

Rente future pour enfant de pensionné

Autor(en): **Chuard, Marc**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire
Suisse = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): - **(1988)**

Heft 1

PDF erstellt am: **18.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-966994>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

MARC CHUARD, Zurich

Rente future pour enfant de pensionné

1 Préambule

Depuis longtemps les prestations de la prévoyance professionnelle comprennent des rentes de retraite (ou de vieillesse) ainsi que des rentes de survivants (pour les veuves et les orphelins). Plus récemment ont été introduites des rentes pour enfants de pensionnés, accordées lorsque les invalides ou les retraités ont des enfants qui, si leur père décédait, auraient droit à une pension d'orphelin. Cette prestation est prévue, en particulier, dans la loi fédérale du 25 juin 1982 sur la prévoyance professionnelle vieillesse, survivants et invalidité, aux articles 17 (rente pour enfant de retraité) et 25 (rente pour enfant d'invalidé). Afin de calculer la valeur actuelle de la rente future pour enfant de pensionné, les tables EVK 1980 de la Caisse fédérale d'assurance, très fréquemment utilisées en Suisse, fournissent des valeurs numériques (table 19) et indiquent les formules utilisées (numéros 74, 75 et 76).

Un examen attentif de la question nous conduit à proposer des formules quelque peu différentes. On trouvera ci-après la construction et l'étude de ces formules. Puis nous les justifierons en les comparant aux formules communément employées. Des valeurs numériques, servant d'illustration, permettront une appréciation concrète.

2 Données de base

Précisons tout d'abord que, dans les développements qui suivent, comme c'est le cas pour les formules correspondantes des tables EVK 1980, les rentes d'enfant de *pensionné* sont payées à un homme, invalide ou retraité, pour chacun de ses enfants qui, au décès de leur père, bénéficieraient d'une rente d'orphelin. Nous mentionnerons cette caractéristique par un *indice p* dans les symboles des nombres de commutation et des valeurs actuelles.

En outre nous reprenons le *schéma courant* adopté dans les tables EVK 1980 et caractérisé par

- le paiement mensuel des rentes (soit le fractionnement $m = 12$),
- la distinction, pour les âges x jusqu'à 65 ans, de deux catégories:

- les actifs (dont la mortalité est désignée par q_x^a),
- les invalides (dont la mortalité est désignée par q_x^i), la probabilité de devenir invalide à l'âge x étant désignée par i_x ,
- le groupement, pour les âges x depuis 65 ans, des actifs et des invalides en une seule catégorie de rentiers (dont la mortalité est désignée par q_x), la probabilité de devenir invalide étant alors égale à 0.

Enfin la donnée de base qui sera utilisée systématiquement dans les développements relatifs aux rentes d'enfant de pensionné est

k_x nombre moyen des enfants dont le père est un invalide ou un retraité d'âge x et qui ont droit à une pension.

Ce nombre correspond, à un décalage d'une demi-année près, à celui qui est utilisé pour les rentes futures d'orphelin et qui est défini par

$k_{x+\frac{1}{2}}$ nombre moyen des enfants qui, au décès de leur père, entre les âges x et $x + 1$, ont droit à une pension.

3 Valeurs actuelles intermédiaires

La valeur actuelle de la rente future pour enfant de pensionné ne doit être évidemment calculée que pour les actifs. Pour y arriver, procédons par étapes. Lorsque l'homme actif atteindra l'âge de 65 ans, soit à l'état d'actif soit à celui d'invalide, la valeur actuelle des rentes d'enfant de pensionné dont il pourra bénéficier dépend du nombre

$$N_{65}^{p(12)} = D_{65}^{p(12)} + D_{66}^{p(12)} + \dots \quad (1a)$$

où

$$D_x^{p(12)} = D_x k_x \ddot{a}_{x:\overline{1}}^{(12)} \quad (x \geq 65) \quad (1b)$$

avec

$$D_x = v^x l_x$$

ainsi que, pour tenir compte du paiement mensuel de la rente,

$$\ddot{a}_{x:\overline{1}}^{(12)} = \frac{13}{24} + \frac{11}{24}v(1 - q_x).$$

Si l'homme actif considéré devient invalide à l'âge x , la valeur actuelle des rentes d'enfant de pensionné dont il pourra bénéficier est égale à

$$\ddot{a}_x^{ip(12)} = \frac{N_x^{ip(12)}}{D_x^i} \quad (2)$$

où

$$N_x^{ip(12)} = D_x^{ip(12)} + D_{x+1}^{ip(12)} + \dots + D_{64}^{ip(12)} + \frac{l_{65}^i}{l_{65}} N_{65}^{p(12)} \quad (3a)$$

avec

$$D_x^{ip(12)} = D_x^i k_x \ddot{a}_{x:\overline{1}}^{i(12)} \quad (x < 65) \quad (3b)$$

$$D_x^i = v^x l_x^i$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{1}}^{i(12)} = \frac{13}{24} + \frac{11}{24} v(1 - q_x^i)$$

4 Valeurs actuelles de la rente future d'enfant de pensionné

Pour un actif d'âge x la valeur actuelle de la rente future d'enfant de pensionné peut être calculée de deux manières, avec et sans prorata, comme c'est aussi le cas pour les rentes futures d'invalidité, de veuve et d'orphelins¹.

Calcul avec prorata

Partant de

$$\overline{D}_x^{ap(12)} = v^{x+\frac{1}{2}} b_x \ddot{a}_{x+\frac{1}{2}}^{ip(12)} \quad (x < 65) \quad (4)$$

où $b_x = l_x^a i_x (1 - \frac{1}{2} q_x^a)$ est le nombre d'actifs d'âge x devenus invalides avant l'âge $x + 1$, on calcule

$$\overline{N}_x^{ap(12)} = \overline{D}_x^{ap(12)} + \overline{D}_{x+1}^{ap(12)} + \dots + \overline{D}_{64}^{ap(12)} + \frac{l_{65}^a}{l_{65}} N_{65}^{p(12)}; \quad (5)$$

la valeur actuelle de la rente avec prorata est alors

$$\ddot{a}_x^{ap(12)} = \frac{\overline{N}_x^{ap(12)}}{\overline{D}_x^a}. \quad (6)$$

¹ Voir Cahier N° 8 (février 1984) de l'Institut de sciences actuarielles de l'Université de Lausanne.

Calcul sans prorata

Partant de

$$D_x^{ap(12)} = v^{x+1} l_{x+1}^{ai} \left(\ddot{a}_{x+1}^{ip(12)} + \frac{11}{24} k_{x+\frac{1}{2}} \right) \quad (x < 65) \quad (7)$$

où $l_{x+1}^{ai} = b_x \frac{1}{2} p_{x+\frac{1}{2}}^i$ est le nombre d'actifs d'âge x devenus invalides, en vie à l'état d'invalidité à l'âge $x+1$, avec $\frac{1}{2} p_{x+\frac{1}{2}}^i = (1 - q_x^i) / (1 - \frac{1}{2} q_x^i)$ et où $\frac{11}{24} k_{x+\frac{1}{2}}$ est la moyenne arithmétique des termes mensuels de l'année au cours de laquelle débute le paiement de la rente, on calcule

$$N_x^{ap(12)} = D_x^{ap(12)} + D_{x+1}^{ap(12)} + \dots + D_{64}^{ap(12)} + \frac{l_{65}^a}{l_{65}} N_{65}^{p(12)}; \quad (8)$$

la valeur actuelle de la rente sans prorata est alors

$$\ddot{a}_x^{ap(12)} = \frac{N_x^{ap(12)}}{D_x^a}. \quad (9)$$

On peut observer que cette valeur actuelle n'est pas indépendante du fractionnement m (ici: $m = 12$).

5 Formules de passage

Il est intéressant d'établir le passage entre les deux valeurs actuelles $\ddot{a}_x^{ap(12)}$ et \ddot{a}_x^{ap} . Pour cela quelques développements préalables sont nécessaires.

Considérons tout d'abord les nombres de commutation définis par

$$\bar{C}_x^{ap} = v^{x+\frac{1}{2}} b_x k_{x+\frac{1}{2}} \quad (x < 65) \quad (10a)$$

$$\bar{M}_x^{ap} = \bar{C}_x^{ap} + \bar{C}_{x+1}^{ap} + \dots + \bar{C}_{64}^{ap} \quad (10b)$$

ils permettent de calculer la valeur actuelle

$$\bar{A}_x^{ap} = \frac{\bar{M}_x^{ap}}{D_x^a} \quad (11)$$

d'un capital versé, lorsqu'un actif devient invalide, à chacun de ses enfants ayant droit à une rente d'enfant de pensionné.

Tenant compte des relations (3), présentons de la manière suivante la valeur actuelle (2)

$$\ddot{a}_x^{ip(12)} = \frac{D_x^{ip(12)} + N_{x+1}^{ip(12)}}{D_x^i};$$

il en résulte que

$$\ddot{a}_x^{ip(12)} = k_x \ddot{a}_{x:\overline{1}|}^{i(12)} + v p_x^i \ddot{a}_{x+1}^{ip(12)}.$$

Adaptée à l'âge $x + \frac{1}{2}$, cette relation devient

$$\ddot{a}_{x+\frac{1}{2}}^{ip(12)} = k_{x+\frac{1}{2}} \ddot{a}_{x+\frac{1}{2}:\overline{\frac{1}{2}}|}^{i(12)} + v^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} p_{x+\frac{1}{2}}^i \ddot{a}_{x+1}^{ip(12)}.$$

Or l'application de $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{m-1}{2m} (1 - {}_n E_x)$ conduit à

$$\ddot{a}_{x+\frac{1}{2}:\overline{\frac{1}{2}}|}^{i(12)} = \frac{11}{24} v^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} p_{x+\frac{1}{2}}^i + \frac{1}{24}.$$

Par conséquent

$$\ddot{a}_{x+\frac{1}{2}}^{ip(12)} = v^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} p_{x+\frac{1}{2}}^i \left(\ddot{a}_{x+1}^{ip(12)} + \frac{11}{24} k_{x+\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{24} k_{x+\frac{1}{2}}.$$

Dès lors le nombre de commutation défini par (4) peut s'écrire

$$\overline{D}_x^{ap(12)} = v^{x+1} l_{x+1}^{ai} \left(\ddot{a}_{x+1}^{ip(12)} + \frac{11}{24} k_{x+\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{24} v^{x+\frac{1}{2}} b_x k_{x+\frac{1}{2}}$$

ou, en tenant compte de (7) et de (10),

$$\overline{D}_x^{ap(12)} = D_x^{ap(12)} + \frac{1}{24} \overline{C}_x^{ap}.$$

Par suite,

$$\begin{aligned} \overline{N}_x^{ap(12)} &= N_x^{ap(12)} + \frac{1}{24} \overline{M}_x^{ap}, \\ \overline{a}_x^{ap(12)} &= \ddot{a}_x^{ap(12)} + \frac{1}{24} \overline{A}_x^{ap}. \end{aligned} \tag{12}$$

Cette dernière relation fait apparaître la valeur actuelle d'un prorata compris entre 0 et $\frac{1}{12}$, soit en moyenne $\frac{1}{24}$.

On peut attirer l'attention sur le fait que, lorsque le paiement de la rente est mensuel, la prise en considération d'un prorata ne correspond pas à la réalité. Par conséquent la valeur actuelle (9) est préférable à (6).

6 Formules des tables EVK 1980

Dans les tables EVK 1980, les symboles des valeurs relatives à la rente future pour enfant de pensionné sont affectés de l'indice z . Présentées de manière à pouvoir être comparées à celles qui sont développées ci-dessus, les formules adoptées² sont

$$\overline{D}_x^{az(12)} = v^{x+\frac{1}{2}} b_x k_{x+\frac{1}{2}} \ddot{a}_{x+\frac{1}{2}; \overline{20-z}_{x+\frac{1}{2}}}^{i(12)} \quad (13a)$$

$$\overline{N}_x^{az(12)} = \overline{D}_x^{az(12)} + \overline{D}_{x+1}^{az(12)} + \dots + \overline{D}_{64}^{az(12)} + k_{65} D_{65}^a \ddot{a}_{65:\overline{3}}^{(12)} \quad (13b)$$

$$\ddot{a}_x^{az(12)} = \frac{\overline{N}_x^{az(12)}}{D_x^a} \quad (14)$$

Dans ces formules, $z_{x+\frac{1}{2}}$ est l'âge moyen des enfants au moment où naît leur droit à une pension, entre les âges x et $x+1$ de leur père. La durée 3 de la rente, dans le dernier terme de $\overline{N}_x^{az(12)}$, correspond à $20 - z_{65}$. Observons que la valeur actuelle (14) est calculée avec prorata.

7 Valeurs numériques

Le tableau annexé contient, pour $x = 20, 21, \dots, 64$, les valeurs de

$$\begin{aligned} \ddot{a}_x^{ap(12)}, & \quad \text{formule (9),} \\ \ddot{a}_x^{ap(12)}, & \quad \text{formule (6),} \\ \overline{A}_x^{ap}, & \quad \text{formule (11),} \\ \ddot{a}_x^{az(12)}, & \quad \text{formule (14).} \end{aligned}$$

Ces valeurs illustrent numériquement les résultats des développements qui précèdent et seront utilisées dans les observations qui suivent. Elles sont calculées à partir des données utilisées dans les tables EVK 1980 4%. Pour l'emploi de ces données nous avons fait usage des mêmes méthodes que dans une étude précédente³.

² Technische Grundlagen der eidgenössischen Versicherungskasse, Text; page 15, formules (74), (75), (76).

³ Cahier N° 8 (février 1984) de l'Institut de sciences actuarielles de l'Université de Lausanne.

8 Comparaison des valeurs actuelles avec indice p et des valeurs actuelles avec indice z

Le tableau annexé indique, en dernière colonne, la différence entre la valeur actuelle $\ddot{a}_x^{ap(12)}$, caractérisée par l'indice p , et la valeur actuelle $\ddot{a}_x^{az(12)}$, caractérisée par l'indice z . Les montants obtenus ne sont pas négligeables. Ils croissent au fur et à mesure que l'âge s'élève. Cela montre que la différence des valeurs actuelles dépend en grande partie de la manière dont chacun des deux procédés tient compte des âges 65 et suivants. Examinons ce point particulier en calculant, exceptionnellement pour $x = 65$, les valeurs actuelles $\ddot{a}_x^{ap(12)}$, selon (6), et $\ddot{a}_x^{az(12)}$, selon (14). Nous obtenons

$$\ddot{a}_{65}^{ap(12)} = \frac{N_{65}^{p(12)}}{D_{65}} = \frac{5538,3}{14\,591} = 0,3796$$

$$\ddot{a}_{65}^{az(12)} = k_{65+\frac{1}{2}} \ddot{a}_{65:\overline{3}|}^{(12)} = 0,09 \cdot 2,7597 = 0,2484$$

$$\ddot{a}_{65}^{ap(12)} - \ddot{a}_{65}^{az(12)} = 0,1312$$

Ce dernier résultat prend correctement place à la fin de la dernière colonne du tableau. Il joue, dans la différence entre les nombres de commutation $\overline{N}_x^{ap(12)}$ et $\overline{N}_x^{az(12)}$, des formules (5) et (13), un rôle dont l'importance augmente quand l'âge s'élève.

L'influence des âges 65 et suivants dépend,

- dans $\overline{N}_x^{ap(12)}$,
de toutes les valeurs

x	$k_{x+\frac{1}{2}}$	x	$k_{x+\frac{1}{2}}$	x	$k_{x+\frac{1}{2}}$
65	0,09	68	0,06	71	0,03
66	0,08	69	0,05	72	0,02
67	0,07	70	0,04	73	0,01
				74	0,01

selon la formule (1),

- dans $\bar{N}_x^{az(12)}$,

de $k_{65} \ddot{a}_{65:\overline{3}|}^{(12)}$, selon (13).

La deuxième cause de la différence entre les valeurs actuelles caractérisées par les indices p et z provient des $\bar{D}_x^{ap(12)}$ et $\bar{D}_x^{az(12)}$ dont dépendent les $\bar{N}_x^{ap(12)}$ et $\bar{N}_x^{az(12)}$, définis par (5) et (13). Les valeurs numériques suivantes renseignent à ce sujet :

x	$\bar{D}_x^{ap(12)}$	$\bar{D}_x^{az(12)}$
20	119	1
30	126	59
40	199	199
50	434	474
60	481	381

9 Conclusions

Les valeurs actuelles pour enfants de pensionnés, caractérisées par l'indice p et développées dans la présente étude, font intervenir systématiquement le nombre moyen $k_{x+\frac{1}{2}}$ d'enfants. On peut faire à leur sujet les remarques suivantes :

- elles s'insèrent rigoureusement dans le modèle des bases techniques adoptées ;
- elles rendent superflu l'emploi de l'âge moyen $z_{x+\frac{1}{2}}$ que nécessitent les valeurs actuelles caractérisées par l'indice z ;
- elles n'excluent pas, contrairement aux valeurs actuelles z , l'éventualité, pour un pensionné, d'avoir de nouveaux enfants (ce qui n'est pas négligeable, en particulier, pour un jeune invalide).

Les différences numériques, comme on a pu le constater, ne sont pas négligeables. Cependant elles seraient moins grandes si, au lieu de n'envisager, pour $x < 65$, qu'une seule série de nombres $k_{x+\frac{1}{2}}$ on en prévoyait deux, l'une de $k_{x+\frac{1}{2}}^a$ pour les actifs, et l'autre de $k_{x+\frac{1}{2}}^i$ pour les invalides.

Les diverses prestations qui sont accordées dans le cadre de la prévoyance professionnelle sont d'importances diverses. Mais aucune n'est socialement négligeable. C'est le cas de la rente d'enfant de pensionné. L'étude qui lui est consacrée ci-dessus a pour but de contribuer à une meilleure compréhension et au perfectionnement de l'important outil actuariel destiné aux caisses de pensions.

Marc Chuard
VITA
Compagnie d'assurances sur la vie
Austrasse 46
8022 Zurich

Annexe

EVK 1980 4 %

x	$\ddot{a}_x^{ap(12)}$	$\ddot{a}_x^{ap(12)}$	\overline{A}_x^{ap}	$\ddot{a}_x^{az(12)}$	$\ddot{a}_x^{ap(12)} - \ddot{a}_x^{az(12)}$
20	0.1659	0.1668	0.0216	0.1357	0.0311
21	0.1716	0.1725	0.0225	0.1413	0.0312
22	0.1773	0.1783	0.0234	0.1471	0.0312
23	0.1832	0.1842	0.0243	0.1531	0.0311
24	0.1893	0.1903	0.0253	0.1593	0.0310
25	0.1955	0.1966	0.0264	0.1657	0.0309
26	0.2018	0.2030	0.0274	0.1723	0.0307
27	0.2083	0.2095	0.0285	0.1790	0.0305
28	0.2150	0.2163	0.0296	0.1859	0.0304
29	0.2219	0.2232	0.0308	0.1929	0.0303
30	0.2290	0.2304	0.0320	0.1999	0.0304
31	0.2364	0.2378	0.0332	0.2071	0.0306
32	0.2436	0.2450	0.0344	0.2143	0.0307
33	0.2507	0.2522	0.0356	0.2215	0.0307
34	0.2577	0.2593	0.0369	0.2284	0.0308
35	0.2647	0.2662	0.0381	0.2352	0.0311
36	0.2716	0.2732	0.0393	0.2416	0.0316
37	0.2785	0.2802	0.0405	0.2479	0.0323
38	0.2856	0.2874	0.0417	0.2541	0.0333
39	0.2929	0.2947	0.0430	0.2603	0.0344
40	0.3004	0.3023	0.0442	0.2666	0.0357
41	0.3083	0.3102	0.0454	0.2731	0.0371
42	0.3154	0.3174	0.0466	0.2786	0.0388
43	0.3221	0.3241	0.0476	0.2833	0.0408
44	0.3284	0.3304	0.0486	0.2875	0.0429
45	0.3347	0.3367	0.0494	0.2914	0.0453
46	0.3410	0.3431	0.0503	0.2952	0.0479
47	0.3468	0.3490	0.0510	0.2983	0.0507
48	0.3516	0.3538	0.0515	0.3000	0.0537
49	0.3552	0.3573	0.0516	0.3002	0.0571
50	0.3576	0.3597	0.0513	0.2988	0.0609
51	0.3589	0.3610	0.0507	0.2958	0.0651
52	0.3590	0.3610	0.0496	0.2910	0.0700
53	0.3581	0.3601	0.0480	0.2845	0.0756
54	0.3566	0.3585	0.0460	0.2767	0.0818
55	0.3550	0.3568	0.0436	0.2684	0.0884
56	0.3539	0.3556	0.0410	0.2604	0.0952
57	0.3530	0.3546	0.0381	0.2529	0.1017
58	0.3517	0.3531	0.0349	0.2460	0.1071
59	0.3499	0.3512	0.0314	0.2397	0.1115
60	0.3481	0.3492	0.0273	0.2343	0.1149
61	0.3469	0.3478	0.0224	0.2296	0.1182
62	0.3481	0.3488	0.0170	0.2272	0.1216
63	0.3532	0.3537	0.0113	0.2287	0.1250
64	0.3635	0.3638	0.0057	0.2358	0.1280

Résumé

Pour les rentes futures d'enfants de pensionnés, qui font partie des prestations de la prévoyance professionnelle, l'auteur propose des formules de valeurs actuelles qui diffèrent de celles qui sont actuellement utilisées.

Zusammenfassung

Für den Barwert der anwartschaftlichen Pensionierten-Kinderrente (Zuschuss zur Invaliden- und Altersrente) schlägt der Verfasser Formeln vor, die von den herkömmlichen Formeln abweichen.

Summary

The author suggests present value formulas differing from those used currently for annuities payable to children of pensioners under pension schemes.

