

Die nur vom Endalter anhängige Jahresprämie für eine anwartschaftliche Invalidenrente

Autor(en): **Romer, B.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **63 (1963)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-966927>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die nur vom Endalter abhängige Jahresprämie für eine anwartschaftliche Invalidenrente

Von B. Romer, Basel

Zusammenfassung

Hängt die Jahresprämie für eine temporäre anwartschaftliche Invalidenrente nur vom Endalter ab, so lässt sich ein enger Zusammenhang zwischen der Jahresprämie, der Invalidierungswahrscheinlichkeit, dem einjährigen Invalidenrentenbarwert und dem Barwert der sofort beginnenden temporären Invalidenrente herleiten. Die Beziehungen sind auch verwendbar, wenn es sich um vorübergehende oder teilweise Invalidität handelt.

Seit einigen Jahren haben sich für die Jahresprämie $P^{ai}(x,n)$ der anwartschaftlichen Invalidenrente Tarife eingebürgert, welche diese Prämie weder nach dem Eintrittsalter x noch nach der Dauer n abstufen, sondern lediglich nach dem Endalter $x + n = s$. In der Schweiz hat diese Entwicklung mit den Gruppentarifen 1953 der schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften begonnen; die Probetarife wiesen damals bei (x,n) -Paarungen mit gleichem Endalter eine verhältnismässig geringe Schwankungsbreite auf. Das führte zur genannten Vereinfachung. Manche Gesellschaften sind daraufhin diesem Beispiel auch in den Individualtarifen gefolgt.

Was lässt sich rückwärts daraus erschliessen für den Barwert der laufenden Invalidenrente, für die Invalidierungswahrscheinlichkeit und für die Aktivitätsordnung – vorausgesetzt, dass die Prämien anhand Grundlagen I. Ordnung und auf Nettobasis angesetzt seien?

Es bedeute

D_x^a die diskontierte Zahl der Aktiven des Alters x ,
 i_x die sogenannte abhängige oder erfahrungsmässige oder «nichtbereinigte» Wahrscheinlichkeit¹⁾ eines x -jährigen Aktiven, im nächsten Lebensjahr invalid zu werden,

¹⁾ Siehe des Verfassers Aufsatz in diesen Mitteilungen, Bd.62, April 1962.

$a^i(x, n)$ den Barwert der Invalidenrente «1» (pro Jahr) für einen Aktiven, der im Alter zwischen x und $x + 1$ invalid wird; die Rente ende spätestens im Alter $x + n = s$. Die Abzinsung der Fälligkeiten erfolge (im Gegensatz zu den üblichen Darstellungen) auf den Zeitpunkt, in welchem der Versicherte x Jahre alt geworden ist¹⁾.

Die bloss vom Endalter abhängige Prämie P_s^{ai} folgt der Äquivalenzgleichung

$$P_s^{ai} (D_x^a + \sum_{t=1}^{n-1} D_{x+t}^a) = D_x^a i_x a^i(x, n) + \sum_{t=1}^{n-1} D_{x+t}^a i_{x+t} a^i(x + t, n - t). \quad (1)$$

Bei gleichem Endalter gilt dasselbe auch für das Eintrittsalter $x + 1$, also für die durch Summenzeichen links und rechts separierten Grössen, und daraus folgt

$$i_x a^i(x, n) = P_s^{ai}, \quad (2)$$

also auch

$$i_x a^i(x, n - 1) = P_{s-1}^{ai}, \quad (2a)$$

somit aus (2) und (2a)

$$a^i(x, n) P_{s-1}^{ai} = a^i(x, n - 1) P_s^{ai}. \quad (3)$$

Setzen wir (3) bei gleichbleibendem x an für ein Ausgangs-Endalter s , dann für $s - 1$, $s - 2$, ... bis zu $x + 2$, und denken wir die Seiten links und die Seiten rechts für sich ausmultipliziert, so kürzt sich fast alles weg, und wir kommen auf

$$a^i(x, n) P_{x+1}^{ai} = a^i(x, 1) P_s^{ai} \quad (4)$$

oder

$$a^i(x, n) = \frac{P_s^{ai}}{P_{x+1}^{ai}} a^i(x, 1). \quad (4a)$$

Zusammen mit (2) ergibt sich dann

$$i_x = \frac{P_{x+1}^{ai}}{a^i(x, 1)}, \quad (5)$$

was schon aus (2) für $s = x + 1$ folgt.

Über die Zahlungsweise der Invalidenrenten, die Karenzfristen, die Leistungsvoraussetzungen usw. haben wir keine Annahmen getroffen; das heisst, dass obige Darstellung die Praxis und die Bedingungen völlig offenlässt.

¹⁾ In $a^i(x, n)$ lassen sich allenfalls Unkosten im Zusammenhang mit dem Rentenlauf einbeziehen.

$a^i(x,1)$ liegt unter 1 und dürfte oft grösser als 0,5 sein¹⁾. Schätzt man auf Grund der bekannten P_s^{ai} die Invaliditätswahrscheinlichkeiten und die Barwerte der Invalidenrente anhand von (4a) und (5) ab, so ergeben sich bei den heute gebräuchlichen Prämiensätzen Werte für i_x , die eher zu hoch liegen, während die $a^i(x,n)$ eher zu klein ausfallen und zu wenig nach n gestaffelt sind. Die P_s^{ai} steigen in den verwendeten Tarifen monoton mit s , und damit ist durch das Verhältnis zwischen den Prämien für das höchste und das niedrigste Endalter der Rahmen für $a^i(x,n)$ bereits gegeben.

Die Aktivitätsordnung geht in die Beziehungen (2) bis (5) nicht ein, übt also keinen Einfluss aus und ist daher frei wählbar.

Noch einige Worte zu i_x und $a^i(x,n)$: Handelt es sich um gänzliche und dauernde Invalidität, so bieten beide Grössen keine Verständnisschwierigkeiten. Fraglich wird ihre Bedeutung und damit ihre Brauchbarkeit dann, wenn auch teilweise und vorübergehende Invalidität – und das letztere heisst: auch die Reaktivierung – einbezogen werden müssen. Es gibt tatsächlich eine Möglichkeit, diesen allgemeineren Fällen bei gleichbleibender Darstellung in (1) bis (5) statistisch Rechnung zu tragen: Invalid-Erklärungen zählen bei i_x mit «1», wenn der Aktive vollinvalid wird, andernfalls mit dem Bruchteil, welcher durch den Invaliditätsgrad ausgedrückt wird. Mit dem Rest bleibt der Betroffene aktiv. Man hat es also nicht mehr mit ganzzahligen Ereignisfällen allein und mit ganzzahligen Beständen von Aktiven und Invaliden zu tun. Reduktion des Invaliditätsgrades bedeutet einen negativen Anteil an den zu zählenden Ereignisfällen für i_x , und zwar in Höhe der Reduktion. Völliges Wiedergewinnen der Arbeitskraft (Wiederaktivierung) erklärt sich zwangsläufig als «negativer» Invaliditätsfall. Solange der auf diese Weise errechnete Umfang der Übertritte von den Aktiven zu den Invaliden in jedem Altersjahr überwiegt gegenüber den «Rückwanderungen», solange also i_x positiv bleibt, entstehen aus einer solchen Interpretation keine Schwierigkeiten. Die methodische und rechnerische Einfachheit wird zwar dadurch erkauft, dass die Übertritte nicht mehr wie üblich auf die Menge bezogen sind, der sie entspringen, sondern (bei den Reaktivierungen) auf diejenige, in die sie einmünden. Aktive und Invalide sind jedoch einander zugeordnete

¹⁾ Bei langer Karenz zwischen Invaliditäts- und Leistungsbeginn kann die Untergrenze noch tiefer liegen.

Austauschbestände, und deshalb wirkt eine derartige Darstellung keineswegs unnatürlich.

Die Wirkung der graduellen Invalidierung und der Reaktivierung lässt sich noch dadurch verfolgen, dass man neben der eben geschilderten Invaliditätsstatistik eine zweite führt, die nur die Fälle erstmaliger Invalidierklärungen zählt, und zwar diese voll als Einheiten, gleichgültig, wie es mit dem Invaliditätsgrad steht. Volle oder teilweise Reaktivierungen sowie nachträgliche Erhöhungen des Invaliditätsgrades bleiben unbeachtet. Vergleicht man die so bestimmten i_x mit den nach der obigen Methode gewonnenen i_x , so ist bei jedem x der Differenzeffekt sofort ersichtlich.

$a^i(x,n)$ bietet der begrifflichen und rechnerischen Methodik an und für sich keine Schwierigkeiten, doch bedarf es einer Umstellung in der Statistik der Invaliden: Da alle (positiven und negativen) Änderungen im Invaliditätsgrad über i_x erfasst werden, gilt jede Graderhöhung als entsprechendes «Invalidwerden», jede Grad-Herabsetzung als gradueller «negativer» Invaliditätsfall. Der einzelne Invalide wird somit gespalten in mehrere einzelne, je für sich weiterzuführende Fälle, indem jede Mutation im Grad vom Zeitpunkt an, da sie geschehen ist, als selbständige (positive oder negative) dauernde Invalidität zählt. Die Invalidität verschwindet erst bei Tod des Betroffenen oder Ablauf der Invaliditätsversicherung. Das geht so weit, dass auch ein total Reaktivierter weiterhin als invalid geführt werden muss¹⁾. Auf solche Weise erreicht man, dass i_x und zugehöriges $a^i(x,n)$ in (1) aufeinander abgestimmt sind.

Eine etwaige Abhängigkeit der Invalidensterblichkeit und der Reaktivierung von der bisherigen Invaliditätsdauer haben wir dagegen beim Ansatz (1) vernachlässigt.

Der Exkurs über i_x und $a^i(x,n)$ behält seine Bedeutung auch ganz losgelöst vom Ausgangsproblem. Die Darstellung in (1) zeigt immerhin, dass die Neufassung beider statistischer Begriffe sich durch Einfachheit der Formeln bezahlt macht.

¹⁾ Die frühere Invalidität wird ja durch die spätere entgegengesetzt gleiche «negative» Invalidität zu Null saldiert, sofern beide als permanent gelten.

Unter extremen Umständen könnte sich sogar ein kleines negatives $a^i(x,n)$ ergeben.

Résumé

Si la prime annuelle pour une rente temporaire d'invalidité ne dépend que de l'âge final, il existe des relations étroites qui réunissent la prime annuelle, la probabilité d'invalidité, la valeur actuelle de la rente d'invalidité pour une seule année et celle pour la durée primitive. Ces relations sont applicables même dans des cas où il s'agit d'invalidité passagère ou partielle.

Summary

If the annual premium for a temporary disability annuity depends only from the final age, a close connection must exist between the annual premium, the disability probability, the present value of the disability annuity for one year and that for the original duration. This relationship can be used even in the case of transitory or partial disability.

Riassunto

Se il premio annuale per una rendita temporanea d'invalidità dipende unicamente dall'età finale, risultano strette relazioni tra il premio annuale, la probabilità d'invalidità, il valore attuale della rendita d'invalidità per un solo anno e il valore attuale della rendita temporanea d'invalidità immediata. I rapporti sono anche applicabili se si tratta d'invalidità transitoria o parziale.

