

Abschätzung für den Barwert von Ehepaar-Altersrenten für ledige Männer

Autor(en): **Strickler, P.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **70 (1970)**

PDF erstellt am: **07.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-967027>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Abschätzung für den Barwert von Ehepaar-Altersrenten für ledige Männer

Von P. Strickler, Zürich

Die Reglemente gut ausgebauter Pensionskassen sehen in der Regel vor, dass der Arbeitnehmer nach seiner Pensionierung unabhängig von seinem Zivilstand Anspruch auf eine lebenslängliche Rente in der Höhe eines gewissen Prozentsatzes des zuletzt bezogenen Lohnes hat. Die Altersrentenleistungen werden für Männer ergänzt u.a. durch Witwenrentenleistungen, die wiederum einen Prozentsatz des Altersrentenananspruches ausmachen. Die Tabellenwerke für die Berechnung von Pensionskassenleistungen geben, soweit sie nicht auf der kollektiven Methode beruhen, vielfach die nötigen Formeln und Tabellen für die Bewertung von anwartschaftlichen Witwenrenten auch von unverheirateten Männern (z. B. VZ 60).

Dem Verfasser ist jedoch kein Tabellenwerk bekannt, das auch die nötigen Zahlen für die Bewertung von Ehepaar-Altersrenten unverheirateter Männer explizit enthält, welche dann benötigt werden, wenn die Altersrenten wie z. B. bei der AHV für verheiratete Altersrentner höher sind als für alleinstehende (ledige oder verwitwete) oder wenn, was auf dasselbe herauskommt, Familienzulagen auch den Altersrentnern gewährt werden, solange sie nicht verwitwet sind.

Verwenden wir dieselben Bezeichnungen wie in der Tafel VZ 60, also

$$l_{x+1}^{(u)} = l_x^{(u)} \cdot (1 - h_x^u) = \begin{array}{l} \text{partielle Ausscheideordnung} \\ \text{infolge Verheiratung,} \end{array}$$

$$l_x^u = l_x^{(u)} \cdot l_x = \begin{array}{l} \text{Ausscheideordnung infolge Todes} \\ \text{und Verheiratung,} \end{array}$$

so ist
$$H_x^u = l_x^u \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot q_x) \cdot h_x^u$$

die Anzahl der x -jährigen unverheirateten Männer, die im nächsten Jahr heiraten. Nehmen wir an, dass die Verheiratungen im Durchschnitt

Mitte Jahr stattfinden, also im Alter $x + \frac{1}{2}$ des Mannes, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Ehepartner nach der Verheiratung das Rücktrittsalter s_x des Ehemannes erreichen, gleich

$$\frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_{x+\frac{1}{2}} \cdot l_{y+\frac{1}{2}}}.$$

Dabei bedeutet y das statistische Alter der Ehefrau.

Vernachlässigen wir die Möglichkeit der Scheidung und der Folge-Ehen, so wird

$$\frac{1}{l_x^u} \cdot H_x^u \cdot \frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_{x+\frac{1}{2}} \cdot l_{y+\frac{1}{2}}}$$

gleich der Wahrscheinlichkeit, dass ein x -jähriger Mann im nächsten Jahr heiratet und das Rücktrittsalter als Verheirateter erlebt. Entsteht der Anspruch auf Ehepaar-Altersrente nur, wenn die Verheiratung spätestens im Alter ξ erfolgt, wobei ξ praktisch kleiner oder gleich s_x sein muss, ist also

$$w = \frac{1}{l_x^u} \cdot \sum_{t=0}^{\xi-x-1} H_x^u \cdot \frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_{x+t+\frac{1}{2}} \cdot l_{y+t+\frac{1}{2}}}$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Ehepaar-Altersrente ausbezahlt werden muss. Der Barwert dieser Ehepaar-Altersrente beträgt

$${}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy}^{uE} = w \cdot v^{s_x-x} \cdot \ddot{a}_{s_x s_y}.$$

Nun gilt

$${}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy} = \frac{l_{s_x} \cdot l_{s_y}}{l_x \cdot l_y} \cdot v^{s_x-x} \ddot{a}_{s_x s_y}$$

oder

$$\ddot{a}_{s_x s_y} = \frac{l_x \cdot l_y}{l_{s_x} \cdot l_{s_y} \cdot v^{s_x-x}} \cdot {}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy}.$$

Setzen wir das in die Formel für ${}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy}^{uE}$ ein, so erhalten wir

$${}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy}^{uE} = {}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy} \cdot \sum_{t=0}^{\xi-x-1} H_{x+t}^u \cdot \frac{l_x \cdot l_y}{l_{x+t+\frac{1}{2}} \cdot l_{y+t+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{l_x^u}.$$

Die in diesem Ausdruck auftretende Summe kann geschrieben werden als

$$\begin{aligned}
 S_{x, \xi} &= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} l_{x+t}^u \cdot \left(1 - \frac{1}{2} q_{x+t}\right) \cdot h_{x+t}^u \cdot \frac{l_x \cdot l_y}{l_{x+t+\frac{1}{2}} \cdot l_{y+t+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{l_x^u} \\
 &= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l_{x+t} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} q_{x+t}\right) \cdot l_{x+t}^{(u)}}{l_{x+t+\frac{1}{2}}} \cdot h_{x+t}^u \cdot \frac{1}{l_x^{(u)}} \cdot \frac{l_y}{l_{y+t+\frac{1}{2}}} \\
 &= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l_{x+t}^{(u)} \cdot h_{x+t}^u}{l_x^{(u)}} \cdot \frac{l_y}{l_{y+t+\frac{1}{2}}} \\
 &= \sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l_{x+t}^{(u)} - l_{x+t+1}^{(u)}}{l_x^{(u)}} \cdot \frac{l_y}{l_{y+t+\frac{1}{2}}}.
 \end{aligned}$$

Da man die Werte ${}_{s_x-x} \ddot{a}_{xy}$ zur Berechnung der Ehepaarrenten verheirateter Männer ohnehin benötigt, lassen sich aus diesen die Werte für unverheiratete Männer durch Multiplikation mit dem Faktor $S_{x, \xi}$ bestimmen. Allerdings erfordert die Berechnung von $S_{x, \xi}$ einigen Aufwand. Eine Abschätzung für die Grösse von $S_{x, \xi}$ erhält man leicht, wenn man für $l_y/l_{y+t+\frac{1}{2}}$ die untere Schranke 1 bzw. den maximalen Wert $l_y/l_{\eta-\frac{1}{2}}$ einsetzt, wobei η das statistische Alter der Ehefrau beim Alter ξ des Ehemannes bezeichnet. Die Summation reduziert sich dann auf den Ausdruck

$$\sum_{t=0}^{\xi-x-1} \frac{l_{x+t}^{(u)} - l_{x+t+1}^{(u)}}{l_x^{(u)}} = 1 - \frac{l_{\xi}^{(u)}}{l_x^{(u)}}.$$

und somit gilt $S_{\min} = 1 - \frac{l_{\xi}^{(u)}}{l_x^{(u)}} \leq S_{x, \xi} \leq \left[1 - \frac{l_{\xi}^{(u)}}{l_x^{(u)}}\right] \cdot \frac{l_y}{l_{\eta-\frac{1}{2}}} = S_{\max}$.

Da ferner $S_{x, \xi} \leq 1$ gelten muss (der Barwert der Anwartschaft eines Unverheirateten auf Ehepaarrente kann bei vorgegebener Altersdifferenz $x-y$ nicht grösser sein als der eines Verheirateten), erhalten wir z. B. auf Grund der Tafel VZ 60 die folgenden Schranken für $\xi = 60$:

x	y	S_{\min}	S_{\max}	S_{\max}/S_{\min}
25	25	0,9767	1,0000	1,0239
35	30	0,8800	0,9259	1,0522
45	36	0,6480	0,6669	1,0292
55	45	0,1882	0,1905	1,0124

Bei normaler Altersstruktur eines Pensionskassenbestandes wird man deshalb die Anwartschaften auf Ehepaar-Altersrenten unverheirateter Männer genügend genau erfassen, wenn man mit dem vereinfachten Ausdruck

$${}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy}^{uE} \approx 1,03 \cdot \left[1 - \frac{l_{\xi}^{(u)}}{l_x^{(u)}} \right] \cdot {}_{s_x-x}|\ddot{a}_{xy}$$

rechnet. Diese Formel bietet auch bei Einsatz eines Computers den eminenten Vorteil, dass für verschiedene Höchstalter x und ξ die Eingabe einer einzigen Tabelle von Werten $l_x^{(u)}$ genügt und praktisch weder ein zusätzlicher Programmieraufwand noch zusätzliche Rechenzeit benötigt wird.

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, wie der Barwert von anwartschaftlichen Ehepaar-Altersrenten für ledige Männer auf einfache Weise aus der aufgeschobenen Verbindungsrente abgeschätzt werden kann.

Résumé

L'auteur donne une méthode pour obtenir une approximation de la valeur actuelle d'une rente différée pour conjoints dans le cas d'un homme célibataire, à partir de la rente différée sur deux têtes.

Riassunto

L'autore indica un metodo semplice per derivare un'approssimazione del valore attuale della rendita vecchiaia differita per coniugi, nel caso di uomini celibi, dalla rendita differita su due vite.

Summary

The author presents a simple method for approximating joint and survivor retirement annuities in respect of men currently unmarried from deferred joint life annuity values.