

# Beispiele einer Tarifuntersuchung in der Lebensversicherung mit Hilfe eines am Computer durchgespielten Modells

Autor(en): **Kreis, Hans Werner / Küstahler, Karl**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **70 (1970)**

PDF erstellt am: **07.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-967032>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Beispiele einer Tarifuntersuchung in der Lebensversicherung mit Hilfe eines am Computer durchgespielten Modells

*Von Hans Werner Kreis und Karl Küstahler*

## 1. Einleitung

Bei der vorliegenden Arbeit handelt es sich um die Ausarbeitung eines Referates, welches der erstgenannte Verfasser im Wintersemester 1967/68 im versicherungstechnischen Seminar der Universität Basel gehalten hat.

Mit unseren Ausführungen zeigen wir, wie wir die Frage der Gewinnkraftmessung eines Lebensversicherungstarifes mit Hilfe eines am Computer durchgespielten Modells zu beantworten versuchten. Wir wollen nicht ein Modell vorführen, das keinen Anlass zur Kritik bietet, sondern einfach einen bereits praktisch erprobten Weg aufzeichnen. Um den Arbeitsaufwand auf ein erträgliches Mass zu reduzieren, führten wir bei der Aufstellung des Modells einige Vereinfachungen ein, welche vielleicht etwas grob erscheinen mögen.

Für jede zu untersuchende Tarifkombination schrieb der Computer eine bzw. drei Tabellen, welche wir am Schluss dieser Arbeit anfügen. Zur Auswertung wurde lediglich die dritte Tabelle benötigt. Die ersten zwei dienten jedoch zum Testen des Modelles und der Programmierung. Bekanntlich sind dafür ausgedruckte Zwischenresultate eine grosse Erleichterung. Das nachfolgende Eingehen auf alle drei Tabellen hilft uns, den Aufbau unseres Modelles möglichst anschaulich darzustellen. Selbstverständlich haben wir aus ökonomischen Gründen vorgesehen, auf den Druck der Tabellen 1 und 2 zu verzichten. Weitere Einzelheiten gehen aus dem Abschnitt «5. Programmierung» hervor.

Den für die Berechnung der beigegeführten Tabellen notwendigen Parametern haben wir in erster Linie Werte aus schweizerischen Publi-

kationen zugeteilt. In den Fällen, wo uns solche Veröffentlichungen nicht bekannt waren, setzten wir erfundene Werte ein. Wir achteten dabei darauf, dass sie einen instruktiven Rechnungsverlauf ergeben und dass keinerlei Rückschlüsse auf bestehende Gesellschaften möglich sind.

## 2. Dateneingabe

### 2.1. *Parameter, welche für eine Serie von Tarifuntersuchungen eingegeben werden*

#### a) *Kommutationszahlen*

Unser Modell arbeitet mit zwei beliebig wählbaren Tafeln von Kommutationszahlen. Das Programm berechnet mit Hilfe der ersten Tafel die Reserven für die Hauptversicherung und mit Hilfe der zweiten die Leistungsbarwerte im Invaliditätsfall. Für unser praktisches Beispiel errechneten wir Kommutationszahlen aus den Grundlagen TG 1960, 2.5% [1] einerseits und aus den  $q_x$  der Tafel RAE 1950/60 [2] mit einem Zinsfuß von 4.75% andererseits.

#### b) *Sterbewahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Wir arbeiten nur mit einem Satz Sterbewahrscheinlichkeiten. Im vorliegenden Fall benutzten wir die oben erwähnte Tafel RAE 1950/60.

#### c) *Selektionssätze*

Das Programm verlangt die Angabe, mit welchem prozentualen Anteil die oben genannten Sterbewahrscheinlichkeiten im ersten, im zweiten und ab drittem Policenjahr zu berücksichtigen sind. In unserem Beispiel setzten wir 50%, 75% und 100% ein.

#### d) *Unfalltodwahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Auch hier arbeiten wir für eine Serie von Tarifuntersuchungen nur mit einem Satz Wahrscheinlichkeiten. Im praktischen Fall haben wir die Werte aus einer ausländischen Untersuchung den niedrigen  $q_x$  der Tafel RAE 1950/60 angepasst.

e) *Rückkaufswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Das Modell sieht hier ebenfalls nur einen Satz von Rückkaufswahrscheinlichkeiten vor, die von der abgelaufenen Dauer abhängen. Separate Werte teilen wir den Quartalen des ersten Policenjahres sowie den Policenjahren zwei bis vier zu. Je einen gleichbleibenden Wert erhalten die Policenjahre fünf bis neun, zehn bis vierzehn und ab fünfzehn. Für die praktisch durchgespielte Tarifkombination setzten wir uns als realistisch erscheinende Zahlen ein.

f) *Invalidierungswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Auch hier begnügen wir uns mit einem Satz von Wahrscheinlichkeiten, und zwar ohne Berücksichtigung einer Selektion. Für das praktische Beispiel griffen wir auf die Tafel EVK 1960, Ausgabe A, [3] zurück.

g) *Effektiver Zins zweiter Ordnung*

Den effektiven Zins lassen wir jeweils für Perioden von zehn Policenjahren konstant. In unserem Beispiel wählten wir

5%	für die Policenjahre 1–10,
4.75%	für die Policenjahre 11–20,
4.5%	für die Policenjahre 21–30.

h) *Zinsfuß, mit dem die Gewinnanteile verzinst werden*

Die Eingabe erfolgt analog zum effektiven Zinsfuß. In unserem Fall wählten wir ihn jeweils 1% unter dem effektiven Zins.

2.2. *Parameter, welche pro Tarifkombination eingegeben werden*

a) *Tarifkurzbezeichnung*

In unserem Fall lautet diese GMIR, d.h. eine gemischte Versicherung mit automatisch eingeschlossener Unfalltodzusatzversicherung sowie mit zusätzlich versicherter Prämienbefreiung und Rente für den Invaliditätsfall.

b) *Tarifcode*

Aus einem zweistelligen Code ersieht das Programm, um welche Kombination und Versicherungsleistungen es sich handelt.

c) *Eintrittsalter und Versicherungsdauer*

Bei unserem durchgespielten Beispiel figurieren die Werte 40 Jahre bzw. 25 Jahre.

d) *Grundprämie*

Die Grundprämie deckt die Kosten für die Hauptversicherung. In unserem Fall beträgt sie  $42.91\text{‰}$  der Versicherungssumme.

e) *Zusatzversicherungsprämie*

Diese deckt die Kosten für die Invaliditätszusatzversicherung und die Doppelzahlung bei Unfalltod und beträgt in der praktisch durchgespielten Tarifkombination  $4.80\text{‰}$  der Versicherungssumme.

f) *Höhe der jährlich zahlbaren Invalidenrente*

Angabe in Prozenten der Versicherungssumme, im praktischen Beispiel  $10\%$ .

g) *Angabe des Policenjahres, in welchem zum erstenmal Rückkaufswerte bezahlt werden*

In unserem Fall handelt es sich um das dritte Policenjahr.

h) *Verwaltungskosten*

Der Verwaltungskostensatz wird über die ganze Versicherungsdauer als konstant angenommen. In unserem Beispiel beträgt er  $3.25\text{‰}$  der Versicherungssumme.

i) *Inkassokosten*

Diese werden über die ganze Prämienzahlungsdauer als konstant angesehen. Im praktischen Fall haben wir  $3\%$  der Summe von Grundprämie und Zusatzversicherungsprämie eingesetzt.

k) *Konstanter Gewinnanteil*

Dieser wird als Prozentsatz der totalen Bruttoprämie angegeben und beträgt für unser Beispiel  $7\%$ .

l) *Steigender Gewinnanteil*

Die jährlich steigende Gewinnanteilrate berechnet sich ebenfalls als Prozentsatz der totalen Bruttoprämie, in unserem Fall 1%.

m) *Maximaler Gewinnanteil*

Mit diesem Parameter kann die Summe des konstanten und steigenden Gewinnanteils limitiert werden. In unserem Beispiel liessen wir den Wert von 40% des totalen Prämienbetrages zu.

n) *Angabe des Policenjahres, in welchem zum erstenmal ein Gewinnanteil zugestanden wird*

In unserem Fall ist es das dritte Policenjahr.

o) *Abschlusskostensatz*

Die Abschlusskosten berechnen sich als Promillesatz der Versicherungssumme, in unserem Beispiel als 55‰.

p) *Höhe der Schlussvergütung*

Diese wird als Promillesatz der Versicherungssumme eingegeben und beträgt im durchgespielten Fall 250‰.

### 3. Beschreibung der Tabellen

#### 3.1. *Tabelle 1*

In Tabelle 1 geben wir in 16 Kolonnen pro Tarifkombination für die einzelnen abgelaufenen Policenjahre verschiedene versicherungstechnische Werte an, die aus programmtechnischen Gründen alle abgerundet sind und die dann für die Berechnungen in Tabellen 2 und 3 verwendet werden.

Nachstehend geben wir einige Erläuterungen zu den einzelnen Kolonnen.

##### 3.1.1. *Kol. (1): Policenjahr*

Diese Kolonne zeigt an, während bzw. nach welchem Zeitabschnitt der abgelaufenen Dauer die auf der entsprechenden Zeile aufgeführten Werte gültig sind.

Wir unterscheiden:

- eine Abschlusszeile im Zeitpunkt Null, welche aber erst in Tabelle 2 zum Zuge kommt;
- das erste Versicherungsjahr, unterteilt in vier Quartale;
- das zweite und die folgenden Versicherungsjahre, welche wir nicht unterteilen;
- eine Erlebensfallzeile, welche die Leistungen bei Erleben des Schlusalters zeigt.

3.1.2. Werte, ausgedrückt in Promillen der Summe der Hauptversicherung (Kol. 2–11)

a) Kol. (2): Versicherungssumme im Todesfall

Im Todesfall wird die volle Versicherungssumme fällig.

b) Kol. (3): Schlussvergütung im Todesfall

Ab drittem Jahr wird im Todesfall  $\frac{t+1}{n}$  der für den Erlebensfall vorgesehenen Schlussvergütung bezahlt, wobei  $t$  die Anzahl der bei Eintritt des Todes voll abgelaufenen Versicherungsjahre bezeichnet.

c) Kol. (4): Versicherungssumme bei Unfalltod

Bei Tod durch Unfall wird eine Zusatzleistung in Höhe der Basisversicherungssumme fällig.

d) Kol. (5): Entschädigung bei Rückkauf

Bei einem Rückkauf wird ab drittem Jahr die für die Versicherungssumme gestellte, gezillmerte Reserve bezahlt. Den Rückkaufwert berechnet unser Programm als

$$1.04 {}_tV_x - 0.04.$$

Aus der Reserve für die Schlussvergütung erfolgt bei einem Rückkauf keine Entschädigung.

e) Kol. (6): Barwert der Invaliditätsleistung

Im Invaliditätsfall setzten wir als Zahlung den Barwert der jährlichen Invaliditätsleistung ein. Die Bestimmung dieses Barwertes erfolgte ohne Berücksichtigung von Reaktivierungen und unter der An-

nahme, dass der Invaliditätsfall in der Mitte des Policenjahres eintritt. Aus programmtechnischen Gründen haben wir im ersten Policenjahr für alle Quartale den gleichen Wert eingesetzt.

f) *Kol. (7): Versicherungssumme im Erlebensfall*

Die Erlebensfallzeile weist als Leistung die volle Versicherungssumme auf.

g) *Kol. (8): Schlussvergütung im Erlebensfall*

Die Erlebensfallzeile zeigt die beim Ablauf bezahlte Schlussvergütung.

h) *Kol. (9): Reserve für die Versicherungssumme*

Das Programm berechnet Nettoreserven, und zwar erstmals am Ende des Policenjahres eins.

i) *Kol. (10): Reserve für die Schlussvergütung*

Die Reserve für die Schlussvergütung, nachstehend als  ${}_tV_x^{(B)}$  bezeichnet, erhalten wir in unserem Beispiel mit den Grundlagen TG 1960, 2.5‰, und gemäss den nachstehenden Formeln:

$${}_tV_x^{(B)} = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 1 \\ \frac{\sum_{k=t}^{n-1} \frac{k+1}{n} C_{x+k} + D_{x+n}}{D_{x+t}} B - P^{(B)} \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} & \text{für } 1 < t < n \\ B & \text{für } t = n \end{cases}$$

Dabei gilt:

$B$  = Schlussvergütung in Promillen der Versicherungssumme

$$P^{(B)} = \frac{\sum_{t=2}^{n-1} \frac{t+1}{n} C_{x+t} + D_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+n}} B.$$

Die Reservestellung für die Schlussvergütung erfolgt also nach der  $(n-1)$ -Methode.



k) *Kol. (11): Verwaltungskosten*

Für die vier Quartale des ersten Policenjahres berechnet das Programm jeweils einen Viertel der jährlichen Verwaltungskosten.

3.1.3. *Werte, ausgedrückt in Prozenten der Prämie (Kol. (12)–(15))*

Betreffend die Kolonnen (12): Inkassokosten  
(13): Konstanter Gewinnanteil  
(14): Steigender Gewinnanteil  
(15): Maximaler Gewinnanteil

verweisen wir auf unsere Ausführungen unter 2.2. i) bis 2.2. m), denen an dieser Stelle nichts weiteres beizufügen ist.

3.1.4. *Zinsfüsse (Kol. (16)–(17))*

In den beiden Zinskolonnen, d. h. in

Kolonne (16): Effektiver Zins zweiter Ordnung

und Kolonne (17): Zinsfuss, mit dem die Gewinnanteile verzinst werden,

rechnet das Programm für die vier Quartale des ersten Policenjahres jeweils einen Viertel des jährlichen Zinsansatzes. Bei Kolonne (17) ist dies zwar für unser praktisches Beispiel ohne Belang, da dort Gewinnanteile erstmals im dritten Policenjahr zugestanden werden.

### 3.2. *Tabelle 2*

Die Tabelle 2 zeigt die Entwicklung unseres Modellbestandes, der anfänglich aus einer Million Versicherten besteht, welche die gleiche Versicherungskombination mit der Versicherungssumme 1 abschliessen. Des weiteren ersieht man daraus in einfacher Art, wie sich die Einnahmen und Ausgaben unter den gewählten Parametern aus dem Modellbestand für den Versicherer entwickeln. Wir lassen nun einige Erklärungen zu den einzelnen Kolonnen folgen.

3.2.1. *Kol. (1): Policenjahr*

Hier verweisen wir auf die Ausführungen zu Punkt 3.1.1.

### 3.2.2. *Anfangsbestände (Kol. (2)–(3))*

#### a) *Kol. (2): Anfangsbestand der Aktiven*

Diese Kolonne veranschaulicht die Abnahme unseres Modellbestandes. Auf die anfängliche Million Versicherte wirken die Abgangsursachen Tod, Rückkauf und Invalidierung ein. Mit der ausgewiesenen Zahl zeigen wir die Bestandeshöhe, wie sie sich jeweils zu Beginn des unter Policenjahr angegebenen Zeitabschnittes präsentiert. Eine Ausnahme bildet die Erlebensfallzeile, in welcher wir die Anzahl der Versicherten aufführen, welche die Ablaufleistung beziehen.

#### b) *Kol. (3): Anfangsbestand der Invaliden*

Dieser Bestand baut sich aus den invalid gewordenen Aktiven auf. Als Abgangsursache lassen wir nur den Tod einwirken, und zwar mit den gleichen Wahrscheinlichkeiten wie bei den Aktiven. Reaktivierungen und Rückkäufe haben wir also vernachlässigt, und wir nehmen weiter an, dass jeder invalid Gewordene das durchschnittliche halbe Jahr zwischen dem Invalidierungsbeginn und dem Schluss des betreffenden Policenjahres überlebt. Analog zu den Aktiven zeigen wir jeweils die Bestandeshöhe zu Beginn des Policenjahres und in der Erlebensfallzeile die Anzahl der Invaliden, die den Versicherungsablauf erleben.

### 3.2.3. *Abgangswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung in Promillen (Kol. (4)–(7))*

Die Werte in diesen Kolonnen sind aus programmtechnischen Gründen immer abgerundet und gehörten eigentlich in die Tabelle 1. Wegen der Beschränkung auf 132 Schreibstellen pro Zeile mussten wir sie in die Tabelle 2 einbauen.

#### a) *Kol. (4): Sterbewahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung, und Kol. (5): Unfalltodwahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Bei diesen beiden Kolonnen rechnet das Programm für die vier Quartale des ersten Policenjahres jeweils einen Viertel des jährlichen Wertes. Die Unfalltodwahrscheinlichkeit ist in der Sterbewahrscheinlichkeit bereits eingeschlossen und darf diese daher nicht erreichen, was das Programm beim Einlesen der für eine Tarifserie gewählten Sätze testet.

b) *Kol. (6): Rückkaufswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Wie bereits unter 2.1. e) erwähnt, erhält jedes Quartal des ersten Policenjahres eine eigene Rückkaufswahrscheinlichkeit.

c) *Kol. (7): Invalidierungswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung*

Hier verwenden wir für die Quartale des ersten Policenjahres wieder einheitlich einen Viertel des jährlichen Satzes.

3.2.4. *Einnahmen, Ausgaben und Saldo Ende Jahr (Kol. (8)–(16))*

Nachstehend beschreiben wir die Formeln, gemäss denen das Programm die Werte in den einzelnen Kolonnen ermittelt. Dafür verwenden wir die folgenden Bezeichnungen:

- ${}_i(j)_T$  = Wert in der Kolonne ( $j$ ) der Tabelle  $i$  und der Zeile  $T$   
(= Policenjahr  $T$ ).
- ${}_i(j)_N$  = Wert in der Kolonne ( $j$ ) der Tabelle  $i$  und der Erlebensfallzeile.
- $P_G$  = Grundprämie, in unserem Fall 42.91‰ der Versicherungssumme.
- $P_I$  = Zusatzversicherungsprämie, in unserem Fall 4.80‰ der Versicherungssumme.
- $F$  = Quartalsfaktor, d.h. 0.25 für die Quartale des ersten Policenjahres und 1 für die Policenjahre 2 und folgende.

a) *Kol. (8): Prämie*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(8)_T = \{[{}_2(2)_T + {}_2(3)_T] \cdot P_G + {}_2(2)_T \cdot P_I\} \cdot F.$$

Die Grundprämie bezahlen also die Aktiven und Invaliden, die Zusatzversicherungsprämie hingegen nur die Aktiven. Grundsätzlich haben wir einen jährlichen Zahlungsmodus angenommen. Im ersten Policenjahr jedoch arbeiten wir jeweils mit einem Viertel der jährlichen Prämie. Dieses gemischte und theoretisch nicht ganz korrekte Verfahren erlaubte uns, den Einfluss der unterjährigen Stornoraten im ersten Policenjahr ohne zu grossen Programmieraufwand zu untersuchen.

b) *Kol. (9): Zinsertrag*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(9)_T = {}_1(16)_T \cdot [{}_2(16)_{T-1} + {}_2(8)_T - {}_2(13)_T - {}_2(14)_T] \\ - \frac{{}_1(16)_T}{2} \cdot [B_T + {}_2(10)_T + {}_2(12)_T],$$

wobei  $B_T$  = Gewinnanteilzahlungen bei Todesfällen, d. h. der aus Todesfällen herrührende Teil von  ${}_2(15)_T$ . Aus der obigen Zinsberechnung geht hervor, dass wir folgende Fälligkeiten der Einnahmen und Ausgaben annehmen:

- Zu Beginn des Policenjahres bzw. Quartals: Prämien, Verwaltungskosten, Inkassokosten.
- In der Mitte des Policenjahres bzw. Quartals: Todesfälle und Invalidierungen (inkl. Gewinnanteilzahlungen bei Todesfällen).
- Am Schluss des Policenjahres bzw. Quartals: Rückkäufe (inkl. Gewinnanteilzahlungen bei Rückkäufen).

c) *Kol. (10): Todesfallzahlungen*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(10)_T = [{}_2(2)_T + {}_2(3)_T] \cdot {}_2(4)_T \cdot [{}_1(2)_T + {}_1(3)_T] + {}_2(2)_T \cdot {}_2(5)_T \cdot {}_1(4)_T \cdot$$

Die einfache Todesfallzahlung und die Schlussvergütung im Todesfall erhalten also die Hinterbliebenen der Aktiven und Invaliden, die Unfalltodzahlung jedoch nur diejenigen der Aktiven.

d) *Kol. (11): Zahlungen für Rückkäufe und Erlebensfälle*

Die betreffende Formel lautet für *Rückkäufe*:

$${}_2(11)_T = {}_2(2)_T \cdot {}_2(6)_T \cdot {}_1(5)_T \cdot$$

Rückkäufe sehen wir nur für die Aktiven vor, da der Invalide an einem vorzeitigen Abgang seiner Police kein Interesse hat.

Für die *Erlebensfallzeile* lautet die Formel:

$${}_2(11)_N = [{}_2(2)_N + {}_2(3)_N] \cdot [{}_1(7)_N + {}_1(8)_N] \cdot$$

e) *Kol. (12): Invaliditätszahlungen*

$${}_2(12)_T = {}_2(2)_T \cdot {}_2(7)_T \cdot {}_1(6)_T.$$

Im Invaliditätsfall rechnen wir den Barwert der zukünftigen Leistungen als Ausgabe. Die Grundprämien der Invaliden zählen wir in den folgenden Policenjahren unter Kolonne (8) den Einnahmen zu.

f) *Kol. (13): Verwaltungskosten*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(13)_T = [{}_2(2)_T + {}_2(3)_T] \cdot {}_1(11)_T.$$

Für Aktive und Invalide sehen wir die gleichen Verwaltungskosten vor.

g) *Kol. (14): Inkassokosten*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(14)_T = {}_2(2)_T \cdot [P_G + P_I] \cdot {}_1(12)_T \cdot F.$$

Inkassokosten verrechnen wir nur auf den von den aktiven Versicherten bezahlten Prämien.

h) *Kol. (15) : Ausbezahlte Gewinnanteile*

In unserem Modell sehen wir vor, dass die Gewinnanteile grundsätzlich angesammelt und verzinst werden. Eine Auszahlung erfolgt nur bei Todesfällen, Rückkäufen und Erleben des Ablaufdatums, wobei der jährliche Totalbetrag aus Kolonne (15) ersichtlich ist. Des weitern unterscheiden wir zwischen den Gewinnanteilen der Aktiven und Invaliden, indem bei den letzteren der jährliche Gewinnanteil nur noch auf der Grundprämie und nicht mehr auf der Zusatzversicherungsprämie berechnet wird. Im Rahmen dieser Beschreibung verzichten wir auf die Angabe der Berechnungsformeln da die genaue Darstellung unverhältnismässig lang ausfallen würde.

i) *Kol. (16): Saldo Ende Jahr*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(16)_T = {}_2(16)_{T-1} + {}_2(8)_T + {}_2(9)_T - {}_2(10)_T - {}_2(11)_T - {}_2(12)_T - \\ - {}_2(13)_T - {}_2(14)_T - {}_2(15)_T.$$

Die Abschlusszeile im Zeitpunkt Null zeigt als Saldo die Abschlusskosten.

### 3.2.5. *Bilanzreserve am Schluss des Policenjahres (Kol. (17)–(18))*

Diese wird für die Versicherungssumme erstmals am Ende des ersten Policenjahres gestellt, und für die Schlussvergütung erstmals am Ende des zweiten.

a) *Kol. (17): Bilanzreserve für die Versicherungssumme*

Die betreffende Formel lautet:

$${}_2(17)_T = [{}_2(2)_{T+1} + {}_2(3)_{T+1}] \cdot {}_1(9)_T$$

b) *Kol. (18): Bilanzreserve für die die Schlussvergütung*

Die entsprechende Formel lautet:

$${}_2(18)_T = [{}_2(2)_{T+1} + {}_2(3)_{T+1}] {}_1(10)_T.$$

### 3.2.6. *Kumulierte Gewinnanteile (Kol. (19))*

Analog zur Kolonne (15) verzichten wir hier auf die Angabe der detaillierten Formeln. Die Maschine bildet den aufgezinsten Gewinnanteil pro Aktiven und pro Invaliden und multipliziert die erhaltenen Beträge mit den entsprechenden Bestandeszahlen per Ende Policenjahr.

### 3.2.7. *Überschuss (Kol. (20))*

Die Werte in dieser Kolonne werden wie folgt berechnet:

$${}_2(20)_T = {}_2(16)_T - {}_2(17)_T - {}_2(18)_T - {}_2(19)_T.$$

Diese Kolonne zeigt die Fortschreibung der Überschüsse, die sich aus unserem Modellbestand ergeben. Die ausgewiesenen Beträge stellen sich dann ein, wenn der Versicherer aus dem Modellbestand keine andern Mittel entnimmt als in den anfänglichen Policenjahren die aufgezinsten, zu Beginn investierten Abschlusskosten.

### 3.3. *Tabelle 3*

Tabelle 3 zeigt die Resultate der Untersuchung in einer Form, die sich für eine Weiterverwertung für Projektionen von Beständen eignet, die aus verschiedenen Policen zusammengesetzt sind. Die Werte der Kolonnen (2)–(5) beziehen sich auf das Ende des entsprechenden Policenjahres, diejenigen der Kolonnen (6)–(9) auf dessen Mitte.

#### 3.3.1. *Kumulierte Gewinnanteile der Aktiven (Kol. (2))*

Diese Angabe konnte wegen Platzmangel nicht auf Seit 2 untergebracht werden. Sie wird an und für sich nicht benötigt, erleichtert jedoch die Kontrolle der Programmierung.

Es handelt sich um folgende Werte

$${}_3(2)_T = {}_3(2)_{T-1} \cdot [1 + {}_1(17)_T] + [P_G + P_I] \cdot [{}_1(13)_T + {}_1(14)_T].$$

#### 3.3.2. *Finanzierung und Bruttoertrag (Kol. (3), (4), (7) und (8))*

Die auf der letzten Zeile der Kolonnen (15) und (20) in Tabelle 2 ausgewiesenen Resultate zeigen, ob der berechnete Bestand identischer Policen unter den gewählten Voraussetzungen einen Gewinn oder einen Verlust abwirft. Die für die Vorjahre ausgewiesenen Resultate zeigen jedoch nicht unmittelbar, in welchen Policenjahren Finanzierungen notwendig sind bzw. Gewinne abgeschöpft werden können. Sie dienen jedoch, wie nachstehende Formel zeigt, als Grundlage für solche Berechnungen:

$$W_T = \frac{{}_2(20)_T - {}_2(20)_{T-1} \cdot [1 + {}_1(16)_T]}{{}_2(2)_{T+1} + {}_2(3)_{T+1}}.$$

Der Wert  $W_T$  geht wie folgt in die Kolonnen (3) und (4) ein:

$${}_3(3)_T = \begin{cases} -W_T, & \text{falls } W_T \leq 0 \\ 0, & \text{falls } W_T > 0 \end{cases}$$

$${}_3(4)_T = \begin{cases} 0, & \text{falls } W_T \leq 0 \\ W_T, & \text{falls } W_T > 0. \end{cases}$$

Die Werte in Kolonnen (7) und (8) wurden folgendermassen errechnet:

$$W_T^* = \frac{{}_2(20)_T - {}_2(20)_{T-1} \cdot [1 + {}_1(16)_T]}{\sqrt{1 + {}_1(16)_T}}.$$

Das Einsetzen von  $W_T^*$  in Kolonnen (7) und (8) erfolgt in Analogie zu Kolonnen (2) und (3).

Die Werte stimmen natürlich nur dann, wenn

- a) die tatsächliche Reservestellung genau derjenigen unseres Modells entspricht und
- b) das Resultat nicht durch Rückversicherung beeinflusst wird.

Durch Kombination von zwei Berechnungen kann der Einfluss der Rückversicherung schon mit dem vorliegenden Modell untersucht werden.

### 3.3.3. Portefeuillewert (Kol. (5) und (9))

Der Portefeuillewert am Beginndatum ist nichts anderes als der auf dieses Datum diskontierte Gewinn bzw. Verlust  ${}_2(20)_N$  beim Ablauf der Versicherungsdauer.

In den Folgejahren wird, abgesehen von den Einflüssen der Diskontierung, der Portefeuillewert nur durch Finanzierungszuschüss- bzw. Gewinnentnahmen verändert.



Der anfängliche Portefeuillewert ist somit:

$${}_3(5)_0 = \frac{{}_2(20)_N \prod_{T=1}^N \frac{1}{1 + {}_1(16)_T}}{{}_2(2)_{0.25}} .$$

Die Folgewerte  $M$  Jahre nach Beginn sind:

$${}_3(5)_M = \frac{{}_2(20)_N \prod_{T=M+1}^N \frac{1}{1 + {}_1(16)_T} - {}_2(20)_M}{{}_2(2)_{M+1} + {}_2(3)_{M+1}} .$$

Entsprechend ist der ab 2. Jahr in Kolonne (9) ausgewiesene Wert:

$${}_3(9)_T = [{}_2(2)_T + {}_2(3)_T] \cdot \sqrt{1 + {}_1(16)_T} \cdot {}_3(5)_{T-1} .$$

Nimmt der Portefeuillewert, nachdem er positiv war, negative Werte an, so heisst das, dass die gestellten Reserven ungenügend sind und zuviel Gewinn entnommen wird.

#### 4. Projektionen ganzer Bestände

Das vorliegende Modell hat den Nachteil, dass die Finanzierungszuschüsse bzw. Gewinnentnahmen und die Reservestellung jeweils auf Ende und nicht auf Mitte des Versicherungsjahres berechnet werden, wie dies in der Praxis üblich ist. Die Werte in den Kolonnen (6), (7), (8) und (9) der Tabelle 3 tragen der Praxis nur soweit Rechnung, als dies ohne sehr grosse Rechenarbeit möglich war.

Damit können Bestandesprojektionen gemäss nachstehender Beschreibung vorgenommen werden. Dabei kommt die bisher noch nicht behandelte Kolonne (6) der Tabelle 3 zum Zug, wo es um das arithme-

tische Mittel der Anfangsbestände zweier aufeinanderfolgender Policenjahre geht. Der Wert in Kol. (6) bestimmt sich als:

$${}_3(6)_T = \begin{cases} {}_2(2)_{0.75} + {}_2(3)_{0.75} & \text{für } T = 1 \\ 0.5[{}_2(2)_T + {}_2(3)_T + {}_2(2)_{T+1} + {}_2(3)_{T+1}] & \text{für } T > 1. \end{cases}$$

Bezieht sich die Projektion nur auf das bereits in Kraft stehende Portefeuille, dann entfällt jeweils die zweite Summe in der Klammer der nachfolgenden zwei Formeln. Diskutieren wir zuerst diesen einfacheren Fall:

Mit  $S_{T_1, A}^i$

bezeichnen wir das Total der Versicherungssummen des Policentyps  $i$  mit identischen Merkmalen in bezug auf Deckung, Deckungsdauer und Altersklasse beim Eintritt und mit dem gleichen Abschlussjahr  $A$ . Der Zeitpunkt der Bestandeserhebung ist das Ende des Kalenderjahres  $T_1$ .

Die durchschnittliche Laufzeit ist somit  $T_1 - A + \frac{1}{2}$ . Da die Kolonnen (6), (7), (8) und (9) der Tabelle 3 die für die Mitte des  $t$ -ten Policenjahres gültigen Werte wiedergeben, so sind dem Zeitpunkt der Bestandesaufnahme die Werte von  $T_1 + 1 - A$  zuzuordnen – selbstverständlich diejenigen Werte, die für den Policentyp  $i$  berechnet wurden. Wir führen deshalb in den nachstehenden zwei Formeln den zusätzlichen Index  $i$  auch für die Kolonnen  ${}_3(6)$ ,  ${}_3(7)$ ,  ${}_3(8)$  und  ${}_3(9)$  ein.

Bei den nachstehenden Projektionen für den Bestand  $B$ , den Ertrag  $E$  und den Portefeuillewert  $P$  zum Zeitpunkt  $T_2$  handelt es sich nun nur noch um eine Doppelsummation von Verhältnisrechnungen.

Wird angenommen, dass zwischen dem Zeitpunkt  $T_1$  und  $T_2$  das Portefeuille durch Neuzugang Zuwachs erhalte, so ist es sicher von Vorteil, die Summentotale des Neugeschäftes am Abschlussdatum zu schätzen und nicht das Summentotal desjenigen Geschäftes, welches nach durchschnittlich halbjährlicher Laufzeit am Ende des Abschlussjahres noch in Kraft ist. Die Berechnungen für das Neugeschäft gestalten sich deshalb ganz besonders einfach, weil sich, wie durch die zweite Summation in der Klammer dargestellt, die Ergebniszahlen in den oben angeführten vier Kolonnen jeweils auf 1000000 anfängliches Summentotal bezieht.

Bezieht sich eine Projektion nur auf Neugeschäft, dann entfällt selbstverständlich die linke Summation in der Klammer.

$$B_{T_2} = \sum_{i=1}^k \left\{ \sum_{A=1900}^{T_1} S_{T_1, A}^i \frac{{}_3(6)_{T_2+1-A}^i}{{}_3(6)_{T_1+1-A}^i} + \sum_{A=T_1+1}^{T_2} S_{A, A}^i \frac{{}_3(6)_{T_2+1-A}^i}{1\,000\,000} \right\}$$

$$E_{T_2} = \sum_{i=1}^k \left\{ \sum_{A=1900}^{T_1} S_{T_1, A}^i \frac{{}_3(8)_{T_2+1-A}^i - {}_3(7)_{T_2+1-A}^i}{{}_3(6)_{T_1+1-A}^i} + \sum_{A=T_1+1}^{T_2} S_{A, A}^i \frac{{}_3(8)_{T_2+1-A}^i - {}_3(7)_{T_2+1-A}^i}{1\,000\,000} \right\}.$$

$k$  bedeutet dabei die Gesamtheit der zu untersuchenden Policentypen.

$P_{T_2}$  wird ähnlich wie  $B_{T_2}$  erhalten. In den Zählern ist lediglich  ${}_3(6)_T^i$  durch  ${}_3(9)_T^i$  zu substituieren. Wie in Kolonne  ${}_3(9)$  handelt es sich dabei um den Portefeuillewert vor der Entnahme des Jahresertrages bzw. vor der in den betreffenden Jahren benötigten Finanzierung.

Es ist zu beachten, dass wegen der möglichen Zinssatzänderungen (siehe 2.1. g)) während der Laufzeit der Police entweder gewisse Ungenauigkeiten in Kauf genommen werden oder sehr aufwendige Anpassungen erfolgen müssen. Diese Komplikationen treten nicht auf, falls der Zinssatz konstant gehalten wird.

Wie bereits angetönt, wäre es möglich, durch die Differenzbildung von zwei auf verschiedenen Parametern beruhenden Modellen Ertrags- und Reserveberechnungen für Portefeuilles durchzuspielen, die teilweise rückversichert sind.

## 5. Programmierung

Die Programmierung erfolgte mittels Fortran, und die Auswertung fand an einer IBM 1410 statt. Da uns nur 40000 Kernspeicherstellen zur Verfügung standen, musste das Programm in zwei Teile aufgespalten werden. In einem ersten Teil lasen wir die Kommutationszahlen und die Steuerkarten ein, druckten diese zur Kontrolle

aus, ermittelten für die einzelnen Tarifkombinationen die Daten der Tabelle 1 und speicherten diese auf einem Magnetband. Im zweiten Teil lasen wir dieses Magnetband und die Abgangswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung ein, druckten letztere zur Kontrolle aus und berechneten pro Tarifkombination die Tabellen 2 und 3. Geschrieben wurde dann nur die Tabelle 3. Der Zeitaufwand betrug auf der IBM 1410 rund eine Minute pro Tarifkombination.

## 6. Ausbau des Modells

Gegenwärtig beschäftigen wir uns mit dem Ausbau unseres Modells, welches wir noch flexibler gestalten, d.h. mit noch mehr Parametern versehen wollen. Gleichzeitig versuchen wir, die groben Vereinfachungen etwas zu verbessern.

## 7. Verzeichnis der verwendeten Tabellenwerke

Die Zahlen in eckigen Klammern innerhalb des Textes weisen auf folgende Tabellenwerke hin:

- [1] Technische Grundlagen und Bruttotarife für Gruppenversicherungen 1968. Vereinigung Schweizerischer Lebensversicherungs-Gesellschaften, Oktober 1959, S. 2–7.
- [2] Aggregat-Tafel RAE 1950/60 der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt für Einzel-Kapitalversicherungen. Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 62, 1962, S. 57.
- [3] Technische Grundlagen der Eidgenössischen Versicherungskasse. Ausgabe A. Eidgenössische Versicherungskasse, Bern 1960, Tabelle 2.

*Anhang:*

Tabellen 1 bis 3 unseres Modells.

Tarifuntersuchung Serie 52			Tarif GMIR, IR 10%, x 40, n 25, Grundprämie				
Pol.-Jahr	Werte, ausgedrückt in ‰ der Summe der						
	Tod VS	Tod SV	U.-Tod	Rkf. VS	Inv.-L.	Erl. VS	Erl. SV
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
.00	Abschlusszeile						
.25	1 000.00	.00	1 000.00	.00	2 054.70	.00	.00
.50	1 000.00	.00	1 000.00	.00	2 054.70	.00	.00
.75	1 000.00	.00	1 000.00	.00	2 054.70	.00	.00
1.00	1 000.00	.00	1 000.00	.00	2 054.70	.00	.00
2.00	1 000.00	.00	1 000.00	.00	2 006.48	.00	.00
3.00	1 000.00	30.00	1 000.00	56.07	1 956.23	.00	.00
4.00	1 000.00	40.00	1 000.00	89.40	1 903.86	.00	.00
5.00	1 000.00	50.00	1 000.00	123.38	1 849.33	.00	.00
6.00	1 000.00	60.00	1 000.00	158.04	1 792.54	.00	.00
7.00	1 000.00	70.00	1 000.00	193.38	1 733.40	.00	.00
8.00	1 000.00	80.00	1 000.00	229.42	1 671.81	.00	.00
9.00	1 000.00	90.00	1 000.00	266.18	1 607.64	.00	.00
10.00	1 000.00	100.00	1 000.00	303.68	1 540.79	.00	.00
11.00	1 000.00	110.00	1 000.00	341.94	1 471.13	.00	.00
12.00	1 000.00	120.00	1 000.00	381.01	1 398.53	.00	.00
13.00	1 000.00	130.00	1 000.00	420.91	1 322.81	.00	.00
14.00	1 000.00	140.00	1 000.00	461.70	1 243.82	.00	.00
15.00	1 000.00	150.00	1 000.00	503.44	1 161.33	.00	.00
16.00	1 000.00	160.00	1 000.00	546.20	1 075.13	.00	.00
17.00	1 000.00	170.00	1 000.00	590.08	984.96	.00	.00
18.00	1 000.00	180.00	1 000.00	635.17	890.52	.00	.00
19.00	1 000.00	190.00	1 000.00	681.62	791.46	.00	.00
20.00	1 000.00	200.00	1 000.00	729.57	687.38	.00	.00
21.00	1 000.00	210.00	1 000.00	779.22	577.80	.00	.00
22.00	1 000.00	220.00	1 000.00	830.79	462.15	.00	.00
23.00	1 000.00	230.00	1 000.00	884.55	339.77	.00	.00
24.00	1 000.00	240.00	1 000.00	940.83	209.85	.00	.00
25.00	1 000.00	250.00	1 000.00	1 000.00	71.45	.00	.00
25.00	Erlebensfallzeile					1 000.00	250.00

2.91 ‰, ZV-Prämie 4.80 ‰, Abschluss 55.00 ‰			Tabelle 1					
Hauptversicherung			Werte in ‰ der Prämie				Zins in ‰	
Res. VS	Res. SV	Verw.	Ink.	GA 1	GA 2	GA max.	Eff.	GA
(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)
.00	.00	.81	3.00	.00	.00	40.00	1.25	1.00
.00	.00	.81	3.00	.00	.00	40.00	1.25	1.00
.00	.00	.81	3.00	.00	.00	40.00	1.25	1.00
30.18	.00	.81	3.00	.00	.00	40.00	1.25	1.00
60.97	7.90	3.25	3.00	.00	.00	40.00	5.00	4.00
92.38	15.93	3.25	3.00	7.00	1.00	40.00	5.00	4.00
124.42	24.14	3.25	3.00	7.00	2.00	40.00	5.00	4.00
157.10	32.55	3.25	3.00	7.00	3.00	40.00	5.00	4.00
190.42	41.15	3.25	3.00	7.00	4.00	40.00	5.00	4.00
224.40	49.95	3.25	3.00	7.00	5.00	40.00	5.00	4.00
259.06	58.96	3.25	3.00	7.00	6.00	40.00	5.00	4.00
294.40	68.18	3.25	3.00	7.00	7.00	40.00	5.00	4.00
330.46	77.61	3.25	3.00	7.00	8.00	40.00	5.00	4.00
367.25	87.26	3.25	3.00	7.00	9.00	40.00	4.75	3.75
404.81	97.13	3.25	3.00	7.00	10.00	40.00	4.75	3.75
443.18	107.23	3.25	3.00	7.00	11.00	40.00	4.75	3.75
482.41	117.57	3.25	3.00	7.00	12.00	40.00	4.75	3.75
522.54	128.15	3.25	3.00	7.00	13.00	40.00	4.75	3.75
563.66	138.98	3.25	3.00	7.00	14.00	40.00	4.75	3.75
605.84	150.07	3.25	3.00	7.00	15.00	40.00	4.75	3.75
649.20	161.43	3.25	3.00	7.00	16.00	40.00	4.75	3.75
693.86	173.08	3.25	3.00	7.00	17.00	40.00	4.75	3.75
739.97	185.03	3.25	3.00	7.00	18.00	40.00	4.75	3.75
787.71	197.29	3.25	3.00	7.00	19.00	40.00	4.50	3.50
837.30	209.89	3.25	3.00	7.00	20.00	40.00	4.50	3.50
888.99	222.85	3.25	3.00	7.00	21.00	40.00	4.50	3.50
943.10	236.21	3.25	3.00	7.00	22.00	40.00	4.50	3.50
1 000.00	250.00	3.25	3.00	7.00	23.00	40.00	4.50	3.50

Tarifuntersuchung Serie 52			Tarif GMIR, IR 10%, $x$ 40, $n$ 25, Grundprämie							
Pol.-Jahr	Anfangsbestand		Wahrsch. 2. Ordnung in ‰				Einnahmen			
	Aktiv	Inv.	Tod	U-Tod	Rkf.	Inv.	Prämie	Zins	Tod	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	
.00	Abschlusszeile									
.25	1 000 000	0	.23	.14	20	.15	11 928	— 557	379	
.50	979 616	153	.23	.14	15	.15	11 686	— 441	371	
.75	964 546	302	.23	.14	10	.15	11 508	— 325	365	
1.00	954 530	449	.23	.14	45	.15	11 390	— 209	362	
2.00	911 210	594	1.51	.62	50	.67	49 499	1 018	1 946	
3.00	863 659	1 204	2.21	.63	50	.73	41 257	2 757	2 513	
4.00	817 937	1 832	2.43	.64	25	.80	39 102	4 339	2 595	
5.00	794 847	2 482	2.69	.66	10	.89	38 029	5 972	2 777	
6.00	784 053	3 183	2.97	.67	10	1.03	37 544	7 695	3 004	
7.00	773 076	3 981	3.28	.69	10	1.20	37 054	9 446	3 261	
8.00	761 882	4 896	3.62	.72	10	1.47	36 559	11 222	3 546	
9.00	750 385	5 998	4.00	.76	10	1.81	36 058	13 019	3 868	
10.00	738 521	7 332	4.43	.81	5	2.22	35 549	14 832	4 233	
11.00	729 917	8 939	4.90	.87	5	2.74	35 208	15 893	4 654	
12.00	720 691	10 895	5.43	.93	5	3.40	34 852	17 678	5 119	
13.00	710 724	13 286	6.01	.99	5	4.25	34 479	19 474	5 621	
14.00	699 878	16 227	6.66	1.05	5	5.36	34 087	21 273	6 172	
15.00	687 966	19 870	7.37	1.08	1	6.77	33 675	23 068	6 742	
16.00	677 550	24 381	8.17	1.11	1	8.58	33 372	24 985	7 404	
17.00	665 523	29 995	9.05	1.14	1	10.86	33 039	26 796	8 123	
18.00	651 607	36 951	10.03	1.18	1	13.71	32 674	28 644	8 918	
19.00	635 486	45 514	11.11	1.24	1	17.23	32 272	30 475	9 791	
20.00	616 841	55 958	12.32	1.31	1	21.54	31 831	32 291	10 755	
21.00	595 338	68 555	13.65	1.37	1	26.75	31 345	32 905	11 781	
22.00	570 691	83 545	15.12	1.44	1	32.99	30 813	33 943	12 890	
23.00	542 664	101 109	16.75	1.51	1	40.41	30 229	35 603	14 083	
24.00	511 103	121 344	18.56	1.58	1	49.16	29 592	37 313	15 363	
25.00	475 980	144 218	20.56	1.65	0	59.38	28 897	39 114	16 724	
25.00	437 930	169 517	Erlebensfallzeile							

42.91 ‰/00, ZV-Prämie 4.80 ‰/00, Abschluss 55.00 ‰/00										Tabelle 2	
Ausgaben					Saldo Ende Jahr	Bilanz-Reserve		Kumul. GA	Überschuss		
Rkf./E.	Inv.	Verw.	Ink.	GA		Vers.	SV				
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)		
					-55 000						
0	313	813	358		-45 492						
0	307	796	351		-36 072						
0	302	784	345		-26 685						
0	299	776	342		-17 283	27 520	0	0	-44 803		
0	1 225	2 963	1 304		19 796	52 735	6 839	0	-39 778		
2 422	1 233	2 811	1 236		165	53 430	75 733	13 061	3 129		
1 828	1 246	2 664	1 171		177	87 190	99 209	19 253	6 588		
981	1 308	2 591	1 138		124	122 272	123 676	25 627	10 519		
1 239	1 448	2 559	1 122		182	157 957	147 971	31 981	14 875		
1 495	1 608	2 525	1 107		248	194 213	172 069	38 308	19 654		
1 748	1 872	2 492	1 090		323	230 923	195 951	44 602	24 852		
1 997	2 183	2 458	1 074		408	268 012	219 586	50 856	30 465		
1 121	2 526	2 424	1 057		321	306 711	244 166	57 347	36 669		
1 248	2 942	2 401	1 045		399	345 123	268 680	63 841	43 249		
1 373	3 427	2 378	1 032		490	383 834	293 093	70 328	50 272		
1 496	3 996	2 353	1 017		594	422 710	317 369	76 794	57 728		
1 616	4 666	2 327	1 002		716	461 571	341 469	83 224	65 606		
346	5 409	2 300	985		565	501 967	366 790	89 956	74 181		
370	6 250	2 281	970		699	542 300	392 036	96 667	83 209		
393	7 119	2 260	953		857	582 430	417 162	103 337	92 668		
414	7 956	2 238	933		1 045	622 244	442 111	109 941	102 528		
433	8 666	2 213	910		1 267	661 711	466 834	116 452	112 755		
450	9 133	2 187	883		1 530	700 895	491 266	122 841	123 301		
464	9 202	2 158	852		1 835	738 253	515 353	129 077	133 808		
474	8 701	2 126	817		2 187	775 814	539 035	135 124	144 485		
480	7 451	2 092	777		2 596	814 167	562 245	140 946	155 254		
481	5 273	2 055	732		3 069	854 099	584 913	146 500	166 026		
0	2 020	2 016	681		3 473	897 196	607 447	151 862	176 837		
759 309					176 837	-38 950			-38 950		

Pol.-Jahr	Werte Ende Jahr in <sup>0</sup> / <sub>00</sub> der Summe der Hauptversicherung				Absolute Werte Mitte Jahr			
	Kumul. GA Akt.	Finanzierung	Bruttoertrag	Portef.-Wert	Gesamtbestand	Finanzierung	Bruttoertrag	Portef.-Wert
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
.00				—12.06				
1.00	.00	49.14	.00	35.24	964 848	43 723	0	—12 361
2.00	.00	.00	8.40	30.61	888 334	0	7 090	32 929
3.00	3.82	.00	3.99	29.92	842 316	0	3 195	27 131
4.00	8.26	.00	3.21	29.09	808 549	0	2 496	25 133
5.00	13.36	.00	2.80	28.14	792 283	0	2 150	23 769
6.00	19.15	.00	3.29	26.64	782 147	0	2 496	22 700
7.00	25.64	.00	3.78	24.57	771 918	0	2 826	21 214
8.00	32.87	.00	4.13	22.02	761 581	0	3 052	19 308
9.00	40.86	.00	4.44	19.01	751 118	0	3 231	17 069
10.00	49.65	.00	4.15	16.00	742 355	0	2 995	14 530
11.00	59.15	.00	3.17	13.75	735 221	0	2 266	12 097
12.00	69.48	.00	3.10	11.46	727 798	0	2 192	10 299
13.00	80.67	.00	2.93	9.21	720 058	0	2 048	8 492
14.00	92.76	.00	2.60	7.16	711 971	0	1 797	6 749
15.00	105.78	.00	1.61	5.95	704 884	0	1 107	5 188
16.00	119.77	.00	1.04	5.25	698 725	0	707	4 275
17.00	134.75	.00	.41	5.15	692 038	0	275	3 737
18.00	150.78	.20	.00	5.65	684 779	136	0	3 627
19.00	167.88	.68	.00	6.68	676 900	448	0	3 941
20.00	186.11	.83	.00	7.92	668 346	540	0	4 597
21.00	205.03	2.80	.00	11.19	659 065	1 789	0	5 375
22.00	225.08	1.62	.00	13.51	649 005	1 023	0	7 486
23.00	246.32	.00	.76	13.61	638 110	0	469	8 892
24.00	268.78	.00	4.73	9.78	626 323	0	2 867	8 802
25.00	292.50	.00	10.44	.00	613 823	0	6 202	6 202

## Zusammenfassung

Die Arbeit beschreibt den Aufbau eines für Berechnungen auf dem Computer geeigneten Modells für Gewinnkraftmessungen von Lebensversicherungen mit und ohne Gewinnbeteiligung. Nebst den Parametern für Kosten, Verzinsung und Basisversicherungsleistungen können Abgangsursachen zweiter Ordnung für die Gesamtsterblichkeit, Unfallsterblichkeit, Rückkaufs- bzw. Stornowahrscheinlichkeit und Invaliditätswahrscheinlichkeit eingegeben werden sowie auch Formeln für Reserve-, Rückkaufwert- und Gewinnanteilsberechnungen und deren technische Grundlagen, die von obigen Wahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung unabhängig sind. Als Hauptresultate werden für jedes Versicherungsjahr eines Bestandes identischer Policen die jährlich anfallenden Überschüsse bzw. notwendigen Finanzierungszuschüsse wie auch die abdiskontierten Werte der entsprechenden zukünftigen Resultate geliefert. In weiteren Ausführungen wird die Verwertung der so gewonnenen Resultate für einen gemischten Bestand gezeigt.

## Résumé

Cette étude décrit un schéma permettant d'étudier, à l'aide d'un ordinateur, la rentabilité d'assurances vie avec et sans participation aux bénéfiques. A côté des paramètres pour les frais, les intérêts, les prestations de base, le programme exige également les données suivantes: taux de sortie de deuxième ordre pour la mortalité (accident et maladie), la mortalité résultant d'un accident seulement, l'invalidité, les rachats et annulations, ainsi que les formules des réserves, des valeurs de rachat et de la participation aux bénéfiques dont les bases techniques sont indépendantes des probabilités de deuxième ordre mentionnées ci-dessus. Les résultats obtenus donnent annuellement les marges de bénéfiques et les valeurs escomptées des résultats futurs par combinaison et par année d'assurance. On montre également comment il est possible d'utiliser les valeurs ainsi obtenues pour le calcul des résultats d'un portefeuille mixte.

## Riassunto

Questo articolo descrive la costruzione di un modello che permette di studiare, con l'impiego di un ordinatore, il rendimento delle assicurazioni vita con e senza partecipazione agli utili. Oltre ai parametri per i costi, interessi e prestazioni di base, si possono pure introdurre altri dati come: tassi di secondo ordine di sortita per la mortalità totale, mortalità dovuta ad infortuni soltanto, probabilità di riscatto, cancellazione e di invalidità come pure formule per il calcolo di riserve matematiche, valori di riscatto, partecipazione agli utili e le relative basi tecniche che sono indipendenti dalle probabilità di secondo ordine summenzionate. Quale risultato principale, si ottengono annualmente per un portafoglio di polizze identiche i margini dei benefici, rispettivamente del finanziamento necessario, come pure i valori scontati dei risultati futuri corrispondenti. Si indica anche la possibilità d'applicazione dei valori così ottenuti al calcolo dei risultati d'un portafoglio misto.



## Summary

The paper describes a model which is suitable for profitability studies of participating and non-participating life assurances on a computer. Apart from the parameters for expenses, interest and basic benefits, the input consists of the following further data: expected rates of decrement from mortality (accident and sickness), from mortality due to accidents only, from disability and from lapses and surrenders as well as the formulae for reserves, surrender values and profit participation and the underlying calculation bases which are independent of the above expected rates. The principal results are asset shares for every policy year and in addition the discounted value of all future asset shares for every policy year of the plan under consideration. It is also shown how the results obtained may be used for model office calculations.