

# Über die Viskosität binärer Gasgemische

Autor(en): **Schudel, Willy**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Schaffhausen**

Band (Jahr): **17 (1941)**

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-585521>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 11.

# ÜBER DIE VISKOSITÄT BINÄRER GASGEMISCHE

von

WILLY SCHUDEL, SCHAFFHAUSEN

(mit 3 Figuren und 12 Tabellen)

---

## INHALT:

Einleitung . . . . .	Seite	345
Die gaskinetische Erklärung der Viskosität . . . . .	»	348
Stosszahl und freie Weglänge im Gasgemisch . . . . .	»	353
Die Viskosität eines binären Gemisches . . . . .	»	357
Diskussion der aufgestellten Mischungsgleichung:		
a) Bestimmung der Konstanten . . . . .	»	360
b) Bedingung für Linearität . . . . .	»	361
Experimentelle Nachprüfung der aufgestellten Mischungsgleichung	»	361
Zusammenfassung . . . . .	»	363

---

## Einleitung.

Für die innere Reibung, Zähigkeit oder Viskosität von Gasen bestehen recht auffallende Gesetzmässigkeiten: Gase werden, im Gegensatz zu Flüssigkeiten, bei steigender Temperatur zäher, dickflüssiger; die Gasviskosität ist ferner vom Gasdruck weitgehend unabhängig. Diese merkwürdigen Erscheinungen sind von der kinetischen Gastheorie vorausgesagt worden, wobei SUTHERLAND die Temperaturabhängigkeit und MAXWELL die Druckunabhängigkeit quantitativ in Formeln erfassen konnten, was eine besonders

schöne Bestätigung für die grundsätzliche Richtigkeit der dieser Theorie zugrunde liegenden molekularen Vorstellungen bedeutet.

Die innere Reibung weist aber bei Mischungen noch weitere Eigentümlichkeiten auf. Bezeichnet  $\alpha$  eine physikalische Eigenschaft eines Gases, wie z. B. spezifisches Gewicht, Temperatur, Wärmehalt oder Heizwert, und mischt man die zwei Volumina  $v_1$  und  $v_2$  zweier Gase bei gleichem Druck zum Mischvolumen  $v_m$ , so wird die physikalische Eigenschaft  $\alpha_m$  des Mischvolumens  $v_m$  aus der folgenden einfachen Gleichung bestimmt:

$$\alpha_m \cdot v_m = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

wobei

$$v_m = v_1 + v_2 \quad \text{ist.}$$

Die Mischeigenschaft  $\alpha_m$  verläuft also in Abhängigkeit von  $v_1$  oder von  $v_2$  linear. Diese sonst allgemein gültige Mischungsgleichung für physikalische Eigenschaften versagt aber vollkommen, wenn es sich bei  $\alpha$  um die Gasviskosität handelt. Nur in ganz speziellen Fällen besteht eine geradlinige Abhängigkeit. Im allgemeinen werden Kurven erhalten, die unterhalb oder oberhalb der Geraden verlaufen und die auch ein ausgesprochenes Maximum aufweisen können. Wie ist dies zu begründen, wie lautet die Gleichung der Mischungskurve und genügen die üblichen Annahmen der kinetischen Theorie, um diese verwickelten Erscheinungen zu erklären? Wohl sind, seitdem GRAHAM im Jahre 1846 zum erstenmal ein Maximum in einer Mischungskurve experimentell erkannte, diese Fragen immer wieder Gegenstand besonderer physikalischer Forschung geworden, aber bis heute ist es nicht gelungen, dieselben restlos zu klären.

SUTHERLAND<sup>1)</sup> hat eine Gleichungsform aufgestellt, die später, unabhängig von ihm, auch von THIESEN<sup>2)</sup> abgeleitet wurde. Sie hat die Form:

$$\eta_m = \frac{\eta_1}{1 + \frac{1-x}{x} \cdot A} + \frac{\eta_2}{1 + \frac{x}{1-x} \cdot B} \quad \dots \dots \dots (2)$$

wo  $\eta_m$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  die Viskositätskoeffizienten der Mischung und der beiden Einzelgase,  $x$  der Raumteil des ersten Gases und  $A$  und  $B$  zwei Anpassungskonstanten bedeuten. Mit  $A$  und  $B$  kann die Gleichung den experimentellen Beobachtungen sehr gut angegli-

<sup>1)</sup> W. Sutherland, Phil. Mag. 40, 421. (1895).

<sup>2)</sup> M. Thiesen, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 4, 348 (1902).  
8, 236 (1906).

chen werden. TRAUTZ<sup>3)</sup> hat eine ganz andere Form des Mischungsgesetzes aufgestellt, kommt aber auch nicht aus ohne Anpassungskonstanten. Die heutige Viskositätsforschung von Gasgemischen läuft also eigentlich darauf hinaus, die bisher aus den Beobachtungen zu bestimmenden Konstanten  $A$  und  $B$  aus den Daten der Einzelgase v o r a u s bestimmen zu können. In der Literatur finden sich darüber geistreiche und verdienstvolle Arbeiten, aber: entweder entspricht der erzielte Effekt nicht dem grossen Rechnungsaufwand, oder es ist zwischen Theorie und Wirklichkeit noch eine zu grosse Divergenz vorhanden. Diese Konstanten enthalten eben immer noch das, «was man nicht kennt». Interessant ist der Versuch von JUNG<sup>4)</sup>, GRÜSS und SCHMICK<sup>5)</sup>, die DEBYE'schen Dipol- und Multipol-Momente der Moleküle zu verwenden, um die Konstanten zu deuten. Neben guten quantitativen Uebereinstimmungen zwischen Theorie und Versuch treten jedoch auch unzulässig hohe Abweichungen auf, so dass diese schönen Arbeiten noch keine endgültige Lösung gebracht haben.

Die in der kinetischen Theorie üblichen primitiven Annahmen über die Form und die Art der Molekülbewegungen in einem Gas (elastische Kugeln, gerade Flugbahn, ausser dem Stoss keine Wechselwirkung zwischen den Molekülen) genügen wohl, um die Zustandsgleichung in einer ersten Annäherung, d. h. in der Form

$$P \cdot v = R \cdot T$$

$P$  = Druck in  $\text{kg/m}^2$ ,

$v$  = Spezifisches Volumen in  $\text{kg/m}^3$ ,

$R$  = Gaskonstante =  $\frac{848}{m}$ ,

$m$  = Molekulargewicht,

$T$  = Absolute Temperatur

ableiten zu können. Schon DANIEL BERNOULLI<sup>6)</sup> hat im Jahre 1738 in seiner Hydrodynamica aus den erwähnten Annahmen das BOYLESche Gesetz, d. h. die Zustandsgleichung für konstante Temperatur abgeleitet. Bei den Feinheiten der Zähigkeit von Gasmischungen genügen jedoch diese Voraussetzungen nicht mehr. Hier spielen offenbar die molekularen Eigenschaften der Gase eine

<sup>3)</sup> M. Trautz, Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Jahrgang 1929, 12. Abhandlung.

<sup>4)</sup> G. Jung und H. Schmick, Zeitschrift f. Physikalische Chemie, 7. Band, Heft 2, Seite 130 (1930).

<sup>5)</sup> H. Grüss und H. Schmick, Wissenschaftl. Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern. 7. Band, 1. Heft, S. 202 (1928).

<sup>6)</sup> Daniel Bernoulli, Hydrodynamica, Argentorati, 1738. Sectio decima.



einflussreiche Rolle, so dass sie zu beobachtbaren Wirkungen führen. Es ist verlockend, mit Annahmen über Molekülform und mit Spekulationen über molekulare Kraftfelder zu versuchen, die Eigenschaften der innern Reibung in Gasgemischen zu erklären, und dies ist ja auch gemacht worden; aber die Durchführung solcher Rechnungen stösst heute doch noch auf grosse Schwierigkeiten.

Nicht nur von der theoretischen, auch von der praktischen Seite kommt immer mehr die Forderung nach der Aufstellung einer Mischungsgleichung mit dem Ziel, aus der blossen Kenntnis der Reibungskoeffizienten der einzelnen Komponenten die Viskosität der Mischung vorausberechnen zu können. Sind doch die technischen Gase meist komplizierte Mischungen einfacher Gase, die in Fernleitungen der nützlichen Verwendung zugeführt werden. Bei diesen Transportproblemen spielt aber die Viskosität eine wesentliche Rolle.

Im folgenden soll die SUTHERLAND-THIESENSche Gleichungsform der Reibung von binären Gasmischungen, d. h. von Mischungen, welche aus zwei einfachen Gasen bestehen, abgeleitet und diskutiert werden. Es zeigte sich dabei, dass die Lösung mehrdeutig ist, und dass es möglich ist, den ganzen Verlauf der Reibungskurve aus den Viskositätskoeffizienten der Einzelgase vorauszusagen, wenn nur ein Punkt der Mischungskurve bekannt ist.

### Die gaskinetische Erklärung der Viskosität.

Die Viskosität ist eine Material-Konstante. Sie ist deshalb nicht von der speziellen Art der Strömung abhängig, so dass ihre Bestimmung auch an einem besonderen Fall, z. B. einer Parallelströmung, untersucht werden kann, der für die mathematische Behandlung am geeignetsten erscheint.

Wir betrachten deshalb eine stationäre Parallelströmung eines zähen Gases, wobei jede zur  $xy$ -Ebene parallele Gasschicht eine sichtbare, makroskopische Geschwindigkeit  $u$  besitzt, welche parallel zur  $x$ -Achse und in jeder Schicht verschieden, aber konstant sei. Das heisst also:  $u$  ist eine Funktion von  $z$ . Entwickeln wir diese Funktion nach MAC LAURIN in eine Reihe und brechen mit dem zweiten Gliede ab, so gilt in der Nähe der  $xy$ -Ebene

$$u = u_0 + z \cdot \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} \dots \dots \dots (3)$$

wobei  $u_0$  die Geschwindigkeit der Schicht  $z = 0$  bedeutet.

Wegen der innern Reibung übt die schneller fließende Schicht auf die angrenzende langsamere eine beschleunigende Wirkung aus und umgekehrt wirkt die langsamere auf die schnellere Schicht verzögernd. Mit andern Worten können wir dies auch so ausdrücken, dass wir sagen, dass von der einen Schicht auf die andere eine Kraft übertragen wird. Für diese Kraftwirkung hat schon NEWTON den grundlegenden Ansatz gemacht. Danach ist in der Nähe der  $xy$ -Ebene, wo also  $z \cong 0$  ist,

$$dK = \eta \cdot dF \cdot \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} \dots \dots \dots (4)$$

das heisst, er nahm an, dass die von der einen auf die andere Schicht übertragene Kraft dem Flächenelement  $dF$ , an der sich die beiden Schichten berühren, und dem Geschwindigkeitsunterschied  $du$  der beiden Schichten direkt proportional, sowie der senkrechten Distanz  $dz$  der beiden Strömungsebenen umgekehrt proportional sei. Den konstanten Proportionalitätsfaktor  $\eta$  nennt man den Koeffizienten der innern Reibung oder auch die Zähigkeit oder die Viskosität. Im absoluten Maßsystem hat die Einheit von  $\eta$  die Dimension  $g \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$  und wird als 1 Poise bezeichnet.

Eine Kraft ist aber, ebenfalls nach NEWTON, dem Produkt von Masse mal Beschleunigung gleichzusetzen, oder sie ist, was gleichbedeutend ist, gleich Masse mal Geschwindigkeit pro Zeiteinheit, also gleich dem Impuls pro Zeiteinheit.

Nach der kinetischen Gastheorie entsteht nun die Kraftwirkung  $dK$  dadurch, dass die Gasmoleküle vermöge ihrer Wärmebewegung insgesamt auf das Flächenstück  $dF$  einen resultierenden Impuls pro Zeiteinheit übertragen, welcher der Kraft  $dK$  entspricht, und diese soll im folgenden berechnet werden.

Wir betrachten vorerst ein strömungsloses, ruhendes Gas, welches nicht aus verschiedenen Gasen gemischt, sondern aus einem einzigen einheitlichen Gas bestehen soll, dessen Moleküle alle gleich beschaffen seien.

In diesem Gas denken wir uns in 0 ein Flächenelement  $dF$  mit der Normalen  $z$  und errichten darüber ein schiefes Prisma, dessen Kante die Länge  $c \cdot dt$  und die Richtung  $\vartheta, \varphi$  hat (Fig. 1).  $c$  sei die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle.

Alle Moleküle, welche in einem bestimmten Zeitmoment in diesem Prisma vorhanden sind und deren mittlere Geschwindigkeit  $c$  eine Richtung  $\vartheta, \varphi$  besitzen, werden nach der Zeit  $dt$  das Flächen-

element  $dF$  erreicht haben, wenn die Zeit  $dt$  so klein gewählt wird, dass diese Moleküle keine Zusammenstöße mit andern Molekülen erleiden. Pro  $\text{cm}^3$  sind nun  $\frac{\nu}{4\pi} \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$  Moleküle vorhanden, welche die angegebene Richtung besitzen <sup>7)</sup>).

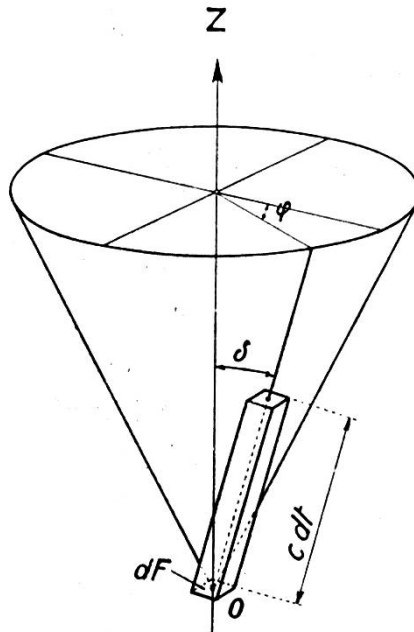


Fig. 1.

Also sind in dem Prisma vom Volumen  $dF \cdot c \cdot dt \cdot \cos \vartheta$

$$\frac{dF \cdot c \cdot dt \cos \vartheta \cdot \nu \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi \cdot \nu}{4\pi}$$

Moleküle der besprochenen Art vorhanden. Dividiert man noch durch  $dt$ , so erhält man diejenige Anzahl  $dN_{\vartheta, \varphi}$  von Molekülen, welche in einer Sekunde von der Richtung  $\vartheta, \varphi$  in  $dF$  ankommen, zu

$$dN_{\vartheta, \varphi} = \frac{dF \cdot c \cdot \nu \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi}{4\pi} \dots \dots \dots (5)$$

Wo haben nun, vor dem Eintreffen in  $dF$ , die Moleküle ihren letzten molekularen Zusammenstoß erlitten? Offenbar dort, wo die

<sup>7)</sup> Ist  $\nu$  die Anzahl Moleküle pro  $\text{cm}^3$  Gas, so werden die  $\nu$  Moleküle  $\nu$  verschiedene Geschwindigkeitsrichtungen besitzen, die alle gleich berechtigt sind und sich gleichmässig über den Raum verteilen. Auf den Raumwinkel 1 (Flächeneinheit der Einheitskugel) fallen dann  $\frac{\nu}{4\pi}$  Geschwindigkeitsrichtungen. Nimmt man als Spielraum für die Richtung  $\vartheta, \varphi$  einen Kegel, dessen Öffnungswinkel  $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta \cdot d\varphi$  ist, so fallen in diesen Elementarkegel  $\frac{\nu}{4\pi} \cdot \sin \vartheta d\vartheta \cdot d\varphi$  Geschwindigkeitsrichtungen. Das ist aber zugleich die Anzahl der Moleküle, deren Geschwindigkeiten die Richtung  $\vartheta, \varphi$  besitzen.

Richtung  $\vartheta$ ,  $\varphi$  jene Kugelfläche trifft, deren Radius gleich der mittleren freien Weglänge  $\lambda$  ist und deren Zentrum in  $O$  liegt (Fig. 2). Alle jene Moleküle, welche auf dieser Kugel zum Zusammenstoß mit andern Molekülen kommen und deren Geschwindigkeitsrichtungen nach dem Stoß in die Richtung des zum Zusammenstoß-Punkt  $P$  gehörenden Kugelradius fallen und nach dem Kugelmittelpunkt zeigen, werden die Kugel mit der mittleren Geschwindigkeit  $c$

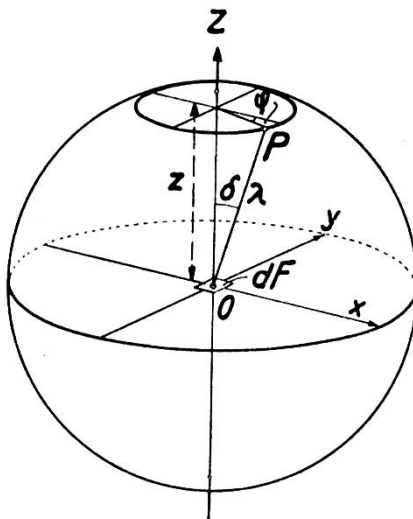


Fig. 2.

radial ohne weitere Zusammenstöße frei durchlaufen, um dann in  $dF$  wieder mit andern Molekülen zusammenzuprallen. Denn die Kugelradien sollen ja der mittleren freien Weglänge gleich sein, und die Definition von  $\lambda$  besagt eben, dass auf der Strecke  $\lambda$  im Mittel kein Zusammenstoß vorkommen soll.

Jedes dieser in  $dF$  eintreffenden Moleküle kommt mit der mittleren Geschwindigkeit  $c$  im Flächenelement an. Jedes bringt also den Impuls  $m \cdot c$  nach  $dF$  ( $m =$  Masse eines Moleküls). Dies gilt für ein im gesamten ruhendes Gas, welches keine makroskopische, sichtbare Strömungsgeschwindigkeit besitzt.

Lassen wir jetzt diese bisherige Voraussetzung fallen. Das Gas besitze also eine sichtbare Strömung, und wir denken uns unsere Kugel Fig. 2 derart in die am Anfang erwähnte Parallelströmung hineingelegt, dass  $dF$  ein Element der  $xy$ -Ebene sei. Wir betrachten wieder alle diejenigen Moleküle, die auf dieser Kugel zusammenstoßen und deren Geschwindigkeitsrichtungen nach dem Stoß in die Richtung des zum Zusammenstoß-Punkt gehörenden Kugelradius fallen. Diese Radialgeschwindigkeit nach dem Stoß ist aber jetzt die Resultierende  $R$  von 2 Geschwindigkeitskomponenten, näm-

lich von der makroskopischen Geschwindigkeit  $u$  und von der mittleren Geschwindigkeit  $c$  der Wärmebewegung des Moleküls. In Fig. 3, die diese Verhältnisse andeutet, ist der Geschwindigkeitsmaßstab willkürlich so gewählt, dass die Resultierende  $R$  gleich dem Kugelradius der mittleren freien Weglänge wird. Es wird nun in allen praktischen Fällen die Geschwindigkeit  $u$  der makroskopischen Strömung (höchstens einige Meter pro Sekunde) gegenüber der Wärmebewegung  $c$  (Größenordnung einige hundert Meter pro

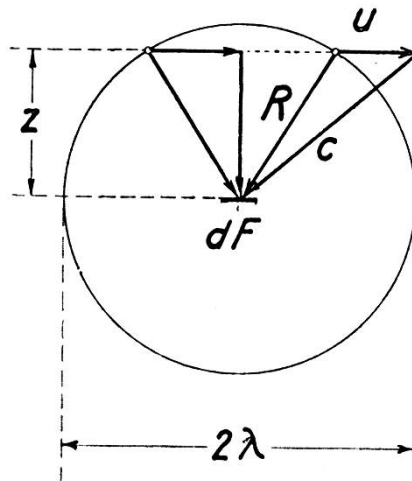


Fig. 3.

Sekunde) vernachlässigt werden können. Solange dies der Fall ist, dass also  $u$  gegenüber  $c$  verschwindet, ist es zulässig, die Gleichung (5) auch für bewegte Gase, also auch für die von uns betrachtete Parallelströmung, anzuwenden.

Jedes nach  $dF$  kommende Molekül überträgt in das Flächenelement eine radiale Impulskomponente  $c \cdot m$ , wie beim ruhenden Gas, und eine der Strömung parallele Impulskomponente  $u \cdot m$ . Gleichung (5) gibt die aus einer Richtung  $\vartheta, \varphi$  in der Sekunde nach  $dF$  fliegenden Moleküle an. Aus dieser Richtung wird also pro Sekunde der Impuls

$$dN_{\varphi, \vartheta} \cdot (c m + u m)$$

übertragen, wobei das Pluszeichen eine geometrische Addition der Komponenten bedeutet. Den Gesamtwert erhalten wir durch eine Integration über alle möglichen Richtungen. Dabei verschwindet die Summe der  $cm$  Komponenten, weil sich je 2 Komponenten gegenseitig aufheben, wegen der allseitigen Symmetrie der Radialgeschwindigkeiten  $c$ .

Auf das Flächenelement  $dF$  wird somit als gesamte Impulsgröße pro Sekunde, also als Kraft  $dK$ , der Wert des folgenden,

über die Kugeloberfläche erstreckten Doppelintegrals übertragen

$$dK = \iint dN_{\varphi, \vartheta} \cdot u m$$

oder, mit Berücksichtigung der Formeln (3) und (5),

$$dK = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{dF \cdot \nu \cdot c \cdot \sin \vartheta \cos \vartheta \cdot d\varphi \cdot d\vartheta}{4\pi} \left[ u_0 + z \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} \right] m$$

Substituiert man noch  $z = \lambda \cos \vartheta$ , so wird

$$dK = \frac{dF \cdot \nu \cdot c \cdot m \cdot 2\pi}{4\pi} \int_0^\pi \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta \left[ u_0 + \lambda \cos \vartheta \cdot \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} \right].$$

Da  $\int_0^\pi \sin \vartheta \cos \vartheta \cdot d\vartheta = 0$  ist, so ist

$$dK = \frac{\nu \cdot c \cdot m \cdot \lambda \cdot dF}{2} \cdot \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} \cdot \int_0^\pi \sin \vartheta \cos^2 \vartheta \cdot d\vartheta$$

Weil ferner  $\int_0^\pi \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta = \frac{2}{3}$  ist, wird

$$dK = \frac{\nu \cdot m \cdot c \cdot \lambda}{3} \cdot dF \cdot \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} \dots \dots \dots (6)$$

Ein Vergleich mit Gleichung (4) ergibt also

$$\eta = \frac{\nu \cdot m \cdot c \cdot \lambda}{3}$$

Unsere ganze bisherige Rechnung war nur eine ziemlich grobe Annäherungsrechnung mit teilweisen Voraussetzungen und Annahmen, die nicht genau der Wirklichkeit entsprechen. Verschiedene Autoren erhalten deshalb, je nach den verschiedenen speziellen Annahmen im Ausdruck von  $\eta$ , andere Konstantenwerte, die aber alle nicht weit von  $1/3$  abweichen. Wir schreiben deshalb allgemeiner statt  $1/3$  die Konstante  $k$  und erhalten

$$\boxed{\eta = k \cdot \nu \cdot m \cdot c \cdot \lambda} \dots \dots \dots (7)$$

### Stoßzahl und freie Weglänge im Gasgemisch.

Im Volumen  $v_1$  eines Gases 1 seien  $N_1$  Moleküle enthalten und im Volumen  $v_2$  eines Gases 2 seien  $N_2$  Moleküle vorhanden. Beide Gase sollen unter demselben Druck stehen und dieselbe Temperatur haben. Dann gilt für die Anzahl Moleküle pro  $\text{cm}^3$  im ersten, bzw. zweiten Gas

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= \frac{N_1}{v_1} \\ \nu_2 &= \frac{N_2}{v_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

Mischen wir die beiden Gase zum Mischvolumen  $v = v_1 + v_2$ , so gilt für die Zahl der Moleküle pro  $\text{cm}^3$

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= \frac{N_1}{v_1 + v_2} = \frac{N_1}{v} \\ \nu_2 &= \frac{N_2}{v_1 + v_2} = \frac{N_2}{v} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Nach dem Ergebnis der klassischen Theorie der Gaskinetik (siehe z. B. BOLTZMANN, Vorlesungen über Gastheorie, Bd. I, Seite 69) ist die gesamte Zahl der Zusammenstöße, die zwischen den Molekülen des Gases 1 mit den Molekülen des Gases 2 in der Sekunde und pro  $\text{cm}^3$ -Gemisch stattfinden, gleich

$$Z_{12} = 2 \nu_1 \nu_2 \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{h} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} \dots \dots \dots (10)$$

Dabei sind  $\nu_1$  und  $\nu_2$  durch die Gleichungen (9) definiert. Ferner bedeuten

$\sigma_1$  = Durchmesser eines Moleküls (Durchmesser der Wirkungssphäre) des Gases 1;

$\sigma_2$  = Durchmesser eines Moleküls (Durchmesser der Wirkungssphäre) des Gases 2;

$m_1$  = Masse eines Moleküls des Gases 1;

$m_2$  = Masse eines Moleküls des Gases 2;

$$h = \frac{1}{2kT} = \frac{L}{2RT}$$

$$k = \frac{R}{L}$$

$L$  = Anzahl Moleküle pro Mol, bei  $0^\circ \text{C}$ , 760 Torr;

$R$  = Gaskonstante;

$T$  = absolute Temperatur.

Sind in  $1 \text{ cm}^3$  Gemisch  $\nu_1$  Moleküle des Gases 1 und  $\nu_2$  Moleküle des Gases 2 vorhanden, so ist  $Z_{12}$  die Gesamtstosszahl zwischen den Molekülen des Gases 1 und des Gases 2 in der Sekunde. Ein Molekül des Gases 1 stösst also  $z_{12} = \frac{Z_{12}}{\nu_1}$  mal mit den Molekülen

des Gases 2 zusammen,

$$z_{12} = 2 \nu_2 \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{h} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} \dots \dots \dots (11)$$



und analog

$$z_{21} = 2 \nu_1 \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{h} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} \dots \dots \dots (12)$$

Geben wir in (12) dem Molekül 2, welches mit den Molekülen 1 zusammenstösst, die Dimension eines Moleküls 1 und setzen

$$\sigma_2 = \sigma_1$$

und

$$m_2 = m_1$$

so erhält man die Einzelstosszahl dieses einen Moleküls des Gases 1 mit den andern gleichartigen Molekülen des Gases 1, also

$$z_{11} = 2 \nu_1 \cdot \sigma_1^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \pi}{h m_1}} \dots \dots \dots (13)$$

und analog erhält man

$$z_{22} = 2 \nu_2 \cdot \sigma_2^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \pi}{h m_2}} \dots \dots \dots (14)$$

das heisst also: Sind in der Volumeneinheit der binären Gas-mischung  $\nu_1$  Moleküle dieses Gases vorhanden, so wird nach (13) ein einzelnes Molekül dieses Gases in der Sekunde  $z_{11}$  mal mit den gleichartigen Molekülen dieses Gases zusammenstossen. Dieses Einzelmolekül wird aber in derselben Sekunde auch noch mit den andern Molekülen des Gases 2 zusammentreffen, und die Anzahl dieser Zusammenstösse  $z_{12}$  wird nach (11) bestimmt.

Die gesamte Stosszahl eines einzelnen Moleküls 1 ist demnach

$$z_1 = z_{11} + z_{12} \dots \dots \dots (15)$$

und analog

$$z_2 = z_{22} + z_{21} \dots \dots \dots (16)$$

Die grundlegende Formel (10) ist nun unter der Annahme berechnet und erhalten worden, dass die Moleküle, ausser beim Zusammenstoss, keine Kräfte aufeinander ausüben. Sind aber Anziehungskräfte zwischen den Molekülen wirksam, so werden die Stosszahlen offenbar grösser als in den Gleichungen (11) bis (14) berechnet wurde. Wir multiplizieren deshalb jedes Glied der rechten Seite der Gleichungen (15) und (16) sinngemäss mit den Faktoren  $\Theta_{11}$ ,  $\Theta_{12}$ ,  $\Theta_{22}$ ,  $\Theta_{21}$ , welche alle grösser als 1 sind. Ueber die Art und Grösse dieser Faktoren wollen wir hier keine näheren Voraussetzungen und Untersuchungen machen. Sie werden, je nach der zugrunde liegenden Theorie, verschieden berechnet. Die Einzelstosszahlen  $z_1$  und  $z_2$  erhalten so bei Berücksichtigung der molekularen Anziehungskräfte die Form:



$$z_1 = z_{11} \cdot \Theta_{11} + z_{12} \Theta_{12} \dots \dots \dots (17)$$

$$z_2 = z_{22} \cdot \Theta_{22} + z_{21} \Theta_{21} \dots \dots \dots (18)$$

Verfolgen wir nun ein einzelnes Molekül auf seinem Wege, so ist, da jeder Zusammenstoß eine freie Weglänge des Moleküls beendet, der gesamte von einem Molekül des Gases 1 in einer Sekunde zurückgelegte Weg gleich

$$\lambda_1 \cdot z_1 = \lambda_1 \cdot (z_{11} \Theta_{11} + z_{12} \Theta_{12})$$

Diese Wegstrecke pro Sekunde ist aber offenbar nichts anderes als die mittlere Geschwindigkeit  $c_1$  dieses Moleküls;

somit wird

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{c_1}{z_{11} \Theta_{11} + z_{12} \Theta_{12}} \\ \text{und ähnlich} \quad \lambda_2 &= \frac{c_2}{z_{22} \Theta_{22} + z_{21} \Theta_{21}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

Setzen wir in diesen Formeln für die mittlere Geschwindigkeit die von Maxwell berechneten Beträge

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{2}{\sqrt{\pi h m_1}} \\ c_2 &= \frac{2}{\sqrt{\pi h \cdot m_2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

ein und berücksichtigen die Formeln (13) und (11), so wird, wenn wir noch den Faktor  $k_1$  einführen, der noch weitere denkbare Einflüsse berücksichtigt

$$\lambda_1 = \frac{k_1}{\pi \left[ \sqrt{2} \cdot \nu_1 \cdot \sigma_1^2 \cdot \Theta_{11} + \nu_2 \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2} \cdot \Theta_{12}} \right]} \dots \dots (21)$$

und ähnlich

$$\lambda_2 = \frac{k_1}{\pi \left[ \sqrt{2} \cdot \nu_2 \cdot \sigma_2^2 \cdot \Theta_{22} + \nu_1 \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \Theta_{21}} \right]} \dots \dots (22)$$

Darin sind  $\nu_1$  und  $\nu_2$  durch die Gleichung (9) bestimmt.

Gehen wir von der Mischung über zum Einzelgas, so ist  $\nu_2$ , bzw.  $\nu_1$ , in den obigen Gleichungen gleich 0 zu setzen, und wir erhalten für das Einzelgas

$$\lambda_{11} = \frac{k_1}{\pi \sqrt{2} \cdot \nu_1 \cdot \sigma_1^2 \cdot \Theta_{11}} \dots \dots \dots (23)$$

$$\lambda_{22} = \frac{k_1}{\pi \sqrt{2} \cdot \nu_2 \cdot \sigma_2^2 \cdot \Theta_{22}} \dots \dots \dots (24)$$

In diesen letzten Formeln ist  $\nu_1$  und  $\nu_2$  durch Gleichung (8) definiert.

## Die Viskosität eines binären Gasgemisches.

Wie wir soeben in Gleichung (21) und (22) dargelegt haben, hat in einem binären Gasgemisch ein Molekül des Gases 1 eine andere freie Weglänge als ein Molekül des Gases 2. Befindet sich die Gasmischung in einem stationären Strömungszustand, so können wir wieder dieselben Ueberlegungen daran anwenden wie beim reinen Einzelgas. Wir haben uns jetzt aber um das Flächenelement  $dF$  als Mittelpunkt nicht nur eine Kugel wie in Fig. 2, sondern zwei Kugeln mit den Radien  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  zu denken. Beide Molekülarten 1 und 2 bringen von verschiedenen Distanzen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  Impulse nach  $dF$ . Wir rechnen also so, als ob die beiden verschiedenen Molekülarten mit den mittleren freien Weglängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  im Mischgas ungestört nebeneinander existierten.

Setzen wir wieder an Stelle von  $1/3$  die Konstante  $k$ , so erhält man in Anlehnung an Gleichung (6) im Mischgas als Kraftwirkung  $dK_m$  auf das Flächenelement  $dF$ , entsprechend den beiden verschiedenen Weglängen, den Ausdruck

$$dK_m = k \nu_1 m_1 c_1 \lambda_1 \cdot dF \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0} + k \nu_2 m_2 c_2 \lambda_2 dF \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0}$$

Da ferner nach (4)  $dK_m = \eta_m \cdot dF \cdot \left( \frac{du}{dz} \right)_{z=0}$  gesetzt werden muss, kann  $\eta_m$  wie folgt dargestellt werden:

$$\eta_m = k \nu_1 m_1 c_1 \lambda_1 + k \nu_2 m_2 c_2 \lambda_2 \quad \dots \dots \dots (25)$$

Im reinen Einzelgas ist die Viskosität laut Gleichung (7)

$$\eta_1 = k \cdot \nu_1 \cdot m_1 \cdot c_1 \cdot \lambda_{11}$$

und

$$\eta_2 = k \cdot \nu_2 \cdot m_2 \cdot c_2 \cdot \lambda_{22}$$

In diesen Gleichungen sind  $\nu_1$  und  $\nu_2$  nach Gleichung (8) und  $\lambda_{11}$  und  $\lambda_{22}$  nach Gleichung (23) und (24) einzusetzen, so dass

$$\eta_1 = \frac{(k m_1 c_1) k_1}{\pi \sqrt{2} \sigma_1^2 \cdot \varrho_{11}} \quad \dots \dots \dots (26)$$

und

$$\eta_2 = \frac{(k m_2 c_2) k_1}{\pi \sqrt{2} \sigma_2^2 \cdot \varrho_{22}} \quad \dots \dots \dots (27)$$

wird. Setzt man die aus diesen Gleichungen berechneten eingeklammerten Werte, sowie die Werte für  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  aus (21) und (22) in die Gleichung (25) ein, so erhält man für die Mischung, wenn die Abkürzung

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad \dots \dots \dots (28)$$

benützt wird,

$$\eta_m = \frac{\eta_1 \pi \sqrt{2} \sigma_1^2 \Theta_{11} \nu_1 k_1}{k_1 \pi \left[ \sqrt{2} \cdot \nu_1 \sigma_1^2 \Theta_{11} + \nu_2 \sigma^2 \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2} \cdot \Theta_{12}} \right]} + \frac{\eta_2 \cdot \pi \sqrt{2} \sigma_2^2 \Theta_{22} \nu_2 k_1}{k_1 \pi \left[ \sqrt{2} \cdot \nu_2 \sigma_2^2 \Theta_{22} + \nu_1 \sigma^2 \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \Theta_{21}} \right]}$$

oder

$$\eta_m = \left. \begin{aligned} & \frac{\eta_1}{1 + \frac{\nu_2}{\nu_1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\Theta_{12}}{\Theta_{11}}} \right]} \\ & + \frac{\eta_2}{1 + \frac{\nu_1}{\nu_2} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sigma}{\sigma_2} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\Theta_{21}}{\Theta_{22}}} \right]} \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

Das Mischvolumen sei gleich 1 cm<sup>3</sup> gesetzt. Das Partialvolumen des ersten Gases sei x. Dann ist das Partialvolumen des zweiten Gases (1-x). Die Partialvolumina sind der Anzahl der Moleküle des betreffenden Gases pro cm<sup>3</sup> Mischung proportional. Ferner sind die Molekülmassen den Molekulargewichten M proportional. Wir können also Gleichung (29) auch schreiben

$$\boxed{\eta_m = \frac{\eta_1}{1 + \frac{1-x}{x} \cdot A} + \frac{\eta_2}{1 + \frac{x}{1-x} B} \dots (30)}$$

in welcher die Konstanten A und B die Abkürzungen sind für

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{M_1}{M_2} \cdot \frac{\Theta_{12}}{\Theta_{11}}} \dots (31)$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sigma}{\sigma_2} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{\Theta_{21}}{\Theta_{22}}} \dots (32)$$

Dividiert man die erste dieser Gleichungen durch die zweite, so wird

$$\frac{A}{B} = \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{M_1}{M_2} \cdot \frac{\Theta_{12}}{\Theta_{21}} \cdot \frac{\Theta_{22}}{\Theta_{11}}} \dots (33)$$

Die gaskinetischen Moleküldurchmesser  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  können aus den Gleichungen (26) und (27) bestimmt werden. Für die Geschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  sind die Gleichungen (20) zu verwenden.

$$\sigma_1^2 = \frac{k \cdot k_1 \cdot m_1 \cdot 2}{\pi \sqrt{2} \Theta_{11} \cdot \eta_1 \cdot \sqrt{\pi h m_1}} = \frac{2 k k_1}{\pi \sqrt{2} \pi h} \cdot \frac{\sqrt{m_1}}{\eta_1 \Theta_{11}} \dots \dots (34)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{k \cdot k_1 \cdot m_2 \cdot 2}{\pi \sqrt{2} \Theta_{22} \cdot \eta_2 \cdot \sqrt{\pi h m_2}} = \frac{2 k k_1}{\pi \sqrt{2} \pi h} \cdot \frac{\sqrt{m_2}}{\eta_2 \cdot \Theta_{22}} \dots \dots (35)$$

Durch Division erhält man das Verhältnis

$$\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{\Theta_{11}}{\Theta_{22}}} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \sqrt{\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{\Theta_{11}}{\Theta_{22}}}$$

welches in (33) einzusetzen ist. Also

$$\frac{A}{B} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \sqrt{\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{\Theta_{11}}{\Theta_{22}}} \sqrt{\frac{M_1}{M_2} \cdot \frac{\Theta_{12}}{\Theta_{21}} \cdot \frac{\Theta_{22}}{\Theta_{11}}} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{\Theta_{12}}{\Theta_{21}} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \varphi \dots \dots (36)$$

Das Verhältnis von  $A$  zu  $B$  ist also gleich dem Verhältnis von  $\eta_1$  zu  $\eta_2$ , multipliziert mit einer vorläufig noch unbekanntem Konstantengröße  $\varphi$ .

Die Frage, wie die Grössen  $\Theta$  und damit auch  $\varphi$  aus den molekularen Daten erklärt werden kann, soll offen gelassen werden. Dagegen ist mir bei der Auswertung von in der Literatur zu findenden experimentellen Arbeiten über binäre Mischreibung bezüglich  $\varphi$  eine bemerkenswerte Gesetzmässigkeit aufgefallen. Es kann einfach

$$\varphi = \frac{s_2}{s_1} \dots \dots \dots (37)$$

gesetzt werden, wenn unter  $s_2$  und  $s_1$  das spezifische Gewicht der beiden Gase, bezogen auf Luft, verstanden wird. Damit wird

$$\boxed{\frac{A}{B} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{s_2}{s_1}} \text{ (Konstanten-Formel) } \dots \dots (38)$$

Indem man mit Hilfe dieser Gleichung  $B$  durch  $A$  ausdrückt und in (30) einsetzt, erhält man eine Gleichung für die binäre Mischgasreibung, in welcher nur noch eine unbekanntem Konstante, nämlich  $A$ , vorkommt:

$$\eta_m = \frac{\eta_1}{1 + \frac{1-x}{x} A} + \frac{\eta_2}{1 + \frac{x}{1-x} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \cdot A} \dots \dots \dots (39)$$

## Diskussion der aufgestellten Mischungsgleichung.

### a) Bestimmung der Konstanten.

Mit der Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1-x}{x} \\ b &= \frac{x}{1-x} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

schreibt sich die Gleichung (39)

$$\eta_m = \frac{\eta_1}{1+aA} + \frac{\eta_2}{1+bA}$$

daraus wird

$$\eta_m(1+aA)(1+bA) = \eta_1(1+bA) + \eta_2(1+aA)$$

$$ab\eta_m A^2 + [\eta_m(a+b) - b\eta_1 - a\eta_2] \cdot A + (\eta_m - \eta_1 - \eta_2) = 0$$

Wir setzen

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= ab\eta_m \\ \beta &= \eta_m(a+b) - b\eta_1 - a\eta_2 \\ \gamma &= \eta_m - \eta_1 - \eta_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

dann ist

$$A^2 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) A + \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right) = 0$$

$$\boxed{A = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}} \dots \dots \dots (42)$$

Dabei ist

$$p = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\eta_m a}{ab\eta_m} + \frac{\eta_m b}{ab\eta_m} - \frac{b\eta_1}{ab\eta_m} - \frac{a\eta_2}{ab\eta_m} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{a} \frac{\eta_1}{\eta_m} - \frac{1}{b} \frac{\eta_2}{\eta_m}$$

$$p = \frac{1}{b} \left(1 - \frac{\eta_2}{\eta_m}\right) + \frac{1}{a} \left(1 - \frac{\eta_1}{\eta_m}\right)$$

und unter Berücksichtigung der Abkürzungen (40)

$$\boxed{p = \frac{1-x}{x} \cdot \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{s_2}{s_1} \left(1 - \frac{\eta_2}{\eta_m}\right) + \frac{x}{1-x} \left(1 - \frac{\eta_1}{\eta_m}\right)} \dots \dots (43)$$

ferner wird

$$q = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\eta_m - \eta_1 - \eta_2}{ab\eta_m} = \frac{\eta_m - (\eta_1 + \eta_2)}{\frac{1-x}{x} \cdot \frac{x}{1-x} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \cdot \eta_m}$$

$$\boxed{q = \frac{\eta_m - (\eta_1 + \eta_2)}{\eta_m} \cdot \frac{\eta_1 \cdot s_2}{\eta_2 \cdot s_1}} \dots \dots \dots (44)$$

Nach (38) ist

$$B = A \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \dots \dots \dots (45)$$

Ist also  $\eta_m$  für einen Punkt der Mischungskurve bekannt, so kann daraus nach (43) und (44)  $p$  und  $q$  berechnet werden, da  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $s_1$ ,  $s_2$  als bekannt vorausgesetzt werden dürfen. Nach (42) ist damit auch  $A$  bestimmt, so dass mit Hilfe von (39) der ganze Kurvenverlauf berechnet werden kann.

#### b) Bedingung für Linearität.

Für Linearität müssen die folgenden beiden Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein:

$$\left. \begin{array}{l} A = 1 \\ \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 1 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

Dann erhält Gleichung (39) die einfache Form

$$\eta_m = \frac{\eta_1}{1 + \frac{1-x}{x}} + \frac{\eta_2}{1 + \frac{x}{1-x}}$$

$$\eta_m = \eta_1 \cdot x + \eta_2 \cdot (1-x) \dots \dots \dots (45)$$

Das ist aber die lineare Mischungsgleichung für das Mischvolumen 1.

### Experimentelle Nachprüfung der aufgestellten Mischungsgleichung.

In zahlreichen experimentellen Arbeiten haben MAX TRAUTZ und seine Mitarbeiter am Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Heidelberg sich der Aufgabe unterzogen, binäre Gas-mischungen mit exakten Methoden möglichst genau zu vermessen. Diese Forschungsergebnisse, die alle in den Annalen der Physik erschienen sind, sind heute wohl die zuverlässigsten Daten, die wir über die binäre Mischgasreibung besitzen. Es war deshalb gegeben, solche Versuchsergebnisse der Nachprüfung der Konstanten-Formel zugrunde zu legen.

In den Tabellen I bis XI sind die Resultate verzeichnet. Die Versuchspunkte sind rund, die berechneten Punkte viereckig eingezeichnet. Die Versuchspunkte wurden durch eine Kurve miteinander verbunden. Das Mischvolumen ist stets gleich 1 gesetzt.  $x$  ist das Partialvolumen des ersten Gases;  $1-x$  das Partialvolumen

des zweiten Gases. Die spezifischen Gewichte, bezogen auf Luft = 1, sind den Deutschen Ingenieur-Normen, DIN 1871, entnommen.

Als Basispunkt ist derjenige Punkt der experimentellen Kurve bezeichnet, der bei der Berechnung als bekannt vorausgesetzt wird. Mit den Abszissen und Ordinatenwerten dieses Basispunktes sind nach den Gleichungen (43) und (44) die Abkürzungen  $p$  und  $q$  ermittelt und damit nach (42) die positiven Werte von  $A$  und dann nach (45)  $B$  bestimmt worden. Damit ist dann mit (30) für die dem jeweiligen Versuch entsprechenden Abszissen der Wert  $\eta_m$  berechnet worden.

Wie die Tabellen I bis XI zeigen, liegen die Differenzen zwischen den so ermittelten Werten von  $\eta_m$  und den Versuchswerten innerhalb der Fehlergrenzen, mit denen die Versuche wohl ausgeführt werden konnten. Unzulässige Abweichungen zwischen Versuch und Berechnung zeigen sich nur in Tabelle VII bei der Mischung  $H_2$ — $O_2$ . Eine experimentelle Nachprüfung wäre hier wünschenswert; Endgültiges kann in diesem Fall noch nicht ausgesagt werden. Es ist aber sonst bemerkenswert, wie gut selbst so eigentümliche Viskositätskurven, wie sie zum Beispiel bei der Mischung Wasserstoff—Propan (Tabelle IV) auftreten, die Konstanten-Formel bestätigen.

KARL F. HERZFELD<sup>8)</sup> hat eine ähnliche Formel<sup>9)</sup> wie (38) mathematisch abgeleitet. Da sich aber seine Ableitung einer Weglängenformel bedient, in welcher sich offensichtlich ein Druckfehler im Fusszeichen der Molekülmasse eingeschlichen hat<sup>10)</sup>, ist der Beweis nicht haltbar. Ferner hat HERZFELD in den beiden unter Anmerkung<sup>8)</sup> angeführten Literaturstellen der Konstanten-Formel die Gültigkeit abgesprochen. Im Gegensatz dazu habe ich jedoch eine gute Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erhalten.

<sup>8)</sup> Müller-Pouillet's Lehrbuch d. Phys., 3. Band, 11. Auflage (1925). K. F. Herzfeld: Kinetische Theorie der Wärme, S. 68.

Hand- und Jahrbuch der Chem. Phys., Band 3, Teil 2, Abschnitt IV, Artikel K. F. Herzfeld, S. 196 (1939).

<sup>9)</sup> Herzfeld rechnet mit Verhältnissen von Molekülmassen oder Molekulargewichten. In Formel (38) sind spezifische Gewichte eingesetzt, was unwesentlich ist.

<sup>10)</sup> Die benützte Formel für die freie Weglänge lautet mit den Bezeichnungen Herzfelds in Müller-Pouillet, Lehrbuch d. Phys., 3. Bd., Seite 46

$$\Lambda^{-1} = \left\{ \pi \cdot \sqrt{2} \cdot N_1 \cdot d_1^2 + \pi N_2 \cdot \left( \frac{d_1 + d_2}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}} \right\} \frac{1}{v}$$

Der fettgedruckte Index des im Wurzelzeichen unter dem Bruchstrich stehenden  $m$  sollte nicht eine 1, sondern eine 2 sein. Siehe z. B. sinngemäss Boltzmann, Gastheorie I, Seite 70, oder Geiger-Scheel, Handb. d. Phys., Bd. IX, Artikel Jaeger, S. 399 (1926).



Und doch ist eine Ablehnung der Konstanten-Formel begreiflich, wenn man ihr nur die Nachprüfung von KARL SCHMITT<sup>11)</sup> zugrunde legt, die in der Literatur gerne zitiert wird. SCHMITT hat nach der Methode der kleinsten Quadrate die damals zur Verfügung stehenden Versuchsergebnisse der unter Prof. DORN am Physikalischen Institut der Universität Halle ausgeführten Arbeiten mit der SUTHERLAND-THIESENschen Gleichung (30) verglichen. Er fand dabei eine sehr gute Uebereinstimmung zwischen Versuch und Gleichung; jedoch haben die von ihm gefundenen Konstanten  $A$  und  $B$  ganz andere Werte als die von mir nach der Konstanten-Formel berechneten Ergebnisse. Selbst wenn man berücksichtigt, dass die von mir benützten und bereits genannten Heidelberger Versuchsergebnisse von den ältern Hallensischen Werten gewisse Abweichungen zeigen und dass auch die den verschiedenen aufgenommenen Kurven zugrunde liegenden konstanten Temperaturen nicht genau miteinander übereinstimmen, so genügen diese Abweichungen noch nicht, um die Differenz zwischen den verschiedenen ermittelten Konstanten  $A$  und  $B$  zu erklären. Das heisst aber, dass die Lösung der SUTHERLAND-THIESENschen Gleichung bezüglich der Konstanten  $A$  und  $B$  mehrdeutig ist. Immerhin sind noch weitere genauere Nachprüfungen vorzusehen. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Werte zeigt Tabelle XII.

Bei einer so überaus komplizierten Erscheinung, wie es die Misch-Viskosität darstellt, kann kaum eine bessere Uebereinstimmung zwischen Theorie und Wirklichkeit erwartet werden, als es in den Tabellen I bis XI nachgewiesen wird. Dies darf wohl nicht mehr auf Zufälligkeiten zurückgeführt werden, sondern muss in Gesetzmässigkeiten seinen Grund haben, welche in weiteren Arbeiten noch aufgeklärt werden müssen.

### Zusammenfassung.

1. Ist in der SUTHERLAND-THIESENschen Formel

$$\eta_m = \frac{\eta_1}{1 + \frac{1-x}{x} A} + \frac{\eta_2}{1 + \frac{x}{1-x} B}$$

für ein bestimmtes Partialvolumen  $x$  des ersten Gases die Mischviskosität  $\eta_m$  bekannt, so kann, unter Heranziehung der aufgestellten Konstantenformel

<sup>11)</sup> K. Schmitt, Ann. d. Physik. **30**, 393, (1909).



$$\frac{A}{B} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{s_2}{s_1}$$

der Konstantenwert  $A$  als die positive Wurzel einer quadratischen Gleichung berechnet werden. Damit ist, durch die Konstantenformel, auch  $B$  bestimmt.

Berechnet man mit den so erhaltenen Werten  $A$  und  $B$  die Viskositätskurve für verschiedene Mischungsverhältnisse, so ergeben sich in 10 nachgerechneten Fällen gute Uebereinstimmungen mit den Heidelberger Versuchsergebnissen.

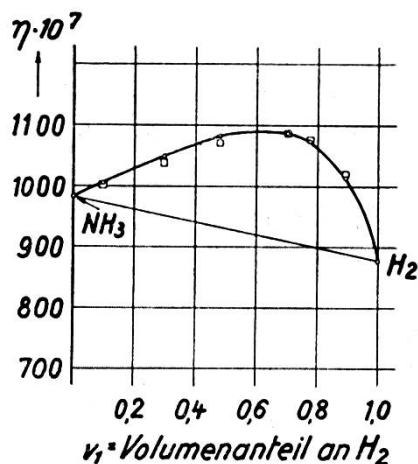
Es ist also möglich, die Viskosität einer binären Gasmischung vorzuberechnen, wenn nur für *ein* bestimmtes Mischungsverhältnis die Mischviskosität bekannt ist.

2. Die nach der aufgestellten Konstanten-Formel bestimmten Werte  $A$  und  $B$  sind nicht die einzige Möglichkeit der SUTHERLAND-THIESENSchen Gleichung und damit der Wirklichkeit zu genügen, da die von K. SCHMITT gefundenen Werte ebenfalls eine befriedigende Lösung der Gleichung darstellen.
-

Misch-Viskosität der Isotherme 20° C  
Wasserstoff - Ammoniak

H<sub>2</sub> — NH<sub>3</sub>

Versuchspunkte nach Trautz u. Heberling, Anm. d. Phys. 10, 155 (1931)



$\eta_1 = \eta_{H_2} = 877 \cdot 10^{-7} P$  } Trautz und  
 $\eta_2 = \eta_{NH_3} = 982 \cdot 10^{-7} P$  } Heberling

$s_1 = s_{H_2} = 0,0695$  }  
 $s_2 = s_{NH_3} = 0,5967$  } DIN 1871

Basispunkt:

$x = 0,7025$  } aus Versuch  
 $\eta_m = 1087 \cdot 10^{-7} P$  } ausgewählt

$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 7,6675, \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,1304, \frac{1-x}{x} = 0,4234, \frac{x}{1-x} = 2,3613$

$p = 0,3136 + 0,4562 = 0,7698$  |  $A = 1,9801$

$q = \frac{1087 - 1859}{1087} \cdot 7,6675 = -5,4455$  |  $B = 0,2582$

Probe:

x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1+\alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1+\beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	877	—
0,8918	0,1213	8,2421	707,20	313,92	1021,12	1011	+ 1,00
0,7761	0,2884	3,4662	558,24	518,23	1076,47	1072	+ 0,41
0,7025	0,4234	2,3613	477,07	610,08	1087,15	1087	+ 0,01
0,4823	1,0733	0,9316	280,62	791,61	1072,23	1080	- 0,72
0,2913	2,4328	0,4110	150,76	887,80	1038,56	1047	- 0,80
0,0995	9,0502	0,1104	46,35	954,78	1001,13	1004	- 0,28
0	—	—	—	—	—	982	—

Misch-Viskosität der Isotherme 20° C Helium - Argon		He — Ar					
Versuchspunkte nach Trautz u. Binkele Ann. d. Phys. 5, 561, (1930) Trautz u. Kipphan Ann. d. Phys. 2, 743, (1929)							
	$\eta_1 = \eta_{He} = 1973 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{Ar} = 2211 \cdot 10^{-7} P$	Trautz Binkele Kipphan					
$s_1 = s_{He} = 0,1381$ $s_2 = s_{Ar} = 1,3799$	} DIN 1871						
Basispunkt: $x = 0,5966$ $\eta_m = 2304 \cdot 10^{-7} P$							
		} Aus Versuch ausgewählt					
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 8,9164, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,1121, \quad \frac{1-x}{x} = 0,6761, \quad \frac{x}{1-x} = 1,4789$							
$p = 0,2435 + 0,2125 = 0,4560$		$A = 2,4789$					
$q = \frac{2304 - 4184}{2304} \cdot 8,9164 = -7,2755$		$B = 0,2778$					
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1 + \alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1 + \beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	1973	—
0,4906	1,0383	0,9630	552,07	1744,37	2296,44	2296	+ 0,01
0,3820	1,6178	0,6181	393,78	1887,00	2280,78	2291	— 0,48
0,3405	1,9368	0,5163	340,10	1933,70	2273,80	2278	— 0,18
0	—	—	—	—	—	2211	—
0,3660	1,7322	0,5773	372,69	1905,54	2278,23	2286	— 0,34
0,5966	0,6761	1,4789	737,32	1567,19	2304,51	2304	+ 0,02
0,7565	0,3218	3,1067	1097,51	1186,79	2284,30	2270	+ 0,63

Misch-Viskosität der Isotherme 20° C Wasserstoff - Methan		H <sub>2</sub> — CH <sub>4</sub>					
Versuchspunkte nach Max Trautz und Karl Georg Sorg, Ann. d. Phys. <b>10</b> , 81 (1931)							
		$\eta_1 = \eta_{H_2} = 876 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{CH_4} = 1087 \cdot 10^{-7} P$ } Trautz und Sorg $s_1 = s_{H_2} = 0,0695$ $s_2 = s_{CH_4} = 0,5545$ } DIN 1871					
$\eta \cdot 10^7$ ↑ 1050 1000 950 900 850		Basispunkt: $x = 0,4855$ $\eta_m = 1098 \cdot 10^{-7} P$ } aus Versuch ausgewählt					
$v_1 \cdot \text{Volumenanteil an } H_2$ 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0							
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 6,4297, \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,1555, \frac{1-x}{x} = 1,0597, \frac{x}{1-x} = 0,9436$							
$p = 0,0688 + 0,1907 = 0,2595$		$A = 2,1246$					
$q = \frac{1098 - 1963}{1098} \cdot 6,4297 = -5,0653$		$B = 0,3303$					
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1 + \alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1 + \beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	876	—
0,9223	0,0842	11,8700	743,12	220,90	964,02	955	+ 0,94
0,6022	0,6605	1,5138	364,51	724,66	1089,17	1086	+ 0,29
0,4855	1,0597	0,9436	269,42	828,75	1098,17	1098	+ 0,01
0,2808	2,5612	0,3904	135,99	962,88	1098,87	1099	- 0,01
0	—	—	—	—	—	1087	—

Misch-Viskosität der Isotherme 26,9° C Wasserstoff - Propan		H <sub>2</sub> — C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>							
Versuchspunkte nach M. Trautz und F. Kurz, Ann. d. Phys. 9, 992 (1931)									
				$\eta_1 = \eta_{H_2} = 891 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{C_3H_8} = 817 \cdot 10^{-7} P$				Trautz und Kurz	
$s_1 = s_{H_2} = 0,0695$ $s_2 = s_{C_3H_8} = 1,562$				$\left. \begin{array}{l} s_1 = s_{H_2} = 0,0695 \\ s_2 = s_{C_3H_8} = 1,562 \end{array} \right\} \text{DIN 1871}$					
Basispunkt: $x = 0,5818$ $\eta_m = 924 \cdot 10^{-7} P$									
$\left. \begin{array}{l} x = 0,5818 \\ \eta_m = 924 \cdot 10^{-7} P \end{array} \right\} \text{Aus Versuch ausgewählt}$									
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 24,5104, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,0407, \quad \frac{1-x}{x} = 0,7188, \quad \frac{x}{1-x} = 1,3912$									
$p = 2,0419 + 0,0498 = 2,0917$									
$q = \frac{924 - 1708}{924} \cdot 24,5104 = -20,7923$									
$A = 3,6324$ $B = 0,1478$									
Probe:									
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1+\alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1+\beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %		
1	—	—	—	—	—	891	—		
0,9225	0,0840	11,9032	682,70	296,10	978,8	970	+ 0,90		
0,8750	0,1428	7,0000	586,68	401,55	988,23	987	+ 0,12		
0,7882	0,2687	3,7214	450,91	527,09	978,00	985	- 0,71		
0,5818	0,7188	1,3912	246,75	677,67	924,42	924	+ 0,04		
0,3704	1,6997	0,5883	124,20	751,67	875,87	873,6	+ 0,25		
0,1821	4,4914	0,2226	51,45	790,97	842,42	836	+ 0,76		
0	—	—	—	—	—	817	—		

Misch-Viskosität der Isotherme 19° C Wasserstoff - Stickstoff		H <sub>2</sub> — N <sub>2</sub>					
Versuchspunkte nach Trautz u. Baumann, Ann. d. Phys. 2, 733 (1929)							
		$\eta_1 = \eta_{H_2} = 874 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{N_2} = 1739 \cdot 10^{-7} P$ } Trautz und Baumann $s_1 = s_{H_2} = 0,0695$ $s_2 = s_{N_2} = 0,9673$ } DIN 1871  Basispunkt: $x = 0,5053$ $\eta_m = 1598 \cdot 10^{-7} P$ } Aus Versuch ausgewählt					
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 6,9950, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,1429, \quad \frac{1-x}{x} = 0,9790, \quad \frac{x}{1-x} = 1,0214$							
$p = -0,6040 + 0,4627 = -0,1413$ $q = \frac{1598 - 2613}{1598} \cdot 6,9950 = -4,4430$		$A = 2,1796$ $B = 0,3114$					
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1 + \alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1 + \beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	874	—
0,8077	0,2380	4,2002	575,49	753,49	1328,98	1305	+ 1,83
0,6672	0,4988	2,0048	418,76	1070,68	1489,44	1472	+ 1,18
0,5053	0,9790	1,0214	278,89	1319,42	1598,31	1598	0,00
0,2021	3,9480	0,2532	90,99	1611,97	1702,96	1703	0,00
0	—	—	—	—	—	1739	—

Misch-Viskosität der Isotherme 19° C Wasserstoff - Kohlenoxyd		H <sub>2</sub> — CO					
Versuchspunkte nach M. Trautz und Baumann, Anm. d. Phys. 2, 733 (1929)							
		$\eta_1 = \eta_{H_2} = 874 \cdot 10^{-7} P$ } Trautz und $\eta_2 = \eta_{CO} = 1745 \cdot 10^{-7} P$ } Baumann $s_1 = s_{H_2} = 0,0695$ } $s_2 = s_{CO} = 0,9669$ } DIN 1871					
Basispunkt: $x = 0,4755$ $\eta_m = 1610 \cdot 10^{-7} P$		} Aus Versuch } ausgewählt					
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 6,9680, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,1435, \quad \frac{1-x}{x} = 1,1030, \quad \frac{x}{1-x} = 0,9065$							
$p = -0,6440 + 0,4144 = -0,2296$ $q = \frac{1610 - 2619}{1610} \cdot 6,9680 = -4,3669$		$A = 2,2076$ $B = 0,3167$					
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1+\alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1+\beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	874	—
0,6947	0,4394	2,2754	443,65	1014,18	1457,83	1449	+ 0,60
0,4755	1,1030	0,9065	254,44	1355,86	1610,30	1610	+ 0,01
0,4096	1,4414	0,6937	208,99	1430,79	1639,78	1651	- 0,67
0,1927	4,1894	0,2386	85,28	1622,50	1707,78	1717	- 0,53
0	—	—	—	—	—	1745	—

Misch-Viskosität der Isotherme 26,9° C Wasserstoff - Sauerstoff		H <sub>2</sub> — O <sub>2</sub>					
Versuchspunkte nach Max Trautz und Albert Melster, Ann. d. Phys. 7, 414, (1930)							
		$\eta_1 = \eta_{H_2} = 889 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{O_2} = 2057 \cdot 10^{-7} P$ } Trautz und Melster $s_1 = s_{H_2} = 0,0695$ $s_2 = s_{O_2} = 1,1053$ } DIN 1871					
<p>Basispunkt:</p> $x = 0,6030$ $\eta_m = 1784 \cdot 10^{-7} P$		<p>Aus Versuch ausgewählt</p>					
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 6,8732, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,1454, \quad \frac{1-x}{x} = 0,6583, \quad \frac{x}{1-x} = 1,5188$							
$p = -0,6922 + 0,7619 = 0,0697$		$A = 2,0813$ $B = 0,3026$					
$q = \frac{1784 - 2946}{1784} \cdot 6,8732 = -4,4768$							
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1 + \alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1 + \beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	889	—
0,9586	0,0434	23,1545	815,82	256,90	1072,72	1053	+ 1,87
0,8633	0,1583	6,3152	668,72	706,65	1375,37	1314	+ 4,66
0,7808	0,2807	3,5620	561,16	989,98	1551,14	1494	+ 3,82
0,6030	0,6583	1,5188	375,09	1409,38	1784,47	1784	+ 0,02
0,3945	1,5358	0,6515	211,84	1718,31	1930,15	1925	+ 0,26
0,1835	4,4495	0,2247	86,64	1924,33	2010,97	2019	- 0,39
0	—	—	—	—	—	2057	—



Misch-Viskosität der Isotherme 20° C Wasserstoff - Helium		H <sub>2</sub> — He					
Versuchspunkte nach Trautz u. Binkele Ann. d. Phys. 5, 561 (1930) Trautz u. Kipphan Ann. d. Phys. 2, 743, (1929)							
	$\eta_1 = \eta_{H_2} = 875 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{He} = 1974 \cdot 10^{-7} P$ $s_1 = s_{H_2} = 0,0695$ $s_2 = s_{He} = 0,1381$	Trautz Binkele Kipphan } DIN 1871					
Basispunkt: $x = 0,6069$ $\eta_m = 1252 \cdot 10^{-7} P$							
} Aus Versuch ausgewählt							
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 0,8807, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 1,1353, \quad \frac{1-x}{x} = 0,6477, \quad \frac{x}{1-x} = 6,5438$							
$p = -0,3288 + 0,4649 = 0,1361$ $q = \frac{1252 - 2849}{1252} \cdot 0,8807 = -1,1233$		$A = 0,9940$ $B = 1,1284$					
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1 + \alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1 + \beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	875	—
0,6918	0,4455	2,2446	606,45	558,76	1165,21	1166	— 0,06
0,6069	0,6477	1,5438	532,30	719,91	1252,21	1252	+ 0,01
0,5520	0,8115	1,2321	484,33	825,83	1310,16	1317	— 0,51
0	—	—	—	—	—	1974	—
0,2163	3,6232	0,2759	190,15	1505,37	1695,52	1694	+ 0,08
0,5130	0,9493	1,0533	450,19	901,98	1352,17	1351	+ 0,08
0,8040	0,2437	4,1020	704,39	350,70	1055,09	1061	— 0,55

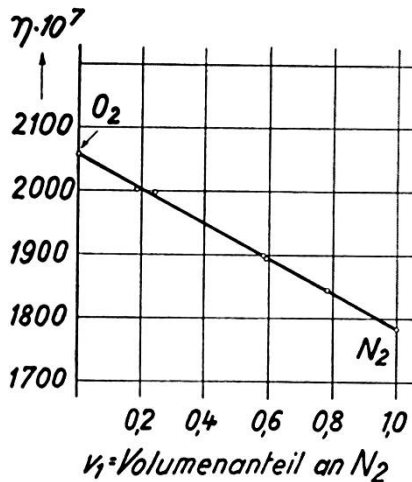
Misch-Viskosität der Isotherme 26,9° C Kohlensäure - Propan		CO <sub>2</sub> — C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>					
Versuchspunkte nach Max Trautz u. Friedrich Kurz, Ann. d. Phys. 9, 992 (1931)							
<p style="text-align: center;"><math>v_1 = \text{Volumenanteil an CO}_2</math></p>	$\eta_1 = \eta_{\text{CO}_2} = 1493 \cdot 10^{-7} P$ $\eta_2 = \eta_{\text{C}_3\text{H}_8} = 817 \cdot 10^{-7} P$	$s_1 = s_{\text{CO}_2} = 1,5291$ $s_2 = s_{\text{C}_3\text{H}_8} = 1,562$	Trautz und Kurz  } DIN 1871				
Basispunkt:							
		$x = 0,5776$			} Aus Versuch ausgewählt		
		$\eta_m = 1174 \cdot 10^{-7} P$					
$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 1,8667, \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 0,5356, \frac{1-x}{x} = 0,7313, \frac{x}{1-x} = 1,3674$							
$p = 0,4151 - 0,3715 = 0,0436$				$A = 1,3223$			
$q = \frac{1174 - 2310}{1174} \cdot 1,8667 = -1,8063$				$B = 0,7082$			
Probe:							
x Versuch	$\alpha = \frac{1-x}{x}$	$\beta = \frac{x}{1-x}$	$\frac{\eta_1}{1 + \alpha A}$	$\frac{\eta_2}{1 + \beta B}$	$\eta_m \cdot 10^7$ berechnet	$\eta_m \cdot 10^7$ Versuch	Differenz %
1	—	—	—	—	—	1493	—
0,7883	0,2685	3,7236	1101,84	224,63	1326,47	1326	+ 0,03
0,5776	0,7313	1,3674	759,06	415,07	1174,13	1174	+ 0,01
0,4025	1,4844	0,6736	503,91	553,14	1057,05	1058	— 0,08
0,1893	4,2826	0,2334	224,07	701,16	925,23	926,4	— 0,12
0	—	—	—	—	—	817	—

Misch-Viskosität der Isotherme 26,9° C  
Stickstoff - Sauerstoff

N<sub>2</sub>—O<sub>2</sub>

Versuchspunkte nach M. Trautz und A. Melster

Ann. d. Phys. 7, 409 (1930)



$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \eta_{N_2} = 1781 \cdot 10^{-7} P \\ \eta_2 &= \eta_{O_2} = 2057 \cdot 10^{-7} P \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Trautz und} \\ \text{Melster} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= s_{N_2} = 0,9673 \\ s_2 &= s_{O_2} = 1,1053 \end{aligned} \right\} \text{DIN 1871}$$

Basispunkt:

$$\left. \begin{aligned} x &= 0,5893 \\ \eta_m &= 1894 \cdot 10^{-7} P \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Aus Versuch} \\ \text{ausgewählt} \end{array}$$

$$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 0,9893, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 1,0107, \quad \frac{1-x}{x} = 0,6969, \quad \frac{x}{1-x} = 1,4348$$

$$\begin{array}{l|l} p = -0,0592 + 0,0856 = 0,0264 & A = 1,0372 \\ q = \frac{1894-3838}{1894} \cdot 0,9893 = -1,0154 & B = 1,0482 \end{array}$$

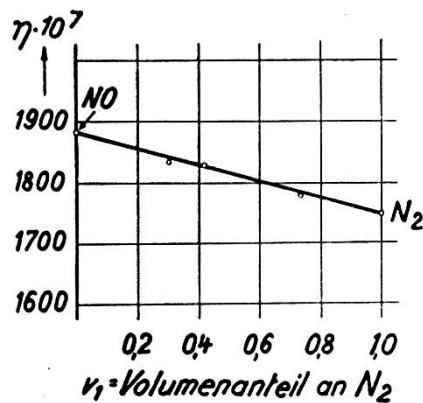
Die Werte für A und für  $\frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2}$  sind beide  $\cong 1$ , somit wird auch  $B \cong 1$ . Die Kurve der Misch-Viskosität wird also nahezu eine Gerade.

Misch-Viskosität der Isotherme 20° C  
Stickstoff - Stickoxyd

N<sub>2</sub>—NO

Versuchspunkte nach Max Trautz und Ernst Gabriel,

Ann. d. Phys. 11, 606 (1931)



$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \eta_{N_2} = 1747 \cdot 10^{-7} P \\ \eta_2 &= \eta_{NO} = 1882 \cdot 10^{-7} P \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Trautz und} \\ \text{Gabriel} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= s_{N_2} = 0,9673 \\ s_2 &= s_{NO} = 1,0367 \end{aligned} \right\} \text{DIN 1871}$$

Basispunkt :

$$\left. \begin{aligned} x &= 0,4163 \\ \eta_m &= 1827 \cdot 10^{-7} P \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Aus Versuch} \\ \text{ausgewählt} \end{array}$$

$$\frac{\eta_1 s_2}{\eta_2 s_1} = 0,9948, \quad \frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2} = 1,0051, \quad \frac{1-x}{x} = 1,4021, \quad \frac{x}{1-x} = 0,7132$$

$$\begin{array}{l|l} p = -0,0419 + 0,0312 = -0,0107 & A = 0,9958 \\ q = \frac{1827-3629}{1827} \cdot 0,9948 = -0,9811 & B = 1,0008 \end{array}$$

Die Werte für  $A$  und für  $\frac{\eta_2 s_1}{\eta_1 s_2}$  sind beide  $\cong 1$ , somit wird auch  $B \cong 1$ . Die Kurve der Misch-Viskosität wird also nahezu eine Gerade.

Gegenüberstellung der verschiedenen ermittelten Konstanten A und B							
Mischung	Versuchstemp- eratur	Nach Schmitt		Versuchstemp- eratur	Nach Schudel		Tabelle
		A	B		A	B	
Ar—He	15 °C	0,343	2,032	20 °C	0,2778	2,4789	II
N <sub>2</sub> —H <sub>2</sub>	15 °C	0,23	3,57	19 °C	0,3114	2,1796	V
O <sub>2</sub> —H <sub>2</sub>	15 °C	0,373	1,362	26,9 °C	0,3026	2,0813	VII
O <sub>2</sub> —N <sub>2</sub>	15 °C	0,456	2,443	26,9 °C	1,0482	1,0372	X

Wird in Gleichung (30) Gas 1 als Gas 2 bezeichnet und Gas 2 als Gas 1, so ist statt  $x$  der Wert  $(1-x)$  zu setzen. Ferner sind die Konstanten  $A$  und  $B$  miteinander zu vertauschen. Die Reihenfolge der Mischgaskomponenten ist in obiger Tabelle nach K. Schmidt, Ann. d. Phys. **30**, 393 (1909), angeschrieben. Diese Reihenfolge ist gerade umgekehrt als in unsern Tabellen II, V, VII und X. Deshalb sind in obiger Tabelle XII, zum Vergleich mit den Schmittschen Konstanten die Werte  $A$  und  $B$  gegenüber den Werten der vorangehenden Tabellen vertauscht.

