Zur Theorie der Prämienstufensysteme

Autor(en): **Straub, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **69 (1969)**

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-551027

Zur Theorie der Prämienstufensysteme

Von E. Straub, Hartford, Connecticut

Dieser Artikel ist eine Zusammenfassung meiner Dissertation, welche ich in den Jahren 1967/68 unter der Leitung der Herren Prof. Buehlmann und Prof. Weinberg ausgearbeitet habe [1]. Einige Grundgedanken dieser Arbeit sind hier zunächst in nichtmathematischer Sprache beschrieben; die in [1] verwendete mathematische Terminologie wird erst im Schlussabschnitt benutzt.

1. Modell und Problemstellung

Wir betrachten ein Versicherungsportefeuille (beispielsweise ein Autohaftpflichtportefeuille), das sich wie folgt charakterisieren lässt:

a) Die Portefeuillestruktur sei gegeben durch eine beliebige a priori Verteilung;

b) die vom Risikoparameter (= mittlere Schadenfrequenz) abhängige Verteilung der Schadenfrequenz eines Risikos ist beliebig, abgesehen von einigen Fällen, in denen ein Poisson-Gesetz vorausgesetzt wird;

c) die Verteilung des Einzelschadenbetrags ist beliebig, aber für alle Risiken dieselbe;

d) jede Jahresprämie ist abhängig von der Anzahl, nicht aber vom Betrage derjenigen Schäden, welche vom betreffenden Risiko im Laufe der Vorjahre der Versicherungsgesellschaft definitiv angemeldet wurden. Wir sprechen im folgenden von einem theoretischen Prämienstufensystem, wenn die Abhängigkeit zwischen Prämie und Anzahl Anmeldungen linear ist ([2], [3]) und von einem praktischen System, wenn es sich um eine Bonus-Malus-Skala von der Art des schweizerischen Autohaftpflichttarifs handelt ([4], [5]).

Im Rahmen dieses Modells stellen sich insbesondere die folgenden drei Probleme:

A) Konstruktion von bezüglich der Kriterien der Versicherungsgesellschaft optimalen Prämienstufensystemen;

B) optimales Verhalten der Versicherten gegenüber einem vorgegebenen Prämienstufensystem;

C) Wechselwirkungen, die entstehen, wenn die Gesellschaft und die Gesamtheit der Versicherten je ihren optimalen oder vorgegebenen Strategien nachleben.

Die obgenannte Dissertation, welche auf Buehlmanns Arbeiten zum Problem *A)* aufbaut, ist primär ein Beitrag zu *B)* und *C)*, gehört aber insofern wieder zu *A)*, als Prämienstufensysteme behandelt werden, die auch nach Berücksichtigung des Bonushungers im Sinn von [2] optimal sind.

Das Ziel der Untersuchung wurde nicht in erster Linie darin gesehen, die verwendeten Verteilungen möglichst gut den statistischen Realitäten anzupassen. Es wurde vielmehr darauf geachtet, das Modell möglichst allgemein zu halten, um vor allem diejenigen Zusammenhänge im «Spiel mit dem Prämienstufensystem» zu studieren, die nicht von den spezifischen Eigenschaften ausgewählter Wahrscheinlichkeitsgesetze herrühren.

2. Resultate

Im folgenden skizzieren wir einige Zusammenhänge, die sich aus obigem Modell ergeben. Wie im Titel der Arbeit angedeutet, handelt es sich hierbei um theoretische Resultate. Diese haben allerdings auch praktische Bedeutung für jedes Portefeuille, dessen Risiken eine vom individuellen Schadenverlauf abhängige Prämie zu bezahlen haben. Wir werden diesen praktischen Aspekt untenstehend jeweils kurz diskutieren.

2.1. Beste Strategie des Versicherten gegenüber einem vorgegebenen Prämienstufensystem

Das Optimalitätskriterium des Versicherten sei «Erwartungswert der diskontierten Kosten (Prämien plus selber bezahlte Schäden) über eine bestimmte Anzahl von Jahren gleich minimal». Unter einer Strategie des Versicherten verstehen wir eine Entscheidungsregel, die angibt, welche Schäden der Gesellschaft definitiv angemeldet und welche selber bezahlt werden sollen.

Es stellt sich heraus, dass die Optimalstrategien im allgemeinen sehr kompliziert sind und unter anderem abhängen von der Prämienstufe des Vorjahres, von der Anzahl und Grösse der Schäden des laufenden Jahres und vom Risikoparameter (den der Versicherte nicht kennt). Im Spezialfall der theoretischen Prämienstufensysteme kann jedoch gezeigt werden, dass die Optimalstrategie aus einer einfachen «Schranken-Strategie» besteht, bei welcher der Versicherte – unabhängig von Prämienstufe, Parameter und Anzahl oder Grösse eventueller weiterer Schäden – einen Schaden genau dann der Gesellschaft zur Regulierung überlässt, wenn dieser eine bestimmte Schranke übersteigt. Letztere berechnet sich – wie zu erwarten war – als die pro angemeldeter Schaden in Zukunft zu erwartende Mehrprämie. Die Schranken-Strategien haben im Rahmen der theoretischen Stufensysteme zudem den Vorteil, dass sie nicht nur den Kostenerwartungswert, sondern generell die jedem beliebigen Schadenverlauf entsprechende Kostensumme minimalisieren.

Nach Bichsel [5] weicht der schweizerische Autohaftpflichttarif für die wichtigsten Fahrzeugkategorien und PS-Klassen nur geringfügig von den zugrundeliegenden theoretischen Prämienstufensystemen ab, so dass die disbezüglich optimalen Schranken-Strategien auch beinahe optimal sind bezüglich der effektiven Bonus-Malus-Skala. Der Versicherte kann sich auf Grund dieser Überlegung fast-optimale Schranken ausrechnen, die für die praktischen Bedürfnisse des durchschnittlichen Fahrzeugbesitzers genügend nahe bei der effektiven Optimalstrategie liegen dürften.

Für die Versicherungsgesellschaft ist die Kenntnis der Optimalstrategien der Versicherten nur insofern wichtig, als sich daraus Schlüsse über den schlimmstmöglichen Einfluss des Bonushungers ziehen lassen. Da sich jedoch in Wirklichkeit die Gesamtheit der Versicherten aus verschiedenen Gründen nicht optimal verhält, ist der praktische Wert solcher Rechnungen nur gering.

Die Bestimmung von exakten Optimalpolitiken gegenüber praktischen Prämienstufensystemen kann formal einfach mit Hilfe der dynamischen Programmierung vorgenommen werden. Die dabei auftretenden rechnerischen Schwierigkeiten sind allerdings erheblich.

2.2. Der Einfluss des Bonushungers auf das technische Resultat der Versicherungsgesellschaft

Unter dem technischen Resultat der Gesellschaft verstehen wir den Erwartungswert der Differenz «reine Risikoprämie minus Summe der von der Gesellschaft zu bezahlenden Schäden». Dabei nehmen wir an, dass die Gesellschaft die reine Risikoprämie nach einem im Sinne von [2] optimalen Prämienstufensystem berechnet habe und von der Hypothese ausgegangen sei, dass alle ihre Versicherten sämtliche Schäden definitiv anmelden werden (Vernachlässigung des Bonushungereffekts bei der Konstruktion des Prämienstufensystems). Was lässt sich unter diesen Voraussetzungen über das technische Resultat des ersten, zweiten... Jahres sagen, wenn wir anderseits annehmen, dass die Versicherten in jedem Jahr dieselbe einheitliche Schranke anwenden?

Die Antwort auf diese Frage ist aus Tabelle 1 ersichtlich, in welcher die mittleren Jahresresultate pro Police für ein mathematisch einfaches Modell dargestellt sind. Es lässt sich leicht zeigen, dass die folgenden Eigenschaften nicht nur für dieses Beispiel, sondern auch für das eingangs beschriebene allgemeine Modell Gültigkeit haben:

a) Das erste Jahresresultat ist um so stärker positiv, je höher die von den Versicherten angewendete Schranke;

b) die Resultate nehmen für jede positive Schranke von Jahr zu Jahr ab;

c) es gibt für jede positive Schranke ein «kritisches» Jahr derart, dass die Resultate aller nachfolgenden Jahre negativ sind;

d) für die Nullschranke (alle Versicherten melden alle Schäden an) sind sämtliche technischen Resultate gleich Null.

Für den Fall, dass die Gesellschaft bei der Konstruktion ihres Prämienstufensystems annimmt, dass die Versicherten einer positiven Schranke nachleben, lassen sich ähnliche Schlüsse ziehen. Siehe hiefür Tabelle 2, welche für dasselbe einfache Modell gilt, wenn die von der Gesellschaft vorausgesagte Schranke gleich dem mittleren Einzelschadenbetrag ist. Auch dieses Bild lässt sich für das allgemeine Modell beweisen: Die zu erwartenden Resultate nehmen von Jahr zu Jahr zu oder ab, je nachdem ob die Gesellschaft den Bonushunger überschätzt (vorausgesagte Schranke grösser als die von den Versicherten effektiv angewendete Schranke) oder unterschätzt (vorausgesagte Schranke kleiner als effektive Schranke).

Je weniger ein in der Praxis verwendetes Stufensystem von seinem theoretischen Vorbild abweicht, desto mehr gleichen die diesbezüglich zu erwartenden Resultate den eben für theoretische Systeme gemachten Feststellungen. Hieraus lässt sich eine Bemerkung zur Bemessung von Extrarabatten ableiten: Falls die Gesellschaft den Bonushunger unterschätzt und falls die Anzahl der Jahre, während welcher das Stufensystem in Kraft sein soll, die Nummer des kritischen Jahres übersteigt, so müssen eventuelle Extrarabatte mit Vorsicht berechnet werden, da die Gesellschaft in diesem Fall in den anfänglich «fetten» Jahren eine Reserve aufbauen muss für die nach dem kritischen Jahr noch zu erwartenden negativen Resultate.

2.3. Prämienstufensysteme und Spieltheorie

Nach den in 2.2. angestellten Überlegungen ist es naheliegend, das gegenseitige Verhalten einer Gesellschaft und ihrer Versicherten als ein Zwei-Personen-Spiel aufzufassen. Es handelt sich hierbei um ein Nullsummen-Spiel, falls das Resultat der Gesellschaft (Spieler 1) einerseits und die Kosten der Gesamtheit der Versicherten (Spieler 2) anderseits für dieselbe Zeitperiode definiert werden und falls im Diskontierungsfall bei beiden Spielern mit demselben Zinssatz gerechnet wird. Unter Zugrundelegung verschiedener Strategienräume (für beide Spieler ausschliesslich Schrankenstrategien; vier Fälle, je nachdem ob Schrankenänderung von Jahr zu Jahr zugelassen wird oder nicht) wurden in [1] solche Zwei-Personen-Nullsummen-Spiele für theoretische Stufensysteme und Poissonverteilte Schadenanzahl untersucht. Dabei liess sich für jeden dieser vier Fälle die Existenz eines reinen Werts und die Existenz von inf-sup-Strategien nachweisen. Bei Vernachlässigung des Zinseffekts und unter der Voraussetzung, dass der Gewinn des Spiels (= Resultat der Gesellschaft) über einer Zeitperiode von mindestens drei Jahren definiert ist, gilt:

Der Wert des Spiels ist

- gleich Null falls keine Schrankenänderungen von Jahr zu Jahr zugelassen sind,
- positiv falls solche Schrankenänderungen der Gesellschaft erlaubt und den Versicherten verboten werden,
- negativ falls Schrankenänderungen für beide Spieler oder nur für Spieler 2 zugelassen sind.

Da die Gesellschaft ein neu eingeführtes Stufensystem während mehreren Jahren beibehalten muss und da das Verhalten der Versicherten als stationär angenommen werden darf, kommt das Spiel mit dem Wert Null der Realität am nächsten. Wählt die Gesellschaft hierin die inf-sup-Schranke, so resultiert ein Prämienstufensystem, welches das mittlere Portefeuillerisiko minimalisiert ([2]) für den Fall, dass sich die Versicherten optimal verhalten, und welches zudem die Eigenschaft besitzt, dass das zu erwartende Resultat der Gesellschaft unabhängig von der Stärke des Bonushungers positiv ist. Die praktische Brauchbarkeit eines im letztgenannten Sinne optimalen Prämienstufensystems ist natürlich nur dann gewährleistet, wenn die entsprechend berechneten Prämien nicht allzu hoch ausfallen.

2.4. Zu den praktischen Prämienstufensystemen

Währenddem die Untersuchungen im Rahmen theoretischer Stufensysteme mit elementaren mathematischen Mitteln geführt werden können, muss bei praktischen Systemen von der Art des schweizerischen Autohaftpflichttarifs die Theorie der Markov-Ketten und der dynamischen Programmierung zu Hilfe genommen werden. Es lassen sich dann Algorithmen zur Bestimmung von Optimalpolitiken herleiten und einige allgemeine Zusammenhänge beweisen. Hingegen sind auch in einfachsten Modellen keine konkreten Rechnungen mehr ohne Computer möglich. Dies ist ein Grund, weshalb die bei den theoretischen Systemen gewonnenen Resultate immer dann wertvoll sind, wenn die effektive Bonus-Malus-Skala nicht «allzu stark» von einem theoretischen Stufensystem abweicht.

3. Schlussbemerkungen. Ein Beispiel

In [1] wurden die Beweise des Kapitels «Theoretische Prämienstufensysteme und Spieltheorie» unter der vereinfachenden Annahme Poissonverteilter Schadenanzahl geführt. Es ist jedoch bemerkenswert, dass sich in diesem Zusammenhang auch manche Überlegung ohne diese einschränkende Voraussetzung anstellen lässt. Als Beispiel hierfür berechnen wir im folgenden das Resultat $R_n(\tau, t)$ des n-ten Versicherungsjahrs für beliebig verteilte Schadenanzahl, wenn die Gesellschaft eine Schranke τ voraussagt, währenddem ihre Versicherten die uniforme Schranke t anwenden.

Sei k für irgendein Risiko die Anzahl aller Schäden pro Jahr und k_x die Anzahl derjenigen Schäden pro Jahr, welche die Schranke x übersteigen. Wir schreiben für ein Risiko mit Parameter λ (= mittlere Anzahl Schäden pro Jahr)

$$\operatorname{Prob}[k = n \mid \lambda] = p_\lambda(n)\,, \qquad E[k \mid \lambda] = \sum_{n=0}^{\infty} n p_\lambda(n) = \lambda$$

Sei ausserdem $V(x)$ die Verteilung für den Betrag X eines einzelnen Schadens. Dann ist

$$\operatorname{Prob}[k_x = m \mid \lambda,\ k = n] = \tbinom{n}{m} H^m V^{n-m}$$

wobei $\qquad V = V(x)$ und $H = H(x) = 1 - V(x)\,.$

Mit diesen Bezeichnungen erhalten wir

$$E[k_x|\lambda] = \sum_{n=0}^{\infty} p_\lambda(n) \sum_{m=0}^{n} m \tbinom{n}{m} H^m V^{n-m} = H(x)\, E[k \mid \lambda] \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Var}_x[k|\lambda] &= \sum_{n=0}^{\infty} p_\lambda(n) \sum_{m=0}^{n} [m-\lambda H]^2 \tbinom{n}{m} H^m V^{n-m} \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} p_\lambda(n) \sum_{m=0}^{n} [m-nH+nH\,\lambda H]^2 \tbinom{n}{m} H^m V^{n-m} \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} p_\lambda(n)\, nHV + H^2 \operatorname{Var}[k|\lambda]
\end{aligned}$$

also $$\operatorname{Var}[k_x|\lambda] = H(x)\, V(x)\, E[k|\lambda] + \mathrm{H}^2(x) \operatorname{Var}[k|\lambda] \tag{2}$$

Nach [2] gilt im Rahmen der theoretischen Prämienstufensysteme für die Prämie $P_{n+1}(0)$ des $(n+1)$-ten Versicherungsjahres für den Fall $\tau = 0$, d.h. wenn die Gesellschaft den Bonushunger vernachlässigt

$$P_{n+1}(0) = \frac{1}{n+\varkappa} \left[\sum_{j=0}^{n} k^{(j)} + \varkappa\mu \right] E(0)$$

worin $k^{(j)}$ = Anzahl Anmeldungen aus dem Jahr j ($k^{(0)} = 0$)

$$\mu = \int \lambda dU(\lambda), \quad U(\lambda) = \text{Strukturfunktion}$$

$$\varkappa = \int \mathrm{Var}[k|\lambda] dU(\lambda) \,/ \int (\lambda - \mu)^2 dU(\lambda)$$

$$E(0) = \int_0^\infty y dV(y)$$

Nimmt die Gesellschaft im Gegensatz hierzu an, dass ihre Versicherten eine positive Schranke τ anwenden, dann rechnet sie mit einem Stufensystem, dessen Prämie $P_{n+1}(\tau)$ sich wie folgt berechnet:

$$P_{n+1}(\tau) = \frac{1}{n+\varkappa} \left[\sum_{j=0}^{n} k_\tau^{(j)} + \varkappa_\tau \mu_\tau \right] E(\tau)$$

worin $k_\tau^{(j)}$ = Anzahl Schäden aus dem Jahr j, welche die Schranke τ übersteigen ($k^{(0)} = 0$)

$$\mu_\tau = \int E[k_\tau|\lambda] dU(\lambda) = \mu H(\tau)$$

$$\varkappa_\tau = \int \mathrm{Var}[k_\tau|\lambda] \, dU(\lambda) \,/ \int (E[k_\tau|\lambda] - \mu_\tau)^2 dU(\lambda)$$

$$E(\tau) = \frac{1}{H(\tau)} \int_\tau^\infty y dV(y)$$

Nach (1) und (2) erhalten wir für $\varkappa_\tau$

$$\varkappa_\tau = \frac{H(\tau)\, V(\tau) \int E[k|\lambda] \, dU(\lambda) + H^2(\tau) \int \mathrm{Var}[k|\lambda] dU(\lambda)}{H^2(\tau) \int (E[k|\lambda] - \mu)^2 \, dU(\lambda)} = \varkappa + \frac{V(\tau)}{H(\tau)} \cdot \frac{\mu}{t^2}$$

mit $\quad \varkappa = \dfrac{\hat{\sigma}^2}{t^2}, \quad \hat{\sigma}^2 = \int \mathrm{Var}[k|\lambda] \, dU(\lambda) \quad$ und $\quad t^2 = \int (\lambda - \mu)^2 \, dU(\lambda)$

Für Poissonverteilte Schadenanzahl ist $E[k|\lambda] = \mathrm{Var}[k|\lambda] = \lambda$ und damit $\mu = \hat{\sigma}^2$, so dass wir wie in [1]

$$\varkappa_\tau = \frac{\mu}{H(\tau)\, t^2}$$

erhalten.

Ist die Annahme der Gesellschaft falsch, d.h. wenden die Versicherten die Schranke t statt τ an, so erhält die Gesellschaft die Prämie

$$P_{n+1}(\tau, t) = \frac{1}{n+\varkappa_\tau}\left[\sum_{j=0}^{n} k_t^{(j)} + \varkappa_\tau \mu_\tau\right] E(\tau) \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Nun ist für ein Risiko mit Parameter λ

$$R_{n+1}(\tau, t; \lambda) = E\left[P_{n+1}(\tau,t)\,|\,\lambda\right] - E\left[\begin{matrix}\text{von der Gesellschaft zu bezah-}\\ \text{lende Schäden, wenn der Ver-}\\ \text{sicherte die Schranke } t \text{ anwendet}\end{matrix}\;\middle|\,\lambda\right]$$

$$= \frac{1}{n+\varkappa_\tau}\left\{E\left[\sum_{j=0}^{n} k_t^{(j)}\,|\,\lambda\right] + \varkappa_\tau \mu_\tau\right\} E(\tau) - \lambda H(t)\, E(t)$$

Für das durchschnittliche Resultat pro Police erhält man hieraus

$$R_{n+1}(\tau, t) = \int R_{n+1}(\tau, t; \lambda)\, dU(\lambda)$$

$$= \mu\, \frac{nH(t) + \varkappa H(\tau) + \mu V(\tau)/t^2}{nH(\tau) + \varkappa H(\tau) + \mu V(\tau)/t^2}\, H(\tau)\, E(\tau) - \mu H(t)\, E(t)$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots$$

Für Poissonverteilte Anzahl ist $\varkappa = \mu/t^2$, so dass in diesem Fall wieder die in [1] untersuchte Formel resultiert.

Ohne an dieser Stelle auf den exakten Beweis einzugehen, bemerken wir noch, dass sich nach einer Überlegung von Buehlmann $\varkappa$, μ und t^2 direkt auf Grund der beobachteten Anzahl Anmeldungen schätzen lassen. Dies bedeutet, dass die Gewinnfunktion $R_{n+1}(\tau, t)$ auch dann untersucht werden kann, wenn die Strukturfunktion und die Verteilung der Schadenanzahl unbekannt sind.

Zum Abschluss berechnen wir $R_{n+1}(\tau, t)$ für das folgende einfache Modell:

a) Die Struktur des Portefeuilles sei charakterisiert durch eine β-Verteilung der Ordnung (1, 1), d.h.

$$dU(\lambda) = \begin{cases} 6\lambda(1-\lambda)\, d\lambda & \text{für } 0 < \lambda < 1 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

b) für die Schadenanzahl eines Risikos mit Parameter λ gelte

$$p_\lambda(0) = 1-\lambda \quad \text{und} \quad p_\lambda(1) = \lambda$$

c) der Einzelschadenbetrag sei wie folgt Paretoverteilt

$$dV(x) = \begin{cases} 2(x+1)^{-3}dx & \text{für } x \geqq 0 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

Es ist somit $\mu = \int \lambda dU(\lambda) = \int 6\lambda^2(1-\lambda)\, d\lambda = 1/2$

$$t^2 = \int \lambda^2 dU(\lambda) - \mu^2 = \int 6\lambda^3(1-\lambda)\, d\lambda - \mu^2 = 1/20$$

$$\hat{\sigma}^2 = \int \mathrm{Var}[k|\lambda]\, dU(\lambda) = \int \lambda(1-\lambda)\, dU(\lambda) =$$

$$= \int 6\lambda^2(1-\lambda)^2 d\lambda = 1/5$$

$$\varkappa = \frac{\hat{\sigma}^2}{t^2} = 4, \quad \frac{\mu}{t^2} = 10$$

und daher $R_{n+1}(\tau, t) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4 + nH(t) + 6V(\tau)}{4 + nH(\tau) + 6V(\tau)} \cdot H(\tau) E(\tau) - \dfrac{1}{2} H(t)\, E(t)$

mit $H(y) = (1+y)^{-2}$, $V(y) = y(y+2)(1+y)^{-2}$ und $H(y)\, E(y) = (1+2y)(1+y)^{-2}$.

Die nachstehenden Tabellen gehören *nicht* zu diesem Beispiel, sondern wurden einfachheitshalber aus [1] übernommen. Die diesen Wertetabellen zugrundeliegenden Annahmen lauten: $\mu = \varkappa = 1$, Poissonverteilte Schadenanzahl sowie $dV(x) = 2(x+1)^{-3}dx$ für $x \geqq 0$.

Tabelle 1

Wertetabelle für $R_n(T)$

$R_n(T)$ = durchschnittliches Resultat pro Police für das Jahr n, wenn die angewendete Schranke gleich dem T-fachen mittleren Einzelschadenbetrag ist.

	$T = 0$	$T = 1$	$T = 2$	$T = 3$	$T = 4$	$T = 5$
$n = 1$	0.00	+ 0.25	+ 0.44	+ 0.56	+ 0.64	+ 0.69
$n = 2$	0.00	— 0.13	0.00	+ 0.10	+ 0.18	+ 0.21
$n = 3$	0.00	— 0.25	— 0.15	— 0.06	0.00	+ 0.05
$n = 4$	0.00	— 0.31	— 0.23	— 0.14	— 0.08	— 0.05
$n = 5$	0.00	— 0.35	— 0.27	— 0.19	— 0.13	— 0.08

Tabelle 2

Wertetabelle für $R_n(1, t)$

$R_n(1, t)$ = durchschnittliches Resultat pro Police für das Jahr n, wenn die Gesellschaft $\tau = 1$ wählt und die Versicherten $T = t$ spielen.

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
$n = 1$	— 0.25	0.00	+ 0.20	+ 0.31	+ 0.39	+ 0.45
$n = 2$	+ 0.20	0.00	+ 0.11	+ 0.20	+ 0.26	+ 0.31
$n = 3$	+ 0.50	0.00	+ 0.06	+ 0.13	+ 0.18	+ 0.22
$n = 4$	+ 0.71	0.00	+ 0.02	+ 0.07	+ 0.12	+ 0.16
$n = 5$	+ 0.88	0.00	— 0.01	+ 0.03	+ 0.08	+ 0.11

Literaturverzeichnis

[1] *E. Straub*, Zur Theorie der Prämienstufensysteme, Dissertation an der ETH, Diss. Nr. 4250.

[2] *H. Buehlmann*, Optimale Prämienstufensysteme, Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 64.

[3] *H. Buehlmann*, Experience Rating and Credibility, The ASTIN-Bulletin, Vol. IV, Part III.

[4] *F. Bichsel*, Experience Rating in Subsets of Risks, The ASTIN-Bulletin, Vol. IV, Part III.

[5] *F. Bichsel*, Erfahrungstarifierung in der Motorfahrzeug-Haftpflichtversicherung, Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 64.