

# Extrapolation der Sterblichkeit und deren Anwendung in der Lebensversicherung

Autor(en): **Leutwiler, Oskar**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **79 (1979)**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-967125>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Extrapolation der Sterblichkeit und deren Anwendung in der Lebensversicherung<sup>1</sup>

von Oskar Leutwiler, Zürich

In den europäischen Industrieländern und in Nordamerika hat sich bekanntlich die mittlere Lebenserwartung für beide Geschlechter im Laufe des Jahrhunderts stark erhöht. Parallel zu den Fortschritten der Medizin, der öffentlichen Hygiene und der Eindämmung der Infektionskrankheiten verlief in allen Ländern eine starke Abnahme der Sterbehäufigkeiten.

Dieser Trend bereitet den Lebensversicherungsgesellschaften grosse Schwierigkeiten, da kurz nach Einführung einer neuen Sterbetafel diese wieder veraltet ist und somit ersetzt werden sollte. Es ist aber natürlich unmöglich, die Rechnungsgrundlagen ständig der veränderten Sterblichkeit anzupassen, da jede Änderung der Grundlagen eine Neukonstruktion sämtlicher Tarife zur Folge hat. Aus diesem Grunde soll ein möglichst einfaches und wirklichkeitstreuere Modell entwickelt werden, mit dem man Versicherungsbarwerte berechnen kann, welche die zukünftige Sterblichkeitsverbesserung bereits miteinschliessen und somit eine ständige Anpassung der Tarife hinfällig machen.

Als Grundlage der Untersuchungen dienen die schweizerischen Volkssterbetafeln von 1876–1970. Diese Tafeln

$$P_1, P_2 \dots$$

sind bekanntlich Periodensterbetafeln, d. h. Tafeln, welche das Sterblichkeitsverhalten einer begrenzten, wohl definierten Zeitperiode widerspiegeln. Wir setzen voraus, dass jede dieser Tafeln nach Makeham ausgeglichen ist und sich demzufolge die Sterbeintensität nach der Formel berechnet

$$\mu_1 = a_1 + b_1 c^{\overline{x}}$$

$$\mu_2 = a_2 + b_2 c^{\overline{x}}$$

<sup>1</sup> Der vorliegende Artikel ist ein Exposé meiner Doktorarbeit. An dieser Stelle möchte ich nochmals dem Referenten Herrn Prof. Bühlmann und dem Korreferenten Herrn Prof. Ammeter für ihre wertvollen Ratschläge bestens danken.

Auch der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt, insbesondere Herrn Direktor Dr. Kupper, welcher mir stets mit Rat und Tat beiseite stand, fühle ich mich zu herzlichem Dank verpflichtet.

Die Konstanten bestimmen wir mit der Methode der ausgewählten 3 Punkte

$$\begin{array}{l}
 P_1: \quad a_1 \quad b_1 \quad c_1 \\
 P_2: \quad a_2 \quad b_2 \quad c_2 \\
 \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 \text{usw.}
 \end{array}$$

Ein Vergleich zeigt, dass diese Werte im Laufe der Zeit recht grossen Schwankungen unterworfen sind (Tabellen 1 und 2). Von einem Makehamschen Gesetz, das also jederzeit gültig sein soll, kann somit sicher nicht die Rede sein. Wir müssen viel eher die Sterbeintensität darstellen als Funktion des Alters und der Kalenderzeit  $t$ .

$$\mu(x, t) = a(t) + b(t) \cdot c^x(t)$$

Zeichnet man die Punkte  $(\log b(t), \log c(t))$  in ein Koordinatensystem ein (Tabellen 3 und 4), so stellt man mit Erstaunen fest, dass die Punkte ziemlich genau auf einer Geraden liegen.

$$-\log \hat{b}(t) = k_1 \log c(t) + k_2$$

Die Parameter  $k_1$  und  $k_2$  lassen sich mit der Methode der kleinsten Quadrate ermitteln.

$$\begin{array}{lll}
 k_1 = 111,08 & k_2 = -0,399 & \text{Männer} \\
 k_1 = 101,69 & k_2 = -0,066 & \text{Frauen}
 \end{array}$$

Eine analoge Gesetzmässigkeit hat schon vor ungefähr 20 Jahren der dänische Mathematiker Buus bei dänischen und etwas später der Japaner Sakaitani bei japanischen Volkssterbetafeln festgestellt. Diese Erkenntnis war für sie jedoch unverständlich und sie betrachteten deshalb den linearen Zusammenhang als einen grossen Zufall. Dass dem aber nicht so ist, möchten wir kurz illustrieren.

$$\begin{aligned}
 \log b(t) &= -k_1 \log c^{-k_1}(t) \\
 &= -\log (10^{k_2} \cdot c(t))
 \end{aligned}$$

Es ist somit

$$b(t) = 10^{-k_2} \cdot c^{-k_1}(t)$$

und

$$\mu(x, t) = a(t) + 10^{-k_2} \cdot c^{x-k_1}(t)$$

$\mu(x, t) - a(t)$  ist demzufolge für das kritische Alter  $x = k_1$  konstant. Dieses beträgt

in der Schweiz	111,08 bei den Männern
	101,69 bei den Frauen
in Dänemark	92 bei den Männern
	90 bei den Frauen
in Japan	75 bei den Männern
	50 bei den Frauen

Vergleichen wir weiter die Konstanten  $a(t)$  aus Tabelle 1 und 2 mit den zugehörigen Sterbeintensitäten  $\mu(x, t)$ , so wird klar, dass die  $a(t)$  für hohe Alter im Vergleich zu  $\mu(x, t)$  vernachlässigbar klein sind und dass deshalb unser Ergebnis wie folgt interpretiert werden kann:

Für beide Geschlechter gibt es ein kritisches Alter  $x_0$  bzw.  $y_0$ , für das die Sterbeintensität  $\mu(x_0, t)$  bzw.  $\mu(y_0, t)$  zeitlich konstant ist.

Dieses Ergebnis lässt sich recht gut mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung bringen. Durch die Medizin, Chirurgie, Hygiene, Volksaufklärung usw. kann heute die Lebensdauer gestreckt werden. Daneben gibt es immer mehr alte Leute, welche dank ihres widerstandsfähigen und gesunden Körpers ohne ärztliche Hilfe alt werden und somit von den neuesten Errungenschaften der Medizin und Chirurgie wenig oder nichts profitieren. Für diese Personen bleibt die Sterblichkeit bzw. die Sterbeintensität praktisch unverändert.

Nimmt man weiter an, dass die absolute Sterblichkeitsabnahme für niedrige Alter in Zukunft unverändert bleibt, so würde schon vor dem Jahre 2000 die Sterblichkeit gleich Null. Demzufolge kann die Entwicklung in diesem Sinne nicht weitergehen. Umgekehrt scheint aber eine Sterblichkeitszunahme auch wieder höchst unwahrscheinlich.

Stellt man zudem die relative Abnahme (Tabellen 5 und 6) als Funktion der Kalenderzeit graphisch dar (Tabellen 7 und 8), so wird deutlich, dass die Sterblichkeitsverbesserung erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts einsetzte, in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts einen Höhepunkt erreichte und heute eher die Tendenz hat, sich wieder zu verflachen. Es scheint sogar, dass die Sterblichkeit mit der Zeit einem Grenzwert zustrebt.

Aufgrund unserer Überlegungen und Ergebnisse wollen wir nun ein Modell zur Extrapolation der Männersterblichkeit entwickeln und dazu folgende Annahmen treffen:

1. Für jedes Alter  $x$  geht die Sterbeintensität  $\mu(x, t)$  von einem festen Anfangswert  $\mu(x, t_0)$  aus und fällt nachher ab.

2. Dieser Anfangswert\* entspricht der Sterbeintensität von 1878.
3. Für jedes Alter  $x$  lässt sich die relative Abnahme der Sterbeintensität  $\mu(x, t)$  in der Zeit durch eine wachsende logistische Funktion darstellen.
4. Für das kritische Alter  $x_0$  bleibt die Sterbeintensität unverändert.

Bezeichnet man 
$$\frac{\Delta(t)}{\mu(x, t_0)}$$

als die relative Abnahme bis zur Zeit  $t$ , so gilt nach Voraussetzung 3 die Beziehung

$$\frac{\Delta(t)}{\mu(x, t_0)} = \frac{B(x)}{C(x) + e^{-A(x) \cdot t}}$$

Somit ist die Sterbeintensität zur Zeit  $t$

$$\begin{aligned} \mu(x, t) &= \mu(x, t_0) - \Delta(t) \\ &= \mu(x, t_0) \left\{ 1 - \frac{\frac{B(x)}{C(x)}}{1 + \frac{1}{C(x)} e^{-A(x)t}} \right\} \end{aligned}$$

Eine sorgfältige Untersuchung der Funktionen  $A(x)$ ,  $B(x)$  und  $C(x)$ , aufgrund statistischer Unterlagen von 1878 bis 1970 führt zu folgenden Gesetzmässigkeiten:

1.  $A(x) = a$ : konstant  
 $a = 0,06$

2.  $\frac{B(x)}{C(x)} = P_3(x) = a_1 x^3 + b_1 x^2 + c_1 x + d_1$

Polynom 3. Grades mit einer Nullstelle in  $x_0$

$$\begin{aligned} a_1 &= -3,3 \cdot 10^{-6} & b_1 &= 7,513 \cdot 10^{-4} \\ c_1 &= -6,33 \cdot 10^{-2} & d_1 &= 2,31 \end{aligned}$$

3.  $\frac{1}{C(x)} = Z(x) = a_3 + b_3 c_3^x$ : Exponentialfunktion

$$\begin{aligned} a_3 &= 9,61108 \cdot 10^{-2} & b_3 &= 2,439 \cdot 10^{-3} \\ c_3 &= 1,068 \end{aligned}$$

\*  $t_0$  ist der Nullpunkt unserer Zeitrechnung.

Damit ist nun das Instrumentarium geschaffen, um zu jeder beliebigen Kalenderzeit  $t$  die Sterbeintensität  $\mu(x, t)$  sowie die Zahl der lebenden  $x$ -jährigen zu berechnen. Mit dem Modell kann aber auch für jedes Geburtsjahr eine entsprechende Generationensterbetafel  $L(x, t)$  konstruiert werden, die als Grundlage unserer Barwertberechnungen dienen soll.

Wie bei den Periodensterbetafeln berechnen wir die Barwerte aus den entsprechenden Kommutationszahlen, die im zweidimensionalen Fall wie folgt zu definieren sind:

$$D(x, t) = v^x \cdot L(x, t) \quad \text{diskontierte Zahl der Lebenden}$$

$$N(x, t) = \sum_{u=x}^{\omega} D(u, t + u - x) = \sum_{\varphi=0}^{\omega-x} v^{x+\varphi} L(x + \varphi, t + \varphi)$$

$$S(x, t) = \sum_{u=x}^{\omega} N(u, t + u - x)$$

$$C(x, t) = v D(x, t) - D(x + 1, t + 1) \quad \text{diskontierte Zahl der Gestorbenen}$$

$$M(x, t) = \sum_{u=x}^{\omega} C(u, t + u - x)$$

$$R(x, t) = \sum_{u=x}^{\omega} M(u, t + u - x)$$

Aus diesen Hilfszahlen ergeben sich die Barwerte:

$${}_nE(x, t) = \frac{D(x + n, t + n)}{D(x, t)} \quad \text{Barwert der Lebensfallsumme 1 eines } x\text{-jährigen der Kalenderzeit } t, \text{ fällig im Alter } x + n$$

$$\ddot{a}(x, t) = \frac{N(x, t)}{D(x, t)} \quad \text{Barwert der lebenslänglichen jährlich vorschüssig zahlbaren Leibrente 1 eines } x\text{-jährigen der Kalenderzeit } t.$$

$$A(x, t) = \frac{M(x, t)}{D(x, t)} \quad \text{Barwert der lebenslänglich versicherten Todesfallsumme 1 eines } x\text{-jährigen der Kalenderzeit } t$$

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|t:\overline{n}} = \frac{N(x, t) - N(x + n, t + n)}{D(x, t)}$  Barwert der temporären jährlich vor-schüssig zahlbaren Leibrente 1 eines  $x$ -jährigen der Kalenderzeit  $t$ .

${}_nA(x, t) = \frac{M(x, t) - M(x + n, t + n)}{D(x, t)}$  Barwert der Todesfallsumme 1 eines  $x$ -jährigen der Kalenderzeit  $t$ , fällig bei Tod vor dem Alter  $x + n$ .

$A_{x:\overline{n}|t:\overline{n}} = \frac{M(x, t) - M(x + n, t + n) + D(x + n, t + n)}{D(x, t)}$  Barwert der Summe 1 eines  $x$ -jährigen der Kalenderzeit  $t$ , fällig bei Tod, spätestens bei Erleben des Alters  $x + n$ .

$e_{x:\overline{n}|t:\overline{n}} = \frac{1}{L(x, t)} \sum_{n=x}^{x+n-1} L(u, t + u - x)$  Temporäre mittlere Lebenserwartung eines  $x$ -jährigen der Kalenderzeit  $t$ .

Damit ist es uns gelungen, Versicherungsbarwerte zu berechnen, welche die künftige Sterblichkeitsänderung mitberücksichtigen.

Jedes Modell ist aber nach Erfahrung wertlos, wenn man nicht weiss, wie gut es der Wirklichkeit entspricht. Um die Güte eines Extrapolationsmodells messen zu können, schlagen wir folgenden Weg vor:

Sei  $P$  die Konstruktionsperiode und  $I$  ein Beobachtungsintervall in der Extrapolationsperiode  $E$ , wobei gelten soll  $P \cap E = \{ \}$ . Dann berechnen wir in  $I$  den Barwert  $\ddot{a}_{65}$  einer im Alter 65 beginnenden Leibrente anhand der effektiven Daten der Statistik bzw. der Werte nach unserer Extrapolationsformel und definieren als Mass für die Güte den Quotienten

$$G = \frac{\ddot{a}_{65}^{\text{extrapoliert}}}{\ddot{a}_{65}^{\text{effektiv}}}$$

Setzt man voraus,  $G$  sei von der Wahl des Intervalles  $I \subset E$  unabhängig, so wird in jedem beliebigen Zeitpunkt die Güte der Extrapolation festgelegt.

Um den numerischen Wert von  $G$  ermitteln zu können, wählen wir als  $P$  die Zeitperiode 1878–1930 und bestimmen anhand der statistischen Daten die Parameter der Extrapolationsformel. Mit diesem Modell ergibt sich im Beobachtungsintervall 1930–1960 für die Güte der Wert 1,02. Der approximierte Barwert weicht somit lediglich um 2% vom wahren Werte ab.

## Schweizerbevölkerung, Männer

	$l_x \quad l_{30} = 1000$							$\mu_x = a + bc^x$						
	30	40	50	60	70	80	90	$10^3 a$	$10^4 b$	$c$	$10^2 \log c$	$-\log b$	$-\log \hat{b}$	$\frac{\log b}{-\log \hat{b}}$
1876–1880	1000	895	764	581	334	97	6	7.54	1.60	1.091	3.786	3.796	3.806	0.010
1881–1888	1000	903	774	595	349	100	7	7.13	1.51	1.091	3.802	3.821	3.824	0.003
1889–1900	1000	914	790	611	362	108	7	6.13	1.48	1.092	3.821	3.830	3.845	0.015
1901–1910	1000	927	815	635	380	120	9	3.79	2.02	1.087	3.636	3.695	3.640	-0.055
1910–1911	1000	931	825	652	394	126	9	3.63	1.72	1.089	3.726	3.765	3.740	-0.025
1920–1921	1000	941	848	687	431	144	10	3.16	1.23	1.094	3.902	3.911	3.935	0.024
1921–1930	1000	952	869	715	465	163	14	2.11	1.23	1.093	3.867	3.911	3.896	-0.015
1929–1932	1000	952	872	719	471	170	15	1.97	1.23	1.093	3.858	3.911	3.886	-0.025
1931–1941	1000	960	890	750	505	191	17	1.56	0.94	1.096	3.988	4.025	4.031	0.006
1941–1950	1000	970	915	794	564	233	25	0.95	0.68	1.100	4.118	4.168	4.175	0.007
1950–1960	1000	980	936	829	610	277	36	0.09	0.63	1.099	4.109	4.199	4.165	-0.034
1958–1963	1000	982	942	839	621	293	42	-0.33	0.71	1.097	4.024	4.149	4.075	-0.074

$-\log \hat{b} = 111.08 \log c - 0.399$



## Schweizerbevölkerung Frauen

	$l_y \quad l_{30} = 1000$							$\mu_y = a + bc^y$						
	30	40	50	60	70	80	90	$10^3 a$	$10^3 b$	$c$	$10^3 \log c$	$-\log b$	$-\log \hat{b}$	$\log b$ $-\log \hat{b}$
1876–1880	1000	901	795	639	379	112	8	6.45	1.18	1.095	3.925	3.927	3.925	-0.002
1881–1888	1000	907	805	651	395	116	8	6.29	0.95	1.098	4.044	4.021	4.046	0.025
1889–1900	1000	920	825	676	418	129	9	5.17	0.92	1.098	4.057	4.036	4.059	0.023
1901–1910	1000	930	847	709	459	157	13	4.32	0.79	1.099	4.101	4.103	4.104	0.001
1910–1911	1000	940	859	725	488	171	9	4.76	0.34	1.112	4.593	4.463	4.605	0.142
1920–1921	1000	946	872	748	517	189	11	4.32	0.28	1.114	4.679	4.549	4.692	0.143
1921–1930	1000	957	895	780	555	222	24	2.61	0.47	1.104	4.304	4.323	4.311	-0.012
1929–1932	1000	961	905	795	577	240	26	2.32	0.40	1.107	4.394	4.403	4.402	-0.001
1931–1941	1000	967	916	817	607	267	31	2.05	0.31	1.109	4.493	4.502	4.503	0.001
1941–1950	1000	976	937	854	668	326	46	1.44	0.21	1.113	4.660	4.687	4.673	-0.014
1950–1960	1000	987	958	892	734	400	69	0.81	0.12	1.119	4.863	4.908	4.879	-0.029
1958–1963	1000	989	965	907	764	443	82	0.69	0.09	1.123	5.021	5.064	5.039	-0.025

$-\log \hat{b} = 101.69 \log c - 0.066$

Tabelle 3

## Schweizerbevölkerung Männer

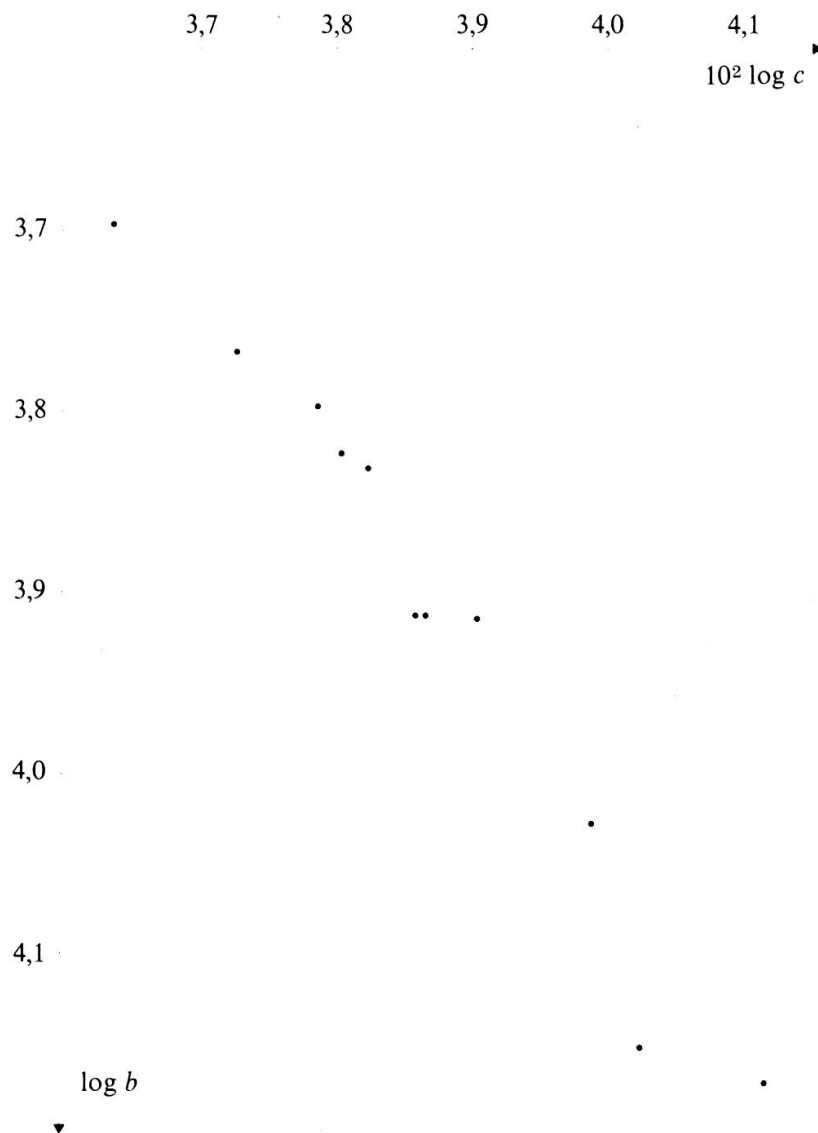


Tabelle 4

## Schweizerbevölkerung Frauen



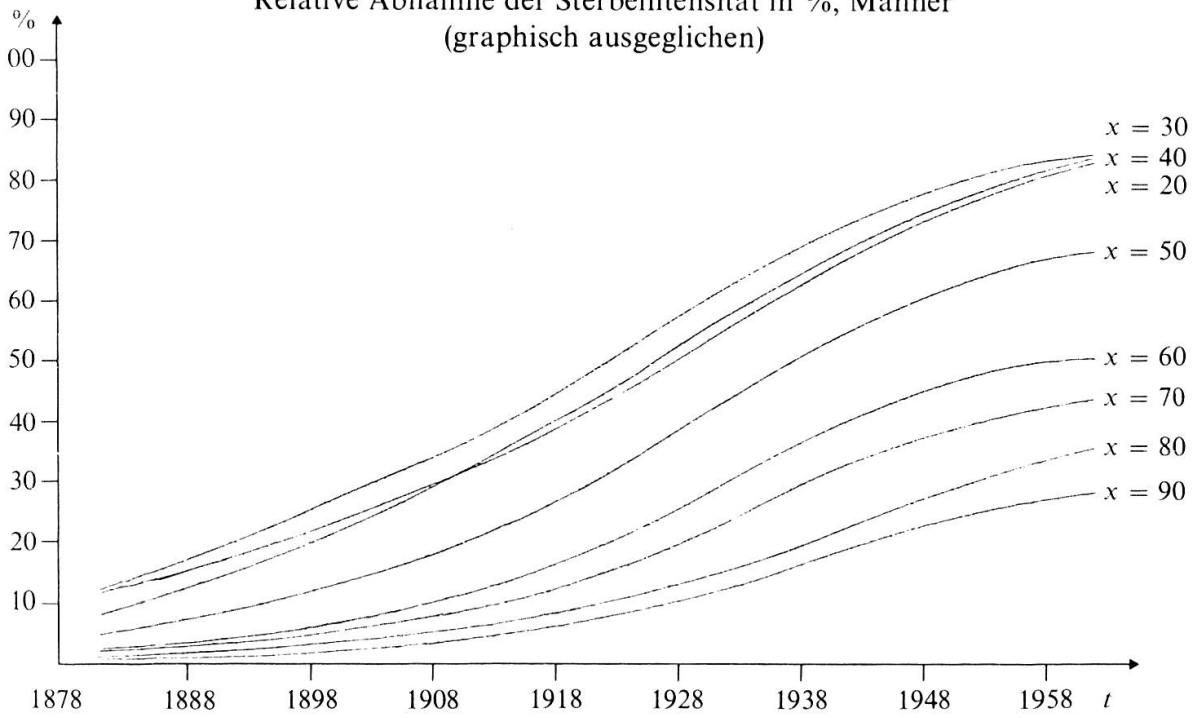
## Relative Abnahme der Sterbeintensität in %, Männer

x	1876/ 80	1881/ 88	1889/ 1900	1901/ 10	1910/ 11	1920/ 21	1921/ 30	1929/ 32	1931/ 41	1939/ 44	1941/ 50	1948/ 53	1950/ 60	1958/ 63	1960/ 70
5	0	21.61	39.60	57.34	61.03	64.82	75.62	78.58	80.15	82.46	84.86	89.38	90.86	92.24	91.78
10	0	20.37	27.23	46.22	47.60	48.28	62.93	65.45	70.25	73.23	76.20	85.13	86.96	88.56	91.30
15	0	11.86	24.80	33.69	32.35	32.08	50.40	51.48	58.49	60.92	68.19	76.82	80.86	83.02	81.40
20	0	14.02	18.45	27.32	34.48	44.78	49.07	49.50	54.94	60.80	67.24	77.25	76.68	76.82	79.54
25	0	12.65	21.84	34.01	39.74	48.81	52.51	52.74	58.95	62.29	67.18	77.21	79.95	82.34	82.58
30	0	11.59	24.64	36.23	39.34	48.65	57.76	57.35	65.11	69.05	72.36	79.19	82.51	85.30	85.61
35	0	4.09	19.35	32.79	35.69	45.50	56.68	55.86	63.22	70.21	73.12	78.93	82.29	84.29	84.83
40	0	7.66	14.79	26.51	31.49	41.53	52.11	53.95	60.77	68.05	71.42	75.56	79.08	80.69	90.00
45	0	1.77	2.42	16.15	22.83	33.42	41.79	45.13	51.93	58.27	62.92	69.00	71.75	74.17	74.69
50	0	6.17	9.09	15.46	21.29	31.11	36.66	38.45	46.91	54.06	57.32	62.03	65.00	68.45	69.28
55	0	3.45	5.54	7.44	12.95	22.55	27.98	28.06	36.56	45.29	47.99	51.78	55.28	57.59	58.69
60	0	-0.01	6.38	6.38	10.63	18.97	25.34	26.37	32.69	39.06	42.72	47.05	49.26	49.91	52.03
65	0	3.36	6.53	7.73	8.99	15.93	22.64	23.91	28.19	34.90	39.21	43.12	45.10	45.64	46.18
70	0	3.45	5.72	7.75	8.42	13.74	19.79	22.29	26.69	30.41	33.68	38.01	41.60	43.62	43.04
75	0	0.36	2.75	8.53	8.23	11.86	15.66	18.15	22.12	25.70	29.36	33.69	37.28	39.44	40.05
80	0	-1.31	2.13	4.04	8.18	10.01	13.66	15.63	17.73	19.97	24.53	29.63	31.83	37.55	36.70
85	0	2.06	-0.15	4.15	3.99	4.07	9.06	9.39	12.17	14.54	17.88	24.28	25.04	28.00	30.45
90	0	4.56	3.86	8.89	4.72	2.86	17.57	13.11	13.55	16.52	21.50	27.70	25.73	28.48	30.44
95	0	-56.50	2.61	-8.80	-23.70	-28.90	10.34	-15.53	-12.38	-6.95	6.34	13.83	6.35	11.35	11.60
96	0	20.00	26.67	29.30	21.51	18.99	45.95	25.51	28.56	33.46	42.80	47.21	41.81	45.21	45.07

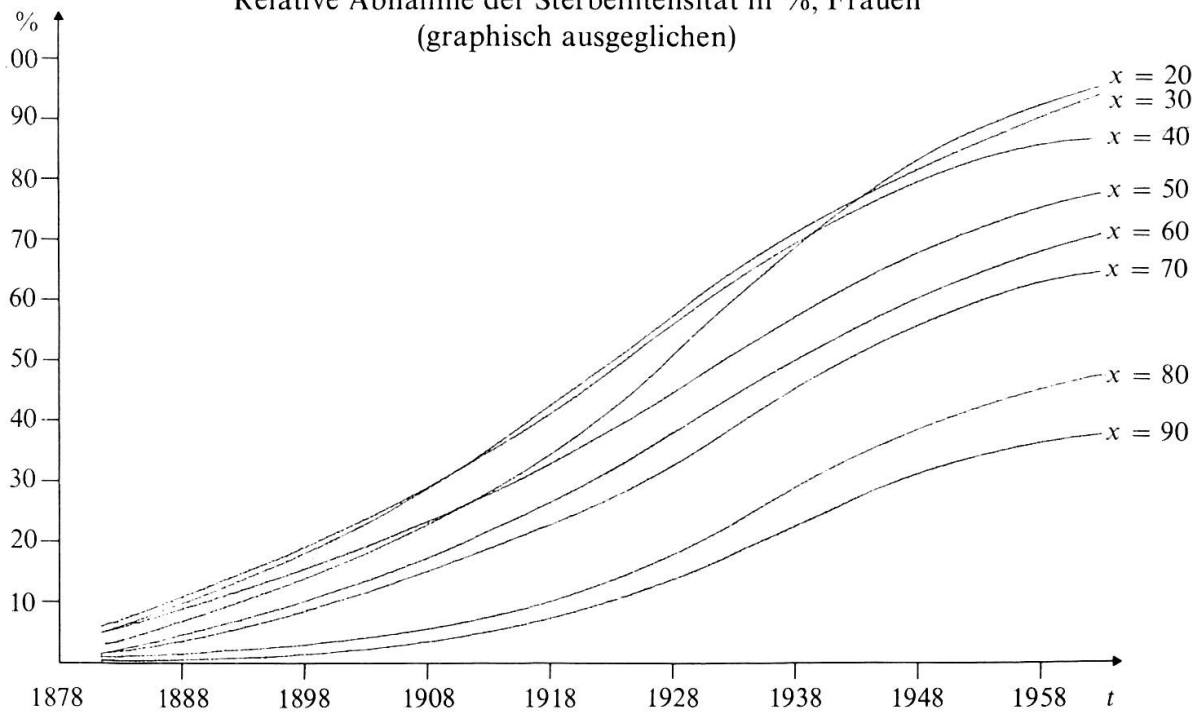
## Relative Abnahme der Sterbeintensität in %, Frauen

y	1876/ 80	1881/ 88	1889/ 1900	1901/ 10	1910/ 11	1920/ 21	1921/ 30	1929/ 32	1931/ 41	1939/ 44	1941/ 50	1948/ 53	1950/ 60	1958/ 63	1960/ 70
5	0	25.58	40.75	60.50	61.76	65.26	79.08	80.25	83.39	85.91	88.15	92.37	93.99	94.43	94.79
10	0	16.89	27.19	48.90	50.22	51.75	68.64	71.93	75.88	79.61	83.33	90.79	92.11	93.42	94.30
15	0	2.94	12.22	20.14	28.51	39.37	55.43	61.54	69.46	75.34	79.19	88.46	90.72	91.86	92.99
20	0	5.24	12.33	17.72	24.96	39.14	47.15	54.39	64.41	72.57	77.04	87.83	91.37	92.30	92.76
25	0	9.36	19.68	25.27	36.45	42.77	51.88	54.80	63.55	72.05	77.64	87.97	91.13	92.71	93.80
30	0	5.33	20.76	28.26	39.46	45.54	56.09	61.20	66.96	73.04	76.85	85.33	89.35	91.96	92.83
35	0	3.37	18.86	30.99	40.81	46.87	58.13	62.08	68.14	74.40	77.00	83.83	87.58	90.00	91.34
40	0	6.57	16.99	28.46	37.65	44.13	54.73	61.21	65.24	71.54	75.04	81.44	83.98	86.43	87.83
45	0	2.53	10.54	24.79	25.80	33.47	46.12	50.93	56.32	63.15	66.61	72.01	75.80	79.76	81.53
50	0	10.11	16.75	25.37	27.98	35.17	44.23	47.83	53.60	60.05	62.84	68.18	72.39	76.36	77.92
55	0	3.50	8.06	17.48	20.50	27.88	35.07	38.90	45.70	52.40	57.21	61.58	66.63	71.25	72.75
60	0	1.53	7.10	18.07	23.63	29.98	36.76	40.11	46.26	52.80	56.08	61.21	65.46	69.83	72.12
65	0	7.31	8.25	15.68	23.88	29.35	34.87	39.22	43.38	49.69	53.47	58.52	63.08	67.53	69.93
70	0	6.71	7.82	17.19	23.62	28.17	33.37	36.51	40.81	46.53	49.81	55.16	59.95	64.96	66.68
75	0	- 0.03	3.96	11.48	15.27	19.23	25.60	28.57	33.22	38.47	41.97	46.77	51.42	56.75	59.35
80	0	- 4.37	- 1.04	7.89	4.48	7.81	18.16	20.91	25.54	31.86	33.81	37.82	41.66	46.23	49.39
85	0	2.91	- 0.44	9.06	- 5.92	- 3.60	17.54	15.93	20.73	24.87	27.63	32.49	35.31	37.65	41.48
90	0	13.14	10.41	12.87	-15.36	-14.17	22.70	22.20	22.50	25.59	28.94	34.50	34.82	36.82	39.29
95	0	-15.76	0.86	1.58	-66.49	-64.77	10.17	16.13	5.11	7.99	14.37	19.99	17.15	20.97	21.44
96	0	-20.83	6.67	- 7.58	-77.38	-77.33	7.33	15.30	1.61	4.58	11.69	16.76	13.22	17.65	17.60

*Tabelle 7*  
 Relative Abnahme der Sterbeintensität in %, Männer  
 (graphisch ausgeglichen)



*Tabelle 8*  
 Relative Abnahme der Sterbeintensität in %, Frauen  
 (graphisch ausgeglichen)



## Literaturverzeichnis

- MVSV: Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker.  
 VW: Die Volkswirtschaft, wirtschaftliche und sozialstatistische Mitteilungen, Eidg. Volkswirtschaftsdepartement.  
 ESA: Eidgenössisches Statistisches Amt.
1. Moser Chr.: Die Intensität der Sterblichkeit und die Intensitätsfunktion; MVSV Heft 1, 1906.
  2. Buus H.: Investigations of mortality variations; XVI<sup>e</sup> congrès international d'actuaire, Volume 11.
  3. Bodenehr W.: Die Kocher'sche Sterbetafel und damit zusammenhängende Untersuchungen; Diss. Bern 1922.
  4. Baltensberger P.: Über die Vorausberechnung der Sterblichkeit der schweizerischen Bevölkerung; MVSV Band 41, Diss. ETH 1941.
  5. Wettenschwiler K.: Über den Zusammenhang zwischen Perioden- und Generationstafeln auf der Sterbefläche; Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik Band VII.
  6. Rueff F.: Ableitung von Sterbetafeln für die Rentenversicherungen und sonstige Versicherungen mit Erlebensfallcharakter; Sonderveröffentlichung 1 der deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik, Konrad Triltsch Verlag, Würzburg 1955.
  7. Zwinggi E.: Beiträge zu einer Theorie des Bevölkerungswachstums mit einer Anwendung auf Sozialversicherungskassen; MVSV, Heft 24, 1929.
  8. Sachs W.: Ein empirisches Gesetz der säkularen Sterblichkeitsschwankungen und Folgerungen daraus für das Rentengeschäft; Blätter für Versicherungsmathematik 1, Heft 5, 1929.
  9. Cramer H. and Wold H.: Mortality Variations in Sweden; Skandinavisk Aktuarietidskrift 1935.
  10. Reichel Q.: Zur Theorie der Altersverschiebung; 18. Internationaler Kongress der Versicherungsmathematiker, München 1968.
  11. Frischknecht M.: Mittlere Lebenserwartung der Schweizer und Schweizerinnen nach Generationen-Sterbetafeln; MVSV 1972, Heft 2.
  12. Haldy M. und Selles M.: Beobachtungen über die Entwicklung der Sterblichkeit in der Schweiz; 18. Internationaler Kongress der Versicherungsmathematiker, München 1968, Thema 1.
  13. Entwicklung der Wohnbevölkerung der Schweiz 1964–1980; VW 1965.
  14. Generationen-Sterbetafeln der Schweizer und Schweizerinnen, Säkulare Sterblichkeitsänderung von 1946–1966; VW 1970.
  15. Die Entwicklung der mittleren Lebenserwartung im internationalen Vergleich; Versicherungswirtschaft 1973, Heft 22.
  16. Schweiz. Volkssterbetafeln 1876–1932; ESA, Beiträge zur Schweiz. Statistik, Heft 4, 1935.
  17. Schweiz. Volkssterbetafeln 1931/41 und 1939/44; ESA, Stat. Quellenwerke der Schweiz, Heft 232, Bern 1951.
  18. Schweiz. Volkssterbetafeln 1941/50 und 1948/53; ESA, Stat. Quellenwerke der Schweiz, Heft 282, Bern 1955.
  19. Schweiz. Volkssterbetafeln 1950/60 und 1958/63; ESA, Stat. Quellenwerke der Schweiz, Heft 391, Bern 1965.
  20. Schweiz. Sterbetafel 1960/70; ESA, Stat. Quellenwerke der Schweiz, Heft 521, Bern 1973.
  21. Eidgenössische Volkszählung 1970; ESA, Stat. Quellenwerke der Schweiz, Heft 479, Bern 1972.

Dr. Oskar Leutwiler  
 Schweizerische Lebensversicherungs-  
 und Rentenanstalt  
 Postfach 740, 8022 Zürich

### **Zusammenfassung**

In der Arbeit wird die schweizerische Volkssterblichkeit genauer analysiert und anschliessend ein Modell zur Extrapolation der Männersterblichkeit hergeleitet. Damit wird es möglich, Generationensterbetafeln zu konstruieren, welche zu äusserst genauen Barwerten führen.

### **Résumé**

L'auteur analyse d'abord la mortalité de la population suisse et en déduit ensuite un modèle afin d'en extrapoler la mortalité de la population masculine. Il est alors possible d'établir des tableaux de mortalité des générations desquels l'on peut déduire des valeurs très précises pour la période actuelle.

### **Riassunto**

L'articolo analizza prima la mortalità della popolazione svizzera e deriva poi un modello per l'estrapolazione della mortalità degli uomini. Con questo diventa possibile costruire delle tavole di mortalità di generazioni che conducono a dei valori attuali molto esatti.

### **Summary**

The article analyses the Swiss population mortality and then deduces a model for the extrapolation of male mortality. With this it becomes possible to construct generation mortality tables which lead to very accurate present values.



