

# Erfahrungs-Tarifierung in der Motorfahrzeughaftpflicht-Versicherung

Autor(en): **Bichsel, Fritz**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **64 (1964)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-966965>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Erfahrungs-Tarifierung in der Motorfahrzeughaftpflicht-Versicherung

Von Fritz Bichsel, Muri bei Bern

## Zusammenfassung

Es wird dargestellt, wie unter Verwendung der zusammengesetzten Poisson-Verteilung mit der  $F$ -Funktion als Strukturfunktion die bekannte Beziehung

$$q(n,t) = q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}$$

abgeleitet werden kann, in der bedeuten

- $q$ : Schadenhäufigkeit eines Versicherungsbestandes  $B$ ;
- $q(n,t)$ : Zukünftige Schadenhäufigkeit eines Teilbestandes von  $B$ , der die Versicherungen umfasst, die während  $t$  Jahren beobachtet wurden und die in diesen  $t$  Jahren genau  $n$  Schäden hatten;
- $b$ : Parameter, der mit der Heterogenität des Bestandes  $B$  zusammenhängt.

Die sich aus dieser Beziehung ergebende Prämien differenzierung auf Grund der individuellen Erfahrung jedes einzelnen Risikos wird mit dem im Herbst 1963 in der Schweiz für die Haftpflichtversicherung von Personenwagen eingeführten Bonus-Malus-System verglichen.

## 1. Vorbemerkungen

Dieser Beitrag stellt eine überarbeitete und ergänzte Fassung des Kurzvortrages dar, den der Verfasser an der Mitgliederversammlung der Vereinigung vom letzten Herbst gehalten hat. Er enthält nicht Ergebnisse eigener Untersuchungen, sondern bezweckt, den Leser über eine interessante und aktuelle Anwendung der mathematischen Statistik kurz zu orientieren. Der Beitrag ist weniger für Spezialisten der Mathematik der Nicht-Lebensversicherung gedacht, sondern wendet sich eher an Mitglieder, die auf anderen Gebieten tätig sind.

## 2. Das Problem

Das Problem sei an einem Modell erläutert. Wir nehmen an, eine Versicherungsgesellschaft habe einen Bestand von 100 000 Haftpflichtversicherungen für Personenwagen. Sie habe festgestellt, dass diese 100 000 Versicherungen im Jahr 20 000 Schäden aufweisen und dass somit die Schadenhäufigkeit 0,2 beträgt. (Im folgenden wird stets nur die Schadenhäufigkeit betrachtet; die Schadenhöhe wird nicht berücksichtigt.)

Wir greifen aus diesem Modellbestand zwei Versicherungen heraus. Die eine habe in den letzten 5 Jahren keinen Schaden gehabt, die andere sei in der gleichen Zeit von 10 Schäden betroffen worden. Wie sind diese beiden Versicherungen in bezug auf die künftige Schadenerwartung zu beurteilen?

Wenn wir annehmen, dass der Bestand homogen ist, d. h., dass er aus lauter genau gleichartigen Risiken besteht, dann war der Unterschied im Schadenverlauf der beiden Versicherungen nur das Werk des Zufalls, und es dürfen daraus keinerlei Schlüsse in bezug auf die künftige Schadenerwartung der beiden Versicherungen gezogen werden. Ein Bonus oder Malus wäre in diesem Falle nicht gerechtfertigt. Wenn wir jedoch annehmen, dass der Bestand heterogen ist, d. h., dass nicht alle Versicherungen die gleiche Schadenwahrscheinlichkeit haben, dann hat die Versicherung, die 5 Jahre schadenfrei war, vermutlich die kleinere Schadenwahrscheinlichkeit als die Versicherung mit 10 Schäden in 5 Jahren, und es ist daher richtig, die Prämie für die Zukunft zu differenzieren, indem der gut verlaufenen Versicherung ein Bonus gewährt und die schlecht verlaufene mit einem Malus belastet wird.

Die Frage ist, wie dieser Bonus bzw. Malus festgelegt werden soll.

Allgemein können wir das Problem wie folgt formulieren:

Wir haben einen Versicherungsbestand mit einer jährlichen Schadenhäufigkeit  $q$ . Jede einzelne Versicherung habe eine bestimmte Schadenwahrscheinlichkeit, die im Laufe der Zeit konstant bleibt. Diese Schadenwahrscheinlichkeit braucht nicht für alle Versicherungen des Bestandes gleich zu sein. Wir greifen die Versicherungen heraus, die genau  $t$  Jahre in Kraft waren und darunter diejenigen, die in diesen  $t$  Jahren genau  $n$  Schäden hatten. Welches ist die zukünftige Schadenhäufigkeit  $q(n,t)$  dieses Teilbestandes?

### 3. Die Lösung

Unter gewissen Voraussetzungen, die im Abschnitt 4 angegeben sind, ist die gesuchte Schadenhäufigkeit  $q(n,t)$  gegeben durch die Beziehung

$$q(n,t) = q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}. \quad (1)$$

Darin bedeuten  $q$  die durchschnittliche Schadenhäufigkeit des Gesamtbestandes und  $b$  einen Parameter, der mit der Heterogenität des Bestandes zusammenhängt. Für stark heterogene Bestände ist  $b$  gross, für fast homogene Bestände ist  $b$  klein und für vollständig homogene Bestände ist  $b = 0$ . Die genaue Bedeutung von  $b$  wird in Abschnitt 4 angegeben.

Diskussion der Beziehung (1):

- a) Für einen homogenen Bestand mit  $b = 0$  haben wir  $q(n,t) = q$ . Die zukünftige Schadenhäufigkeit  $q(n,t)$  hängt nicht von der Erfahrung ab. Sie ist für alle Teilbestände gleich der durchschnittlichen Schadenhäufigkeit des Gesamtbestandes.
- b) Für sehr grosse  $b$ , also für einen sehr heterogenen Bestand, haben wir (für positive  $t$ ) angenähert

$$q(n,t) = \frac{n}{t}.$$

Die zukünftige Schadenhäufigkeit des Teilbestandes hängt praktisch nicht mehr von der Schadenhäufigkeit des Gesamtbestandes ab, sondern bestimmt sich ausschliesslich aus der eigenen Erfahrung.

- c) Für kleine  $t$  haben wir angenähert  $q(n,t) = q$ . Nach einer sehr kurzen Beobachtungszeit sind die zukünftigen Schadenhäufigkeiten der Teilbestände praktisch gleich der Schadenhäufigkeit des Gesamtbestandes.
- d) Für grosse  $t$  ergibt sich angenähert

$$q(n,t) = \frac{n}{t}.$$

Wie bei lit. b) bestimmt sich die zukünftige Schadenhäufigkeit des Teilbestandes praktisch ausschliesslich aus seiner eigenen Erfahrung.

e) Die Fälle  $b = 0$  und kleines  $t$  einerseits und grosses  $b$  und  $t$  andererseits stellen Extreme dar. Dazwischen hängt die zukünftige Schadenhäufigkeit eines Teilbestandes zum Teil von der Schadenhäufigkeit des Gesamtbestandes und zum Teil von seiner eigenen Erfahrung ab. Der Einfluss der eigenen Erfahrung wird um so grösser, je grösser  $b$  und  $t$  werden.

Diese Diskussion zeigt, dass die Beziehung (1) die Eigenschaften aufweist, die man plausiblerweise von ihr erwarten muss. Es sei darauf hingewiesen, dass die Beziehung (1) wohl den einfachsten Ausdruck darstellt, der die erwähnten Eigenschaften hat.

#### 4. Beweis

Zur Herleitung der Beziehung (1) betrachten wir zunächst die a priori-Wahrscheinlichkeit  $P(n,t)$  dafür, dass eine beliebig aus dem Gesamtbestand herausgegriffene Versicherung in  $t$  Jahren  $n$  Schäden aufweist. Für einen homogenen Bestand ist diese Wahrscheinlichkeit bekanntlich durch die einfache Poisson-Verteilung gegeben:

$$P(n,t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}. \quad (2)$$

Darin bedeutet  $\lambda$  die Schadenhäufigkeit des Bestandes. Für einen homogenen Bestand ist sie eine Konstante.

Zum entsprechenden Ausdruck für einen heterogenen Bestand gelangen wir, wenn wir  $\lambda$  nicht als Konstante, sondern als eine Zufallsvariable mit einer Häufigkeitsfunktion  $f(\lambda)$  annehmen.  $f(\lambda)$  wird in diesem Zusammenhang als Strukturfunktion bezeichnet, da sie die Struktur des Bestandes beschreibt.

Es hat sich gezeigt, dass es zweckmässig ist, bei Untersuchungen über Motorfahrzeughaftpflicht-Versicherungen die  $I$ -Verteilung mit der Häufigkeitsfunktion

$$\begin{aligned} \text{für } \lambda \geq 0: \quad f(\lambda) &= \left(\frac{1}{b}\right)^{q/b} \frac{\lambda^{q/b-1}}{\Gamma(q/b)} e^{-\lambda/b}, \\ \text{für } \lambda < 0: \quad f(\lambda) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

als Strukturfunktion zu wählen.

Diese Verteilung gibt die Verhältnisse gut wieder und führt zu der einfachen Beziehung (1).

$$\begin{aligned} \text{Sie hat den Mittelwert} \quad \mu(\lambda) &= q \\ \text{und die Streuung} \quad \sigma^2(\lambda) &= qb; \end{aligned}$$

$q$  bedeutet also die mittlere Schadenhäufigkeit des Gesamtbestandes, und  $b$  ist ein Parameter, der mit der Streuung zusammenhängt. Bei gleichem  $q$  ist  $b$  um so grösser, je grösser die Streuung von  $\lambda$  und damit die Heterogenität des Bestandes ist. Wir erkennen somit hier den bereits in Abschnitt 3 erwähnten Zusammenhang zwischen der Grösse  $b$  und der Heterogenität des Bestandes.

Zur Berechnung der a priori-Wahrscheinlichkeit  $P(n, t)$  dafür, dass eine beliebig aus einem Gesamtbestand mit der Häufigkeitsverteilung (3) herausgegriffene Versicherung in  $t$  Jahren  $n$  Schäden aufweist, gehen wir von der Beziehung (2) aus und bilden das Mittel über alle  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} P(n, t) &= \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} f(\lambda) d\lambda \\ &= \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \left(\frac{1}{b}\right)^{q/b} \frac{\lambda^{q/b-1}}{\Gamma(q/b)} e^{-\lambda/b} d\lambda \\ P(n, t) &= \left(\frac{1}{1+bt}\right)^{q/b} \left(\frac{bt}{1+bt}\right)^n \frac{\Gamma(q/b+n)}{\Gamma(q/b) n!}. \end{aligned} \quad (4)$$

Diese Verteilung wird als zusammengesetzte Poisson-Verteilung bezeichnet.

$$\begin{aligned} \text{Sie hat den Mittelwert} \quad \mu(n) &= qt \\ \text{und die Streuung} \quad \sigma^2(n) &= qt(1+bt). \end{aligned} \quad (5)$$

Nun fragen wir nach der Strukturfunktion  $f(\lambda|n, t)$  eines Teilbestandes von Versicherungen, die alle in den letzten  $t$  Jahren  $n$  Schäden hatten. Zu dieser Strukturfunktion gelangen wir, wenn wir die a priori-Wahrscheinlichkeit

$$P(n, t \ \& \ \lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda)$$

dafür betrachten, dass eine beliebig aus dem Gesamtbestand herausgegriffene Versicherung in  $n$  Jahren  $t$  Schäden aufweist und dass gleichzeitig ihre Schadenhäufigkeit  $\varkappa$  zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegt.

Diese Wahrscheinlichkeit lässt sich auf zwei verschiedene Arten berechnen, und wir erhalten damit die folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} & P(n, t \text{ \& } \lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda) \\ &= P(n, t) P(\lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda | n, t) \\ &= P(\lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda) P(n, t | \lambda = \varkappa). \end{aligned} \quad (6)$$

Die Wahrscheinlichkeiten in diesem Ausdruck haben folgende Bedeutung:

$P(n, t)$  ist die a priori-Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine beliebige Versicherung des Gesamtbestandes in  $t$  Jahren  $n$  Schäden aufweist. Diese Wahrscheinlichkeit ist durch den Ausdruck (4) gegeben.

$P(\lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda | n, t)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Versicherung mit  $n$  Schäden in  $t$  Jahren eine Schadenhäufigkeit hat, die zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegt. Diese Wahrscheinlichkeit hängt mit der gesuchten Frequenzfunktion  $f(\lambda | n, t)$  zusammen durch die Beziehung

$$P(\lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda | n, t) = f(\lambda | n, t) d\lambda.$$

$P(\lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Schadenhäufigkeit  $\varkappa$  einer beliebig aus dem Bestand herausgegriffenen Versicherung zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  liegt. Wir haben

$$P(\lambda < \varkappa < \lambda + d\lambda) = f(\lambda) d\lambda,$$

wo  $f(\lambda)$  durch den Ausdruck (3) gegeben ist.

Schliesslich stellt  $P(n, t | \lambda = \varkappa)$  die a priori-Wahrscheinlichkeit dafür dar, dass eine Versicherung mit der Schadenhäufigkeit  $\varkappa$  in  $t$  Jahren  $n$  Schäden hat. Sie ist gegeben durch die einfache Poisson-Verteilung (2).

Wenn wir dies alles in (6) einsetzen und nach  $f(\lambda | n, t)$  auflösen, so erhalten wir

$$\begin{aligned} f(\lambda | n, t) &= \frac{\left(\frac{1}{b}\right)^{q/b} \frac{\lambda^{q/b-1}}{\Gamma(q/b)} e^{-\lambda/b} \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}}{\left(\frac{1}{1+bt}\right)^{q/b} \left(\frac{bt}{1+bt}\right)^n \frac{\Gamma(q/b+n)}{\Gamma(q/b)} \frac{n!}{n!}} \\ &= \left(t + \frac{1}{b}\right)^{n+q/b} \frac{\lambda^{n+q/b-1}}{\Gamma(n+q/b)} e^{-\lambda\left(t + \frac{1}{b}\right)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Dies ist die gesuchte Strukturfunktion des Teilbestandes, der in  $t$  Jahren  $n$  Schäden hatte.

Die Beziehung (1) gibt die mittlere Schadenhäufigkeit dieses Bestandes, und wir erhalten sie somit aus (7) durch die Mittelbildung

$$\begin{aligned} q(n,t) &= \int_0^{\infty} \lambda f(\lambda | n,t) d\lambda \\ &= q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}. \end{aligned}$$

Damit ist die Beziehung (1) bewiesen.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Strukturfunktion (7) des Teilbestandes ebenfalls eine  $I$ -Verteilung ist. Bezeichnen wir die Parameter der Strukturfunktion des Teilbestandes mit  $q^*$  und  $b^*$ , so ergibt der Vergleich von (3) und (7) die Beziehungen

$$\frac{1}{b^*} = t + \frac{1}{b}$$

und

$$q^*/b^* = n + q/b.$$

Die Auflösung nach  $q^*$  und  $b^*$  ergibt

$$\begin{aligned} b^* &= \frac{b}{1 + bt}, \\ q^* &= q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}. \end{aligned}$$

## 5. Anwendung

Im Herbst 1963 wurde in der Schweiz für Haftpflichtversicherungen von Personenwagen das folgende Prämienstufensystem (Bonus-Malus-System) eingeführt:



*Tabelle 1*

Prämienstufe	% der Grundprämie	Prämienstufe	% der Grundprämie
1	60	13	140
2	60	14	140
3	60	15	140
4	80	16	200
5	80	17	200
6	80	18	200
7	100	19	280
8	100	20	280
9	100	21	280
10	100		
11	100		
12	100		

Neue Risiken werden in Prämienstufe 9 eingereiht. Nach jedem schadenfreien Jahr fällt die Versicherung um 1 Stufe, dagegen steigt sie pro Schadenfall im folgenden Jahr um 3 Stufen.

Dieses System sei mit der Prämiendifferenzierung verglichen, die sich aus der im vorhergehenden dargestellten Theorie ergibt.

In Spalte a der Tabelle 2 sind Zahlen angegeben, die sich aus dem Bestand von Haftpflichtversicherungen für Personenwagen einer schweizerischen Versicherungsgesellschaft im Jahre 1961 ergaben.

*Tabelle 2*

*Anzahl der Policen, die 1961 von k Schäden betroffen wurden*

Anzahl Schäden (k)	effektiv (a)	einfache Poisson- Verteilung (b)	zusammengesetzte Poisson-Verteilung gemäss Beziehung (4) (c)	$\chi^2$ für Unter- schied zwischen Spalten a und c (d)
0	103 704	102 629	103 757	0,03
1	14 075	15 922	13 934	1,43
2	1 766	1 235	1 871	5,89
3	255	64	251	0,06
4	45	3	34	3,56
5	6	—	5	
6	2	—	1	0,17
	119 853	119 853	119 853	11,14

$$P(\chi^2 > 11,14) = 0,025 \text{ (4 Freiheitsgrade)}$$

Spalte b enthält die Zahlen, die sich nach der einfachen Poisson-Verteilung ergeben hätten. Die Übereinstimmung mit den effektiven Zahlen ist schlecht. Daraus kann der Schluss gezogen werden, dass der Bestand heterogen ist.

Spalte c enthält die Zahlen, die sich bei Annahme einer zusammengesetzten Poisson-Verteilung gemäss Beziehung (4) ergäben. Die Parameter  $q$  und  $b$  wurden so bestimmt, dass aus Spalte a Durchschnitt und Streuung der Verteilung berechnet, diese Werte in die Beziehungen (5) eingesetzt und diese nach  $q$  und  $b$  aufgelöst wurden. Es ergaben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned}q &= 0,155 \\b &= 0,155.\end{aligned}$$

Die Übereinstimmung der zusammengesetzten Poisson-Verteilung (4) mit den effektiven Zahlen ist nicht schlecht. Das in Spalte d berechnete  $\chi^2$  ist zwar etwas hoch, so dass wohl eher angenommen werden muss, dass die Struktur des Bestandes nicht genau der  $\Gamma$ -Verteilung entspricht, was ja übrigens auch nicht zu erwarten war. In Anbetracht der angenehmen mathematischen Eigenschaften dieser Verteilung und weil es bei der Beurteilung eines Prämienstufensystems nicht auf grosse Genauigkeit ankommt, scheint die Verwendung der  $\Gamma$ -Verteilung jedoch hier gerechtfertigt.

Die Beziehung (1) erlaubt nun, ein Prämienstufensystem aufzustellen, bei dem die Prämie in Abhängigkeit von  $n$  und  $t$  festgelegt wird. Wenn wir annehmen, dass die Schadenbeträge von  $n$  und  $t$  unabhängig sind<sup>1)</sup>, so ergibt sich die Prämie  $\pi(n,t)$  einer Versicherung, die in  $t$  Jahren  $n$  Schäden hat, ausgedrückt in % der Grundprämie, zu

$$\pi(n,t) = \frac{1 + nb/q}{1 + bt} \cdot 100. \quad (8)$$

Mit den vorstehend berechneten Werten von  $b$  und  $q$  ergibt sich damit die folgende Tabelle:

---

<sup>1)</sup> Diese Annahme wird im allgemeinen getroffen, obschon eine Abhängigkeit durchaus denkbar wäre. Dem Verfasser sind keine Untersuchungen über diese Frage bekannt. Derartige Untersuchungen wären schwierig, weil die Zufallsvariable «Schadenbetrag» eine sehr grosse Streuung hat und daher ein sehr grosses Material erforderlich wäre.

Tabelle 3

Prämie in % der Grundprämie, in Abhängigkeit von  $t$  und  $n$

theoretisch gemäss Beziehung (8)

$t \backslash n$	0	1	2	3	4
1	87 %	173 %	260 %	346 %	433 %
2	76 %	153 %	229 %	306 %	382 %
3	68 %	137 %	205 %	273 %	341 %
4	62 %	123 %	185 %	247 %	309 %
5	56 %	113 %	169 %	226 %	282 %
6	52 %	104 %	155 %	207 %	259 %

Demgegenüber ergibt das Prämienstufensystem gemäss Tabelle 1 die folgenden Werte:

Tabelle 4

Prämie in % der Grundprämie, in Abhängigkeit von  $t$  und  $n$

gemäss eingeführtem Prämienstufensystem

$t \backslash n$	0	1	2	3	4
1	100 %	100 %	140 %	200 %	280 %
2	100 %	100 %	140 %	200 %	280 %
3	80 %	100 %	140 %	200 %	280 %
4	80 %	100 %	100 oder 140 %	140 oder 200 %	200 oder 280 %
5	80 %	100 %	100 %	140 oder 200 %	200 oder 280 %
6	60 %	100 %	100 %	140 %	200 oder 280 %

Bei einigen Positionen ergeben sich hier wie angegeben verschiedene Werte. Es kommt dabei darauf an, wie sich die Schäden auf die Jahre verteilen.

Ein Vergleich der Tabellen 3 und 4 zeigt, dass das eingeführte Prämienstufensystem weniger grosse Abweichungen von der Grundprämie bringt, als sich nach der Theorie ergeben hätte, und zwar sowohl in der Richtung der Rabatte (Bonus) wie in der Richtung der Zuschläge (Malus).

Diese Milderung der Skala wurde absichtlich vorgenommen, und zwar aus der Überlegung, dass die in Tabelle 3 berechneten Ansätze *Durchschnitte* darstellen, von denen das einzelne Risiko erheblich abweichen kann. Ein schlechtes Risiko kann durch Zufall einige Jahre schadenfrei bleiben, ein gutes Risiko kann durch Zufall in kürzerer Zeit einen oder zwei Schäden haben. Es ist daher richtig, die effektive Skala so anzusetzen, dass die Abweichungen von der Grundprämie kleiner sind.

Das eingeführte Prämienstufensystem gestattet, die Prämienstufe rekursiv aus der Stufe und der Anzahl Schäden des Vorjahres zu berechnen. Dies stellt gegenüber einer theoretisch richtigen Skala, bei der die Prämien Funktionen von  $t$  und  $n$  sein sollten, eine ziemlich grobe Approximation dar. Diese Approximation ist jedoch gerechtfertigt durch die wesentlichen administrativen Vereinfachungen, die sie mit sich bringt.

---

### Résumé

En utilisant une loi de Poisson composée avec la distribution  $F$  comme fonction structurelle, l'auteur présente la dérivation de la relation bien connue

$$q(n,t) = q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}$$

avec

$q$  = la fréquence de sinistres d'un portefeuille d'assurances  $B$ ;

$q(n,t)$  = la fréquence de sinistres future du sous-portefeuille de  $B$  formé des polices qui ont été observées pendant  $t$  années et qui ont été frappées de  $n$  sinistres pendant ce temps;

$b$  = paramètre dépendant du degré d'hétérogénéité du portefeuille  $B$ .

Ensuite, l'échelonnement des primes d'après le cours individuel de chaque police, dérivant de cette relation, est comparé au système de «bonus» et «malus» introduit en Suisse en 1963 dans l'assurance responsabilité civile des voitures de tourisme.

## Summary

Using a compound Poisson-distribution with the  $F$ -distribution as structural function, the author derives the well-known relation

$$q(n,t) = q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}$$

with

- $q$  = claims frequency of a portfolio  $B$ ;
- $q(n,t)$  = future claims frequency of the sub-portfolio of  $B$  consisting of the policies which were under observation during  $t$  years and which, during these  $t$  years, had exactly  $n$  claims;
- $b$  = parameter which depends on the degree of heterogeneity of the portfolio  $B$ .

The graduation of premiums according to the individual claims experience of every single policy which can be derived from this relation is compared with the merit rating system introduced in Switzerland in 1963 for third party insurances of private cars.

## Riassunto

Usando una distribuzione del Poisson composta con la distribuzione  $F$  quale funzione di struttura l'autore presenta la derivazione della ben nota relazione

$$q(n,t) = q \frac{1 + nb/q}{1 + bt}$$

con

- $q$  = frequenza di sinistri d'un portafoglio d'assicurazioni  $B$ ;
- $q(n,t)$  = futura frequenza di sinistri del sotto-portafoglio di  $B$  formato delle polizze di cui si è fatta l'osservazione durante  $t$  anni e che nello stesso periodo hanno subito  $n$  sinistri;
- $b$  = parametro che dipende dal grado d'eterogeneità del portafoglio  $B$ .

La determinazione dei premi secondo il corso individuale di ogni polizza, derivante da questa relazione, è paragonata al sistema di «bonus» e «malus» introdotto in Svizzera nel 1963 per l'assicurazione responsabilità civile dei veicoli da turismo.