Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 70 (1970)

Artikel: Abschätzung für den Barwert von Ehepaar-Altersrenten für ledige Männer

Autor: Strickler, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-967027

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Abschätzung für den Barwert von Ehepaar-Altersrenten für ledige Männer

Von P. Strickler, Zürich

Die Reglemente gut ausgebauter Pensionskassen sehen in der Regel vor, dass der Arbeitnehmer nach seiner Pensionierung unabhängig von seinem Zivilstand Anspruch auf eine lebenslängliche Rente in der Höhe eines gewissen Prozentsatzes des zuletzt bezogenen Lohnes hat. Die Altersrentenleistungen werden für Männer ergänzt u.a. durch Witwenrentenleistungen, die wiederum einen Prozentsatz des Altersrentenanspruches ausmachen. Die Tabellenwerke für die Berechnung von Pensionskassenleistungen geben, soweit sie nicht auf der kollektiven Methode beruhen, vielfach die nötigen Formeln und Tabellen für die Bewertung von anwartschaftlichen Witwenrenten auch von unverheirateten Männern (z. B. VZ 60).

Dem Verfasser ist jedoch kein Tabellenwerk bekannt, das auch die nötigen Zahlen für die Bewertung von Ehepaar-Altersrenten unverheirateter Männer explizit enthält, welche dann benötigt werden, wenn die Altersrenten wie z. B. bei der AHV für verheiratete Altersrentner höher sind als für alleinstehende (ledige oder verwitwete) oder wenn, was auf dasselbe herauskommt, Familienzulagen auch den Altersrentnern gewährt werden, solange sie nicht verwitwet sind.

Verwenden wir dieselben Bezeichnungen wie in der Tafel VZ 60, also

$$l_{x+1}^{(u)} = l_x^{(u)} \cdot (1-h_x^u) = \begin{array}{l}\text{partielle Ausscheideordnung}\\ \text{infolge Verheiratung,}\end{array}$$

$$l_x^u = l_x^{(u)} \cdot l_x = \begin{array}{l}\text{Ausscheideordnung infolge Todes}\\ \text{und Verheiratung,}\end{array}$$

so ist
$$H_x^u = l_x^u \cdot (1 - \tfrac{1}{2} \cdot q_x) \cdot h_x^u$$

die Anzahl der x-jährigen unverheirateten Männer, die im nächsten Jahr heiraten. Nehmen wir an, dass die Verheiratungen im Durchschnitt

Mitte Jahr stattfinden, also im Alter $x+\frac{1}{2}$ des Mannes, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Ehepartner nach der Verheiratung das Rücktrittsalter s_x des Ehemannes erreichen, gleich

$$\frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_{x+½} \cdot l_{y+½}} .$$

Dabei bedeutet y das statistische Alter der Ehefrau.

Vernachlässigen wir die Möglichkeit der Scheidung und der Folge-Ehen, so wird

$$\frac{1}{l_x^u} \cdot H_x^u \cdot \frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_{x+½} \cdot l_{y+½}}$$

gleich der Wahrscheinlichkeit, dass ein x-jähriger Mann im nächsten Jahr heiratet und das Rücktrittsalter als Verheirateter erlebt. Entsteht der Anspruch auf Ehepaar-Altersrente nur, wenn die Verheiratung spätestens im Alter ξ erfolgt, wobei ξ praktisch kleiner oder gleich s_x sein muss, ist also

$$w = \frac{1}{l_x^u} \cdot \sum_{t=0}^{\xi-x-1} H_x^u \cdot \frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_{x+t+½} \cdot l_{y+t+½}}$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Ehepaar-Altersrente ausbezahlt werden muss. Der Barwert dieser Ehepaar-Altersrente beträgt

$${}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy}^{uE} = w \cdot v^{s_x-x} \cdot \ddot{a}_{s_x s_y} .$$

Nun gilt

$${}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy} = \frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_x \cdot l_y} \cdot v^{s_x-x}\, \ddot{a}_{s_x s_y}$$

oder

$$\ddot{a}_{s_x s_y} = \frac{l_x \cdot l_y}{l_{s_x} \cdot l_{s_y} \cdot v^{s_x-x}} \cdot {}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy} .$$

Setzen wir das in die Formel für ${}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy}^{uE}$ ein, so erhalten wir

$${}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy}^{uE} = {}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy} \cdot \sum_{t=0}^{\xi-x-1} H_{x+t}^u \cdot \frac{l_x \cdot l_y}{l_{x+t+½} \cdot l_{y+t+½}} \cdot \frac{1}{l_x^u} .$$

Die in diesem Ausdruck auftretende Summe kann geschrieben werden als

$$S_{x,\xi} = \sum_{t=0}^{\xi-x-1} l^u_{x+t} \cdot (1-\tfrac{1}{2}q_{x+t}) \cdot h^u_{x+t} \cdot \frac{l_x \cdot l_y}{l_{x+t+½} \cdot l_{y+t+½}} \cdot \frac{1}{l^u_x}$$

$$= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l_{x+t} \cdot (1-\tfrac{1}{2}q_{x+t}) \cdot l^{(u)}_{x+t}}{l_{x+t+½}} \cdot h^u_{x+t} \cdot \frac{1}{l^{(u)}_x} \frac{l_y}{l_{y+t+½}}$$

$$= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l^{(u)}_{x+t} \cdot h^u_{x+t}}{l^{(u)}_x} \cdot \frac{l_y}{l_{y+t+½}}$$

$$= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l^{(u)}_{x+t} - l^{(u)}_{x+t+1}}{l^{(u)}_u} \cdot \frac{l_y}{l_{y+t+½}} .$$

Da man die Werte ${}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy}$ zur Berechnung der Ehepaarrenten verheirateter Männer ohnehin benötigt, lassen sich aus diesen die Werte für unverheiratete Männer durch Multiplikation mit dem Faktor $S_{x,\xi}$ bestimmen. Allerdings erfordert die Berechnung von $S_{x,\xi}$ einigen Aufwand. Eine Abschätzung für die Grösse von $S_{x,\xi}$ erhält man leicht, wenn man für $l_y/l_{y+t+½}$ die untere Schranke 1 bzw. den maximalen Wert $l_y/l_{\eta-½}$ einsetzt, wobei η das statistische Alter der Ehefrau beim Alter ξ des Ehemannes bezeichnet. Die Summation reduziert sich dann auf den Ausdruck

$$\sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l^{(u)}_{x+t} - l^{(u)}_{x+t+1}}{l^{(u)}_x} = 1 - \frac{l^{(u)}_\xi}{l^{(u)}_x} .$$

und somit gilt $$S_{\min} = 1 - \frac{l^{(u)}_\xi}{l^{(u)}_x} \leqq S_{x,\xi} \leqq \left[1 - \frac{l^{(u)}_\xi}{l^{(u)}_x}\right] \cdot \frac{l_y}{l_{\eta-½}} = S_{\max} .$$

Da ferner $S_{x,\xi} \leqq 1$ gelten muss (der Barwert der Anwartschaft eines Unverheirateten auf Ehepaarrente kann bei vorgegebener Altersdifferenz $x-y$ nicht grösser sein als der eines Verheirateten), erhalten wir z.B. auf Grund der Tafel VZ 60 die folgenden Schranken für $\xi = 60$:

x	y	$S_{\min}$	$S_{\max}$	$S_{\max}/S_{\min}$
25	25	0,9767	1,0000	1,0239
35	30	0,8800	0,9259	1,0522
45	36	0,6480	0,6669	1,0292
55	45	0,1882	0,1905	1,0124

Bei normaler Altersstruktur eines Pensionskassenbestandes wird man deshalb die Anwartschaften auf Ehepaar-Altersrenten unverheirateter Männer genügend genau erfassen, wenn man mit dem vereinfachten Ausdruck

$$ {}_{s_x-x|}\ddot{a}^{uE}_{xy} \approx 1{,}03 \cdot \left[1 - \frac{l^{(u)}_{\xi}}{l^{(u)}_{x}} \right] \cdot {}_{s_x-x|}\ddot{a}_{xy} $$

rechnet. Diese Formel bietet auch bei Einsatz eines Computers den eminenten Vorteil, dass für verschiedene Höchstalter x und ξ die Eingabe einer einzigen Tabelle von Werten $l^{(u)}_{x}$ genügt und praktisch weder ein zusätzlicher Programmierungsaufwand noch zusätzliche Rechenzeit benötigt wird.

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, wie der Barwert von anwartschaftlichen Ehepaar-Altersrenten für ledige Männer auf einfache Weise aus der aufgeschobenen Verbindungsrente abgeschätzt werden kann.

Résumé

L'auteur donne une méthode pour obtenir une approximation de la valeur actuelle d'une rente différée pour conjoints dans le cas d'un homme célibataire, à partir de la rente différée sur deux têtes.

Riassunto

L'autore indica un metodo semplice per derivare un'approssimazione del valore attuale della rendita vecchiaia differita per coniugi, nel caso di uomini celibi, dalla rendita differita su due vite.

Summary

The author presents a simple method for approximating joint and survivor retirement annuities in respect of men currently unmarried from deferred joint life annuity values.