit Hilfe der mit den Versicherungssummen gewogenen Sterbeintensität beim Versicherungsbeginn

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{\sum S_i \mu_{x_i}}{\sum S_i}. \quad (2)$$

---

<sup>1)</sup> Im Anhang findet sich ein Verzeichnis der Literatur über die  $t$ -Methode.

Wegen des Gesetzes des gleichmässigen Alterns

$$\mu_e = \mu_{x+t} = \mu_{x+t}^- \quad (3)$$

das für eine solche Sterbetafel charakteristisch ist, gibt dann das mittlere Eintrittsalter, erhöht um die abgelaufene Dauer, jederzeit das richtige mittlere erreichte Alter an.

Der oben genannte Bestimmungsmodus lässt sich aus der retrospektiven Reserveformel für  $t = 1$  herleiten, wobei zwei Näherungen vorgenommen werden, die indessen bei Makeham-Tafeln nur unbedeutende Fehler bewirken: Einmal wird infolge des gewählten Verfahrens zur Bestimmung des mittleren Alters (Wägung mit den Versicherungssummen) nur der Risikoprämienteil genau, während der Teil der angesammelten Reserveprämien streng genommen ein anderes mittleres Alter (gewogen mit den Reserveprämien) erfordern würde (Fehlerquelle 1). Im weiteren wird eine Reihenentwicklung nach dem Linearglied abgebrochen (Fehlerquelle 2). Diese beiden Fehlerquellen sind in der am Schluss erwähnten Literatur eingehend untersucht worden.

Ist die Bilanz-Sterbetafel nicht nach Makeham ausgeglichen, so kann das mittlere Eintrittsalter in analoger Weise aus den Sterbewahrscheinlichkeiten zu Beginn der Versicherung ermittelt werden:

$$q_{\bar{x}} = \frac{\sum S_i q_{x_i}}{\sum S_i}. \quad (4)$$

Eine wesentliche Voraussetzung ist dabei allerdings, dass der Mittelwert  $q_{\bar{x}}$  in einen Teil der Sterbetafel zu liegen kommt, wo die Funktion  $q_x$  monoton und auch nicht allzu flach (d. h. eindeutig umkehrbar) verläuft.

Dieses Vorgehen allein bedeutet bereits eine Vergrößerung des Verfahrens (Fehlerquelle 3); ausserdem ist zu beachten, dass nun das Gesetz des gleichmässigen Alterns nicht mehr gilt (Fehlerquelle 4). Es besteht daher begründeter Anlass, die Genauigkeit der  $t$ -Methode zu überprüfen. Mit der vorliegenden Arbeit soll gezeigt werden, wie die Genauigkeit nötigenfalls durch eine Verfeinerung der Methode entscheidend verbessert werden kann. Die Verfasser stützen sich dabei auf die Erfahrungen, die sie bei der Verwendung des Verfahrens zur Reservebestellung eines Lebensversicherungs-Portefeuilles sammeln konnten.

Die  $t$ -Methode ist hinsichtlich der Reserverechnung anderen Gruppen- oder Näherungsverfahren nicht unbedingt überlegen. Sie bietet dagegen in organisatorischer Hinsicht einige beachtliche Vorteile. Durch die Gruppierung nach dem Rechnungsjahr des technischen Beginns ergibt sich eine übersichtliche Gestaltung der technischen Registratur: Die Policen werden ihrem natürlichen Entstehen entsprechend zusammengefasst; es müssen nur wenige, dafür aber umfangreiche Gruppen gebildet werden. Es handelt sich um die nämliche Gruppierung, wie sie für Beobachtungen über den Verlauf des Stornos nach abgelaufenen Versicherungsjahren erforderlich ist. Oder weiter: Die Reservekarten können so gestaltet werden, dass sie die (meist ebenfalls nach gleichen Zugangsjahren zu gruppierenden) Masszahlen für die Berechnung der Gewinnreserven aus obligatorischer Ansammlung von planmässigen Gewinnzuweisungen automatisch mitliefern, wodurch sich eine besondere Kartei für die Gewinnreserven (oder bei Verwendung von Lochkarten eine Umsortierung) erübrigt.

Mit Rücksicht auf die angedeuteten zusätzlichen Vorteile hat sich die COOP Lebensversicherungs-Genossenschaft im Jahre 1946 entschlossen, die Reserven für ihre seit 1942 abgeschlossenen gemischten Versicherungen gegen periodische Prämien nach der  $t$ -Methode zu berechnen. Grundlagen für die Bilanz sind: Sterbetafel SM 1921/30, Zinsfuss ursprünglich  $2\frac{3}{4}\%$ , später  $2\frac{1}{2}\%$ .

Da diese Sterbetafel nicht nach Makeham ausgeglichen ist, war von allem Anfang an zu prüfen, wie es sich mit der Genauigkeit der zu erwartenden Resultate verhalte. Es zeigte sich, worauf inzwischen auch *Ruch* hingewiesen hat, dass bei normaler Alterszusammensetzung eines Bestandes nach irgendeiner Zeitspanne  $t$  die auf Grund eines mittleren Eintrittsalters  $\bar{x}$  bestimmte Sterbewahrscheinlichkeit  $q_{\bar{x}+t}$  höher ausfällt als die dem effektiven erreichten Durchschnittsalter entsprechende Sterbewahrscheinlichkeit  $q_{\overline{x+t}}$ . Die Verwendung einer zu hohen Sterbewahrscheinlichkeit und damit einer zu hohen Risikoprämie in der retrospektiven Reserveformel liefert jedoch zu kleine Reserven, wenn gleichzeitig die richtige Nettoprämie eingesetzt wird. Wegen der stets anwachsenden Differenz zwischen dem effektiven und dem konstruierten Durchschnittsalter ergeben der richtige und der näherungsweise konstruierte Reserveverlauf das Bild einer Schere.

Wenn man eine gewisse Einbusse an Eleganz sowie eine bescheidene Mehrarbeit in Kauf zu nehmen gewillt ist, so gelingt es, diese Schwierigkeiten zu beheben.

Das Wesen der in dieser Arbeit zu beschreibenden verfeinerten Methode liegt in folgendem: Neben dem mittleren Eintrittsalter  $\bar{x}$  ( $= \bar{x}_0$ ) auf Grund der Sterbenswahrscheinlichkeiten bei Versicherungsbeginn wird ein zweites mittleres Eintrittsalter auf Grund des Deckungskapitals nach einer passend gewählten abgelaufenen Dauer (etwa nach 15 Jahren) gebildet. Dieser Wert sei mit  $\bar{x}_{15}$  bezeichnet und ist aus der Beziehung

$$\frac{\sum S_i {}_{15}V_{\bar{x}_i:\overline{n_i}|}}{\sum S_i} = \frac{N_{\bar{x}_{15}} - N_{\bar{x}_{15}+15}}{D_{\bar{x}_{15}+15}} \cdot \frac{\sum S_i P_i}{\sum S_i} - \frac{M_{\bar{x}_{15}} - M_{\bar{x}_{15}+15}}{D_{\bar{x}_{15}+15}} \quad (5)$$

zu bestimmen. Die Zahl  $\bar{x}_{15} + 15$  gibt das richtige Durchschnittsalter nach 15 Jahren an. Bei SM 1921/30 und für normale Alterszusammensetzungen gilt  $\bar{x}_{15} < \bar{x}_0$ .

An den Zwischenstellen des Intervalles  $0 < t < 15$  werden die zugehörigen mittleren Eintrittsalter durch Interpolation nach der Formel

$$\bar{x}_t = (1 - \lambda_t) \bar{x}_0 + \lambda_t \bar{x}_{15} \quad (6)$$

gebildet. Zur Erzeugung der Interpolationsfaktoren dient der Ausdruck

$$\lambda_t = \frac{t}{100} \left( \frac{t}{5} + \frac{11}{3} \right). \quad (7)$$

Die Interpolation mittels einer Parabel zweiten Grades liefert einerseits eine hinreichend gute Anpassung an die wirklichen Verhältnisse und verursacht andererseits nur wenig Rechenarbeit. Für die Bestimmung der auftretenden Konstanten waren drei Gleichungen erforderlich. Zwei davon bestanden in den selbstverständlichen Beziehungen  $\lambda_0 = 0$  und  $\lambda_{15} = 1$ .

Die dritte Gleichung ergab sich aus der empirischen Feststellung, dass für  $t = 10$  der Faktor  $\lambda_t$  ungefähr 0,57 betragen müsse, damit unsere Formeln ein möglichst exaktes Deckungskapital liefern.

Aus den beiliegenden tabellarischen Aufstellungen ist ersichtlich, dass dieses Verfahren – das wir als *erste Variation* bezeichnen wollen – für die untersuchten Bestände einen Deckungskapitalverlauf erzeugt, der ganz schwach über den exakten Werten liegt.

Über das Vorgehen nach Zurücklegung des 15. Versicherungsjahres soll hier noch nichts Definitives ausgesagt werden, da praktische Erfahrungen hierüber noch fehlen. Die Verfasser sind indessen der Ansicht, dass sich ernstliche Schwierigkeiten nicht darbieten werden. Denkbar ist es, die bisherigen Hilfszahlen für eine geraume Weile von etwa 5 oder 10 Jahren weiter zu verwenden, indem  $\bar{x}_t$  aus  $\bar{x}_0$  und  $\bar{x}_{15}$  extrapoliert wird. Dabei wird man mit Vorteil eine neue Extrapolationsformel verwenden, um das Entstehen einer neuen Schere zu vermeiden. Nach 21 oder 26 abgelaufenen Versicherungsjahren, wenn sich der Bestand merklich gelichtet haben wird, wäre eine neue Hilfszahl, etwa  $S_{30}V$ , einzuführen. Das hieraus zu bestimmende  $\bar{x}_{30}$  ermöglicht zusammen mit  $\bar{x}_0$  und  $\bar{x}_{15}$  eine gute Inter- bzw. Extrapolation bis der Bestand soweit zusammengeschmolzen ist, dass sich die weitere Verwendung einer Gruppenmethode nicht mehr lohnt.

Für die Praxis hat die COOP-Leben eine weitere Modifikation entwickelt – als *zweite Variation* – die nun nicht mehr möglichst genaue Resultate, sondern eine leichte Verschiebung in Richtung einer *Verstärkung* anstrebt.

Eine Verstärkung der Reserven nach der  $t$ -Methode wird allgemein dadurch erreicht, dass zu kleine Werte für  $\bar{x}_t$  verwendet werden, d. h. dass bei der Interpolation der Komponente  $\bar{x}_{15}$  ein zu grosses Gewicht gegeben oder – anders formuliert – dass mit zu grossen Werten  $\lambda_t$  gerechnet wird. In diesem Sinne wird nun  $\lambda_t$  aus einer Parabel zweiten Grades bestimmt, die durch die Fixpunkte  $\lambda_0 = 0,1$ ,  $\lambda_{10} = 0,6$  und  $\lambda_{15} = 1$  definiert ist. (Indem wir  $\lambda_0 > 0$  setzen, fangen wir die Fehlerquellen 1 bis 3 auf).

So erhalten wir die Formel

$$\lambda_t = \frac{1}{1000} (2t^2 + 30t + 100). \quad (8)$$

Die Zahlenbeispiele zeigen, dass die erzielte Verstärkung bescheiden und durchaus tragbar ist; sie nimmt mit wachsender Reserve ab. Sie gibt die Sicherheit, dass auch bei unvorhergesehenen Unregelmässigkeiten in der Bestandesentwicklung nicht etwa zu kleine Deckungskapitalien entstehen. Ausserdem ist die Erwartung zulässig, dass die Interpolationsformel der zweiten Variation auch für andere Sterbe-

tafeln gelten dürfe, dass also – bildlich gesprochen – ihre Kurve über der Schar der exakteren Interpolationskurven der ersten Variation liegt, die vermutlich für die jeweils verwendete Sterbetafel charakteristisch sein dürften.

Hinsichtlich der zweiten Hilfszahl zur Bestimmung des mittleren Eintrittsalters ist noch eine kurze Bemerkung am Platze. Wie erwähnt, wird dazu das exakte Deckungskapital der Police nach 15 Jahren verwendet. An sich ist diese Grösse indessen nur sinnvoll bei Versicherungen, die für eine Dauer von mindestens 15 Jahren abgeschlossen sind. Damit jedoch auch kürzer dauernde Versicherungen in das Näherungsverfahren einbezogen werden können, und da ja eine Hilfszahl keinen Sinn «an sich» zu haben braucht, wird die zweite Hilfszahl rein formal auch für  $n < 15$  nach der retrospektiven Reserveformel definiert, was bei der gemischten Versicherung nach Umformung ergibt:

$$S_{15}V = S \left[ 1 + \frac{(P + d) a_{x:\overline{15}|} - 1}{{}_{15}E_x} \right]. \quad (9)$$

Zur praktischen Durchführung hat man etwa wie folgt vorzugehen: Für jeden der auf den Bilanztag bereinigten Bestände kennt man die benötigten Totalzahlen

$$\begin{aligned} \sum S_i & \quad (\text{Versicherungssumme}) \\ \sum P_i S_i & \quad (\text{Nettoprämie}) \\ \sum q_{x_i} S_i & \quad (\text{erste Hilfszahl}) \\ \sum {}_{15}V_{x_i} S_i & \quad (\text{zweite Hilfszahl}) \end{aligned}$$

Die Division durch das Total der Versicherungssummen liefert die Mittelwerte für die Nettoprämie, die erste und die zweite Hilfszahl.

In der Tabelle für  $q_x$  ist nun zu suchen, zwischen welchen Werten  $q_a$  und  $q_{a+1}$  der Mittelwert  $q_{\bar{x}}$  zu liegen kommt, wobei  $a$  eine ganze Zahl bedeutet. Der gesuchte Argumentwert  $\bar{x} = \bar{x}_0$  ergibt sich darauf durch lineare Interpolation nach der Beziehung

$$\bar{x}_0 = \frac{q_{\bar{x}} - q_a}{q_{a+1} - q_a} + a. \quad (10)$$

Die Bestimmung von  $\bar{x}_{15}$  aus der zweiten Hilfszahl erfordert etwas

mehr Arbeit. Zunächst hat man festzustellen, für welches ganzzahlige Argument  $b$  die Beziehung gilt

$${}_{15}V_b > {}_{15}V_{\bar{x}} > {}_{15}V_{b+1}.$$

Die Zahlen  ${}_{15}V_b$  und  ${}_{15}V_{b+1}$  sind von Fall zu Fall unter Zuhilfenahme der mittleren Nettoprämien des betreffenden Bestandes zu berechnen. Eine Hilfstabelle für die Ausdrücke

$$\frac{N_b - N_{b+15}}{D_{b+15}} \quad \text{und} \quad \frac{M_b - M_{b+15}}{D_{b+15}}$$

leistet dabei gute Dienste. Ist  $b$  einmal bekannt, so liefert lineare Interpolation

$$\bar{x}_{15} = \frac{{}_{15}V_b - {}_{15}V_{\bar{x}}}{{}_{15}V_b - {}_{15}V_{b+1}} + b. \quad (11)$$

Beim Aufsuchen von  $b$  wird man sich daran erinnern, dass dieser Wert etwas kleiner als  $\bar{x}_0$  sein muss. Aus  $\bar{x}_0$  und  $\bar{x}_{15}$  ist nun  $\bar{x}_t$  nach Formel (6) zu interpolieren, und schliesslich ist das erreichte Durchschnittsalter

$$q = \bar{x}_t + t.$$

Hieraus erhalten wir mit Hilfe der Formel (1) leicht die Reserve für die ganze Gruppe.

Zur Illustration des Vorangehenden lassen wir einige Zahlenaufstellungen folgen:

*Tabelle 1* zeigt die Werte für die Interpolationszahlen  $\lambda_t$

$t$	$\lambda_t$ für die		$t$	$\lambda_t$ für die	
	erste Variation Formel (7)	zweite Variation Formel (8)		erste Variation Formel (7)	zweite Variation Formel (8)
0	0,00	0,10	8	0,42	0,47
1	04	13	9	49	53
2	08	17	10	57	60
3	13	21	11	65	67
4	0,18	0,25	12	0,73	0,75
5	23	30	13	81	83
6	29	35	14	91	91
7	35	41	15	1,00	1,00



In Tabelle 2 führen wir den Verlauf der Abweichungen vom exakten Deckungskapital nach Einzelrechnung an, die sich für die Reserven ergeben, die nach einem der drei beschriebenen Verfahren der  $t$ -Methode berechnet worden sind:

- a) ursprüngliche einfache Form mit einer Hilfszahl;
- b) erste Variation, Einführung einer zweiten Hilfszahl;
- c) zweite Variation, Verfahren der COOP-Leben.

Als Material diente eine Auswahl aus dem Bestand an gemischten Versicherungen mit ärztlicher Untersuchung mit Beginn in einem und demselben Kalenderjahr. Ausgezogen wurden 70 Policen von Versicherten, deren Familienname mit einem bestimmten Buchstaben beginnt. Um einen strengen Maßstab anzulegen, wurde dieser Auswahlbestand mit einem aussergewöhnlich starken und unregelmässigen Abgang belegt. Rechnungsgrundlagen sind die Sterbetafel SM 1921/30, Zinsfuss  $2\frac{3}{4}\%$ .

Die Anpassung an den exakten Verlauf, besonders bei der ersten Variation, ist bemerkenswert gut; die zweite Variation liefert erwartungsgemäss leicht höhere Werte, doch übersteigt auch hier die Abweichung nirgends einen halben Prozent der exakten Reserve. Auffällig ist der Sprung beim Übergang vom zehnten zum elften zurückgelegten Versicherungsjahr. Die zweite Zeile für  $t = 10$  soll jedoch darlegen, dass die Unregelmässigkeit durch jene Policen bedingt ist, welche nach 10 Jahren zum Ablauf kommen, und zwar ist nicht in der konstruierten Hilfszahl die Ursache zu suchen, sondern in den extrem hochgelegenen Eintrittsaltern jener Policen mit zehnjähriger Versicherungsdauer. Zu irgendwelchen Bedenken gibt diese Erscheinung nicht Anlass, da der Sprung nur relativ, nicht absolut, gross ist und sich ganz im Bereich der positiven Abweichungen abspielt.

Deutlich erkennbar ist die Schere im Verlauf der Reserven nach der ursprünglichen  $t$ -Methode. Durch ablaufende Policen wird ihre Öffnung wohl vorübergehend verengert, jedoch keineswegs geschlossen. Das Ausmass des Fehlers, der durch die Schere entsteht, soll zwar nicht dramatisiert werden; im vorliegend gezeigten Bereich übersteigt er z. B. nirgends die Ermässigung, welche die Reserve durch eine zwei-prozentige Zillmerung erfahren würde; dennoch ist er unseres Erachtens entschieden zu gross. Eine Verfeinerung der Methode drängte sich daher auf.

Tabelle 2: Reserveverlauf in einem Bestand mit unregelmässiger Entwicklung

Abge- laufene Versi- cherungs- dauer (Jahre)	Versicherte Summe Fr.	Exaktes Deckungs- kapital nach Einzel- rechnung Fr.	Mittleres Eintrittsalter				Abweichungen der Reserve absolut und in % des exakten Wertes bei Anwendung der <i>t</i> -Methode mit					
			$\bar{x}_0$	$\bar{x}_{15}$	$\bar{x}_t$ nach Formel (7)	$\bar{x}_t$ nach Formel (8)	einer Hilfszahl		zwei Hilfszahlen			
							1. Variation		2. Variation			
			in Fr.	in %	in Fr.	in %	in Fr.	in %				
1	695 715	22 202	38,59	35,35	38,46	38,17	- 43	-0,17	- 9	-0,00	61	0,27
2	690 715	44 685	38,64	35,40	38,38	38,09	- 120	-0,27	4	0,00	149	0,33
3	675 715	66 959	38,79	35,59	38,37	38,12	- 399	-0,43	45	0,07	234	0,35
4	653 124	85 664	38,29	35,07	37,71	37,49	- 477	-0,56	104	0,12	307	0,36
5	653 124	108 494	38,29	35,07	37,55	37,32	- 827	-0,76	147	0,14	441	0,41
6	651 124	129 506	38,17	35,34	37,35	37,18	- 1169	-0,90	165	0,13	267	0,33
7	551 124	124 624	37,79	34,35	36,59	36,38	- 1685	-1,35	244	0,20	553	0,44
8	551 124	144 467	37,79	34,35	36,35	36,17	- 2415	-1,67	335	0,23	660	0,46
9	551 124	164 923	37,79	34,35	36,10	35,97	- 3317	-2,01	442	0,27	706	0,43
10	536 124	182 920	37,93	34,47	35,96	35,85	- 4369	-2,39	574	0,31	804	0,44
10*)	506 574	153 370	35,95	34,30	35,01	34,96	- 1904	-1,24	46	0,03	137	0,09
11	506 574	170 988	35,95	34,30	34,88	34,84	- 2487	-1,45	26	0,02	112	0,07
12	499 074	184 436	35,54	34,26	34,61	34,58	- 2414	-1,31	- 13	-0,00	57	0,03
13	493 074	195 898	35,57	34,27	34,52	34,49	- 3067	-1,57	- 24	-0,00	59	0,03
14	493 074	213 913	35,57	34,27	34,39	34,39	- 3834	-1,79	- 8	-0,00	- 8	-0,00
15	483 074	225 994	35,66	34,34	34,34	34,34	- 4712	-2,09	- 7	-0,00	- 7	-0,00

\*) Nach Abgang der Policen mit 10jähriger Versicherungsdauer.

Eine weitere Aufstellung (Tabelle 3) zeigt den Verlauf der Reserven eines Bestandes, der während einer längeren Zeitspanne unverändert belassen wird. Damit soll deutlichgemacht werden, dass weder die gute Anpassung bei der verfeinerten, noch die mangelnde Anpassung der ursprünglichen *t*-Methode etwa mit der willkürlich gewählten starken Bestandesveränderung zusammenhängt. Verfolgt wurde wieder ein Auswahlbestand von gemischten Versicherungen mit ärztlicher Untersuchung, anfänglich 59 Policen, der nach den nämlichen Rechnungsgrundlagen bilanziert wird. In der Tat lässt sich kein wesentlicher Unterschied im Verlauf der Abweichungen feststellen, der Verlauf ist lediglich gleichmässiger als in Tabelle 2.

Mit diesen Zahlenbeispielen dürfte der Nachweis erbracht sein, dass sich die *t*-Methode auch praktisch anwenden lässt bei Sterbetafeln, denen die Eigenschaft des gleichmässigen Alterns nicht zukommt, wenn – unter Verzicht auf einen Teil der ursprünglichen Eleganz – eine zusätzliche Hilfszahl eingeführt wird. Wie sich in den bisherigen acht Jahren praktischer Durchführung bei der COOP-Leben gezeigt hat, fallen auch bei dem modifizierten Verfahren und eher kleinen Versicherungsbeständen die Vorteile dieser Näherungsmethode noch durchaus genügend ins Gewicht, um ihre Anwendung zu rechtfertigen. Dies gilt selbstverständlich erst recht, wenn mittlere oder grosse Bestände zu bearbeiten sind, und am ausgesprochensten dann, wenn die nach Zugangsjahren gegliederte Reservekartei gleichzeitig noch anderen Zwecken nutzbar gemacht werden kann.

Tabelle 3: Reserveverlauf in einem Bestand mit wenig Mutationen

Abgelaufene Versicherungsdauer (Jahre)	Versicherte Summe Fr.	Exaktes Deckungskapital nach Einzelrechnung Fr.	Mittleres Eintrittsalter				Abweichungen der Reserve absolut und in % des exakten Wertes bei Anwendung der <i>t</i> -Methode mit					
			$\bar{x}_0$	$\bar{x}_{15}$	$\bar{x}_t$ nach Formel (7)	$\bar{x}_t$ nach Formel (8)	einer Hilfszahl		zwei Hilfszahlen			
							1. Variation		2. Variation			
			in Fr.	in %	in Fr.	in %	in Fr.	in %				
1	290 059	8 953	35,37	32,49	35,25	35,00	- 2	-0,02	7	0,08	24	0,27
2	.	18 137	.	.	35,14	34,88	- 8	-0,04	24	0,13	58	0,32
3	.	27 559	.	.	35,00	34,77	- 32	-0,12	55	0,20	101	0,37
4	.	37 259	.	.	34,85	34,65	-102	-0,27	65	0,17	123	0,33
5	.	47 221	.	.	34,71	34,51	-205	-0,43	67	0,14	146	0,31
6	.	57 471	.	.	34,53	34,36	- 361	-0,63	68	0,12	149	0,26
7	.	68 005	.	.	34,36	34,19	- 546	-0,80	92	0,14	197	0,29
8	.	78 858	.	.	34,16	34,02	- 809	-1,03	113	0,14	215	0,27
9	.	90 042	.	.	33,96	33,84	-1145	-1,27	115	0,13	210	0,23
10	290 059	101 556	35,37	32,49	33,73	33,64	-1544	-1,52	139	0,14	220	0,22
11	284 059	106 694	34,53	32,39	33,14	33,10	-1402	-1,31	95	0,09	138	0,13
12	284 059	118 158	34,53	32,39	32,97	32,93	-1813	-1,53	93	0,08	133	0,11
13	282 059	127 765	34,10	32,23	32,59	32,55	-1919	-1,50	30	0,02	78	0,06
14	279 600	137 057	34,07	32,21	32,38	32,38	-2390	-1,74	25	0,02	25	0,02
15	274 600	143 694	33,09	31,72	31,72	31,72	-1967	-1,37	4	0,00	4	0,00

### Literatur-Verzeichnis

- H. Jecklin*: Reserveberechnung nach Gruppen gleicher verflrossener Dauer. «Das Versicherungsarchiv», 15. November 1934.
- Retrospektive Reserveberechnung nach Gruppen gleichen Acquisitionsjahres. «Aktuarske Vedy», Jahrgang 1936.
- Die einjährige Sterbenswahrscheinlichkeit als Hilfsgrösse zur Bestimmung des technischen Durchschnittsalters von Personengruppen in der Lebensversicherung. «Blätter für Versicherungsmathematik», Band 4, 6. Heft.
- W. Börlin*: Gruppenweise Reserverechnung bei Verwendung von Selektions- und Dekrementen-Tafeln. «Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker», 38. Heft, 1939.
- H. Jecklin*: Zur Praxis der Reserveberechnung nach der  $t$ -Methode. MVSV, Band 42, 1. Heft, 1942.
- E. Zwinggi*: Bemerkungen zur Reserveberechnung nach der  $t$ -Methode. MVSV, Band 42, 2. Heft, 1942.
- Versicherungsmathematik, Verlag Birkhäuser, Basel 1946, S. 103–105.
- H. Ruch*: Eine Variation der  $t$ -Methode. MVSV, Band 48, 2. Heft, 1948, und Band 49, 2. Heft, 1949.
- E. Zwinggi*: The calculation of Reserves by Means of Samples. Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik. Vol. 85, Nr. 4/5, 1949.
- H. Jecklin*: Grundsätzliche Bemerkungen zur  $t$ -Methode. MVSV, Band 49, 2. Heft, 1949.
- P. Leepin*: Über die Anwendung von Mittelwerten zur Reserveberechnung. MVSV, Band 49, 2. Heft, 1949.
- E. Zwinggi*: Calcolo retrospectivo della riserva mediante prove. Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, anno XIV, 1951.
- H. Jecklin, W. Leimbacher*: Über ein Sterbegesetz, welches eine exakte Darstellung der Leibrenten durch Zeitrentenbarwerte erlaubt. MVSV, Band 53, 2. Heft, 1953.