

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Band:** 68 (1968)

**Artikel:** Lösung versicherungsmathematischer Aufgaben unter Verwendung von  
Computern

**Autor:** Leepin, Peter

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-966960>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

B

Wissenschaftliche Mitteilungen

---

Lösung versicherungsmathematischer Aufgaben  
unter Verwendung von Computern

*Von Peter Leepin, Basel*

Dem Internationalen Kongress der Versicherungsmathematiker in München 1968 sind einige Arbeiten eingereicht worden, welche sich auf die Erleichterung der Benützung elektronischer Datenverarbeitungsanlagen für die Lösung versicherungsmathematischer Aufgaben beziehen. Drei Arbeiten behandeln die Frage einer eigenen Programmiersprache für versicherungsmathematische Probleme bzw. entsprechender Erweiterungen bestehender Programmiersprachen. Eine weitere Arbeit enthält einen Vorschlag für die Anpassung der internationalen Bezeichnungsweise an die Möglichkeiten elektronischer Datenverarbeitungsanlagen. Das Ziel dieses Berichts ist es, über diese Arbeiten und die entsprechende Diskussion am Kongress einen Überblick zu geben, ohne aber auf technische Einzelheiten einzugehen.

*1. Eigene Programmiersprache für versicherungsmathematische Probleme*

Die Entwicklung höherer Programmiersprachen hat den Umgang mit Datenverarbeitungsanlagen bekanntlich wesentlich erleichtert. Solche höhere Programmiersprachen sind entwickelt worden für Aufgaben aus verschiedenen Gebieten. Für Versicherungsmathematiker kommen vor allem die Sprachen für Aufgaben der numerischen Mathematik (Fortran, Algol) und der kommerziellen Datenverarbeitung (Cobol) in Betracht sowie die Sprache PL/1, welche sich zum Ziel setzt, diesen beiden Problemkreisen zu dienen. Weiter spielen für Versicherungsmathe-

matiker Sprachen für statistische Arbeiten eine Rolle, gelegentlich vielleicht auch Sprachen für Listenverarbeitung, vor allem aber die Sprachen für Simulationsaufgaben. In der Simulationstechnik liegen für die Versicherungsmathematik grosse Möglichkeiten, welche heute noch wenig ausgenützt werden. Die angeführten Programmiersprachen haben sich im allgemeinen bewährt. Sie sind leicht und in verhältnismässig kurzer Zeit erlernbar. Sie werden auch für versicherungsmathematische Aufgaben mit Erfolg eingesetzt. Haben wir Versicherungsmathematiker besondere Bedürfnisse, welche die Entwicklung einer eigenen Sprache oder wenigstens Erweiterungen bestehender Sprachen rechtfertigen?

Dem Kongress sind zu dieser Frage folgende Arbeiten eingereicht worden:

- S. Benjamin: A language for routine actuarial programming;  
P. Kunz: Die Programmierung Aktuariat;  
H. Schmid: Erfahrungen in der Anwendung der Programmierung Aktuariat auf der Datenverarbeitungsanlage Bull-GE Gamma 30 S.

Diese Arbeiten befassen sich damit, Wege zu zeigen, mit denen der Umgang mit Computern für versicherungsmathematische Probleme in der Lebens- und Pensionsversicherung erleichtert werden kann. Vor allem das Rechnen mit Kommutationszahlen und ähnlichen Kolonnen lässt sich bequemer gestalten. Diese Erleichterungen fallen insbesondere dann ins Gewicht, wenn viele einmalige kleinere Arbeiten mit verschiedenen Grundlagen zu erledigen sind. Das ist z. B. bei versicherungstechnischen Beratungsfirmen häufig der Fall.

Statt langer theoretischer Erläuterungen soll das folgende Beispiel zeigen, wie etwa eine kleine Aufgabe praktisch gelöst werden könnte. Wir halten uns dabei nicht an die Formvorschriften der Autoren Benjamin, Kunz und Schmid, sondern schreiben in einer noch leichter verständlichen Form.

1. Lies Zinsfuss von Lochkarte.
2. Lies Reihe der  $q_x$  SM 48–53 vom Hilfsspeicher für  $x = 0$  bis 117.
3. Bilde Reihe der  $v^x$  von  $x = 0$  bis 117.
4. Bilde Reihe der  $p_x = 1 - q_x$ .
5. Bilde Reihe der  $l_x$  aus Reihe der  $p_x$  durch fortgesetzte Multiplikation ausgehend von 100 000.

6. Bilde Reihe der  $D_x$  aus Reihe der  $l_x$  und Reihe der  $v^x$ .
7. Bilde Reihe der  $N_x$  aus Reihe der  $D_x$  durch fortgesetzte Addition.
8. Bilde Reihe der  $\ddot{a}_x = N_x/D_x$ .
9. Drucke Reihen  $q_x, p_x, l_x, D_x, N_x, \ddot{a}_x$  mit dem Titel...

Einige Hinweise sollen die Vorteile dieser Programmierart gegenüber den bekannten höheren Programmiersprachen verdeutlichen. Der Umgang mit Vektoren ist mit beliebigen Grenzen erlaubt. Dabei wird nur soviel Platz im Hauptspeicher belegt, als tatsächlich benötigt wird. Das Bilden von fortgesetzten Produkten und die Aufsummation von Kommutationszahlen ist sehr einfach, da entsprechende Sprachelemente vorhanden sind.

Bei Versicherungen auf verbundene Leben kommt häufig die Kombination von Kommutationszahlen mit fester Altersdifferenz vor. Das lässt sich in eine versicherungsmathematische Programmiermethode ebenfalls einbauen.

Die Interpolation von versicherungstechnischen Werten wird z. B. benötigt bei der Bestimmung der Anwartschaft auf Witwenrenten nach der kollektiven Methode unter Verwendung von  $y_x$ , des durchschnittlichen Alters der Ehefrau zu einem  $x$ -jährigen Ehemann.

Auch die Eingabe neuer Rechnungsgrundlagen ist im System auf bequeme Weise vorgesehen.

Zur Ausgabe ist noch zu ergänzen, dass ausser dem schon erwähnten Schreiben von Titelzeilen unter anderem folgendes vorgesehen ist: Schreiben einer «Alters»-Kolonne links und rechts der Aufstellung, Leerzeilen nach je 5 Zeilen, Angabe der Kommalage pro Tabellenkolonne. Genügt der Platz auf einer Seite nicht, erfolgt der Übergang auf eine neue Seite mit Druck der Seitenkopfzeilen automatisch. In der Arbeit von Herrn Kunz finden sich für die Möglichkeiten der Ausgabe auf den Seiten 941/942 gute Beispiele.

Formale Fehler in den Programmen werden bei der Übersetzung gemeldet. Der Testaufwand wird dadurch weiter verringert.

Die Programmiererleichterungen sind beim Verfahren von Herrn Benjamin und bei der Sprache Aktuariat sehr ähnlich. Auf alle Fälle brauchte die an der Universität Bern entwickelte Sprache Aktuariat den internationalen Vergleich am Kongress nicht zu scheuen. Um mögliche Missverständnisse auszuschalten, sei festgehalten, dass niemand eine volle Programmiersprache für versicherungsmathematische Probleme

vom Umfang etwa von Fortran oder Cobol vorschlägt. Es handelt sich um bescheidenere Projekte, welche nach den nun vorliegenden Mustern in vielleicht einem halben Jahr entwickelt werden können.

Zusammenfassend sei festgehalten: Für bestimmte Aufgaben der Versicherungsmathematik, insbesondere den Umgang mit Kommutationszahlen, kann sich die Entwicklung einer eigenen Sprache oder Spracherweiterung lohnen. Der Aufwand für das Lernen der Sprache und das Programmieren wird für Versicherungsmathematiker erheblich reduziert.

## 2. *Anpassung der internationalen Bezeichnungsweise*

Die internationale Bezeichnungsweise ist zum letztenmal nach längeren Vorarbeiten am Internationalen Kongress der Versicherungsmathematiker in Madrid 1954 festgelegt worden. Eine Arbeitsgruppe von 12 Versicherungsmathematikern, an ihrer Spitze die Herren Boehm und Reichel, hat es übernommen, dem Kongress in München Vorschläge für eine Änderung zu unterbreiten. Das erfolgte aus den nachstehenden Gründen:

1. Die bisherige Darstellung mit dem Kranz von Indizes ist vor allem für die Übertragung auf Computer ungeeignet. Aber auch bei Verwendung von Schreibmaschinen und für den Druck bringt die bisherige Bezeichnungsweise Schwierigkeiten.

2. Die bisherige Bezeichnungsweise weicht in wesentlichen Punkten von der sonst üblichen mathematischen Schreibweise ab. So wäre in der Mathematik bei  $a_x^w$   $w$  ein Exponent und  $x$  ein Index. Für uns zeigt aber  $w$ , dass es sich um eine Anwartschaft auf Witwenrente handelt.  $x$  ist kein Index, sondern ein Argument, das nicht nur ganzzahlige Werte annimmt. Noch deutlicher wird das in der Formel

$$l_x = ks^x g^{c^x}.$$

3. Die bisherige Bezeichnungsweise berücksichtigt die Bedürfnisse der Pensions- und Krankenversicherung zu wenig.

Der Titel der dem Kongress eingereichten Arbeit lautet: «Vorschläge für eine internationale versicherungsmathematische Veröffentlichungssprache und ihre computerverträgliche Darstellung.» Der Ausdruck «Veröffentlichungssprache» ist nicht besonders glücklich. Es han-

delt sich nicht um einen Vorschlag für eine besondere Programmiersprache, sondern nur für die Bezeichnung unserer versicherungsmathematischen Grössen.

Bei der Entwicklung dieses Vorschlags zeigte es sich bald, dass eine Bezeichnungsweise, welche für die Verarbeitung durch den Computer geeignet ist, für den Versicherungsmathematiker schwer lesbar ist. Es wurde deshalb so vorgegangen, dass eine «Veröffentlichungssprache» bzw. besser «Veröffentlichungsbezeichnungsweise» entwickelt wurde, welche zwar näher bei einer computerverträglichen Bezeichnungsweise steht, primär aber leichte Verständlichkeit anstrebt. Daneben wurde eine computerorientierte Variante der Darstellung geschaffen.

Auch hier sollen anstelle theoretischer Erläuterungen einige Beispiele treten. Die  $n$ -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit eines Paares heisst statt bisher

$${}^n p_{xy} \quad \text{neu} \quad p(x, y; n).$$

Der  $n_1$  Jahre aufgeschobene, dann während  $n_2$  Jahren laufende Rentenbarwert auf ein Leben in 12 Raten wird dargestellt statt durch

$${}_{n_1/n_2} \ddot{a}_x^{(12)} \quad \text{neu} \quad \ddot{a}(x; n_1 : n_2; 12).$$

Der entsprechende Zeitrentenbarwert heisst neu  $\ddot{a} (; n_1 : n_2; 12)$ .

Die bisherigen Indizes werden in dieser Schreibweise linear angegeben.

Diese Darstellung ist wie alles Neue vielleicht zuerst etwas befremdend. Sie stellt aber wohl eine gute Diskussionsgrundlage für eine neue Regelung dar. Leider ist sie für den Computer noch nicht ganz geeignet, und zwar aus folgenden Gründen:

Bei Funktionsbezeichnungen sind in den Klammern für alle üblichen Programmiersprachen nur Argumente getrennt durch Komata erlaubt. Ausserdem besteht vorläufig keine Möglichkeit der Verwendung von kleinen Buchstaben. Ein Mitglied der Arbeitsgruppe, hat nun einen gutdurchdachten Vorschlag ausgearbeitet, welcher diese Schwierigkeiten überwindet. Unser Rentenbarwert

$$\ddot{a}(x; n_1 : n_2; 12)$$

wird in seiner Schreibweise

$$AT5(x, N1, N2, 4).$$

$T$  ist ein Hinweis auf Trema. 5 ist Schlüssel, der gewissermassen anzeigt, dass zwischen  $n_1$  und  $n_2$  ein Doppelpunkt stehen sollte. Die Zahl «4» entspricht als Schlüssel der Zahl «12» in der ursprünglichen Darstellung.

Der Rentenbarwert

$AT84(30, 35, 10, 60, 40, 20)$

stellt einen vorschüssigen Rentenbarwert ( $AT$ ) dar. Da vor der Klammer *zwei* Ziffern stehen, handelt es sich um Barwert auf *zwei* Leben.

Die Zahlen 30 und 35 sind die entsprechenden Altersangaben. 8 ist nach einer Tabelle ein Schlüssel dafür, dass die beiden nächsten Zahlen eine Aufschubszeit und ein Schlussalter darstellen. Die Angaben 10 und 60 gelten für das erste Leben. Die Zahl 4 zeigt an, dass für das zweite Alter ein Anfangsalter (40) und eine Dauer (20) angegeben wird.

Der Vorschlag von Herrn Neuburger, welcher die Verarbeitung im Computer ermöglicht, ist rein technisch eine ausgezeichnete Lösung. Es ist höchst unwahrscheinlich, dass es einen erheblich besseren Weg gibt. Andererseits ist nach der persönlichen Meinung des Berichterstatters diese Schreibweise für einen Versicherungsmathematiker, welcher nicht ständig mit Formeln und Computern arbeitet, eindeutig zu schwerfällig und zu schwer verständlich. Eine vollkommen computergerechte Bezeichnungsweise, welche auch für Versicherungsmathematiker relativ leicht merkbar ist, ist wohl für längere Zeit nicht zu erwarten.

An der Diskussion begegnete der Vorschlag grosser Opposition. Dabei wurde vor allem die computerverträgliche Darstellung angegriffen. Auf die Veröffentlichungsbezeichnungsweise wurde kaum eingegangen. Das ist schade, enthält sie doch einige Möglichkeiten einer Verbesserung der heutigen Schreibweise. Ein berechtigter Einwand gegen eine Änderung wurde allerdings erhoben. Das menschliche Auge kann den von der Arbeitsgruppe als unerwünscht betrachteten Kranz von Indizes gut erfassen, besser als eine lineare Folge von Argumenten. Sonst konnte aber der Eindruck entstehen, manche Diskussionsredner hätten die Arbeit vielleicht mangels Sprachkenntnissen nicht verstanden.

Die Arbeit hat gezeigt, dass eine einfache und bequeme computerverträgliche Bezeichnungsweise kaum möglich ist. Das ist auch kein so grosses Unglück: Die Rechenprozesse der Versicherungsmathematiker im Rahmen der in der internationalen Bezeichnungsweise vorkommen-



den Symbole sind meistens so einfach, dass ein Austausch von Programmen nicht die gleiche Bedeutung besitzt wie bei anderen Problemen der angewandten Mathematik. Für schwierigere Aufgaben aus der Sachversicherungsmathematik spielen diese Bezeichnungen aber keine Rolle.

Hingegen weist die Arbeit auf einige Mängel der heute geltenden Bezeichnungsweise hin und bringt Vorschläge, welche geeignet sind, sie zu beheben und gleichzeitig näher an eine computerverträgliche Notation heranzukommen. Der Bericht sei abgeschlossen mit der persönlichen Hoffnung des Berichterstatters, dass langfristig die besprochene Arbeit zu einer Verbesserung der geltenden Bezeichnungsweise führt.



