Le pouvoir séparateur des instruments astronomiques d'observation, traité par l'analyse de Fourier [Fortsetzung]

Autor(en): **Berger, L.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft**

Band (Jahr): **- (1955)**

Heft 48

PDF erstellt am: **02.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-900425

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Le pouvoir séparateur des instruments astronomiques d'observation, traité par l'analyse de Fourier

Par L. BERGER, Rolle

(Manuscrit reçu en date du 1er décembre 1954)

IIme partie

6. Exemples d'instruments. Cas des instruments qui comportent des pièces mobiles

Comme illustration de la théorie, disons quelques mots du réfracteur ou réflecteur astronomique à ouverture circulaire.

On trouve dans sa prise primaire des couples ayant tous les écartements possibles entre D nul et D égale le diamètre d'ouverture $\triangle$ de l'objectif. Cet instrument peut donc nous faire connaître les amplitudes $A(\Omega)$ de toutes les pulsations d'image de $E_1^2(x_1)$, jusqu'à la pulsation maximum donnée par (11). M peut servir à mesurer le pouvoir séparateur de la lunette. Comparons avec la théorie classique (voir [4]).

Si l'on désigne par N la période d'image minimum $2\pi/M$ correspondante, on a par (7):

$$N = \frac{\lambda}{\triangle} \text{ (rad)}$$

Si ε est le rayon angulaire du disque d'Airy que donne la théorie classique de Foucault, on trouve alors facilement:

$$(12) \qquad \varepsilon = 1{,}22\ N$$

Cette relation n'est valable que pour l'ouverture circulaire. Pour l'ouverture carrée, on a:

$$\varepsilon = N$$

Examinons maintenant un instrument bizarre, qui a permis d'atteindre de très hautes pulsations d'image. Nous l'appellerons l'*obturateur lunaire*. La Lune, située à presque 400 000 km devant la Terre, produit une ombre relativement aux sources de lumière célestes. On mesure à l'aide de simples photomètres la répartition détaillée des éclairements aux confins gauches de cette ombre (fig. 4).

Cherchons une prise primaire de ce dispositif. En appliquant le procédé des zones de Fresnel, on trouve facilement que, pour arriver à déterminer les éclairements dans la région utile CD de mesure photométrique, il faut faire intervenir le champ de lumière sur tout un domaine plan EF, s'étendant depuis le bord gauche de la Lune jusqu'à, sensiblement, quelques dizaines de mètres à gauche de ce bord. Ce domaine plan constitue donc une prise primaire pour l'instrument. Or quelques dizaines de mètres, pour le dia-

mètre $\triangle$ d'une prise primaire, donnent une pulsation d'image maximum M tout à fait considérable, beaucoup plus grande que pour tout autre dispositif jamais utilisé jusqu'à maintenant. On comprend alors que ce diapositif ait permis la mesure de diamètres stellaires en ondes lumineuses, et du diamètre solaire en ondes hertziennes, au cours d'occultations.

Disons maintenant quelques mots des instruments comportant des pièces mobiles. Il faut faire immédiatement une distinction entre: *a)* Des instruments qui, quoique comportant des pièces mobiles, admettent une prise primaire fixe. Notre précédante théorie, où seule la nature de la prise primaire intervient, s'y applique, évidemment, parfaitement. *b)* Des instruments dont la prise primaire est essentiellement mobile et variable. Il faut alors faire une nouvelle distinction, suivant que l'instrument comporte ou non une «mémoire», c'est à dire un dispositif capable de comparer des impressions reçues à des instants différents. Dans la négative, il n'y a rien de nouveau; mais, dans l'affirmative, on a des possibilités théoriques amusantes d'instruments à très haut pouvoir séparateur.

A l'encontre de ce qui précède, ce qui suit ne présente rien de nouveau, et se trouve en substance dans le livre fondamental de Duffieux intitulé: «L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique».

7. Classes particulières d'instruments: Instruments à représentation imagée. Instruments à objectif mince

Les *instruments à représentation imagée* sont, par définition, des instruments où se forme, sur une certaine surface S_3, une véritable image de l'objet observé. Nous faisons toujours une théorie à une seule dimension. Nous appellerons $E_3^2(x_3)$ la grandeur (éclairement) qui forme l'image par l'ensemble de ses valeurs en fonction d'une coordonnée x_3.

Ces instruments sont, par exemple, les lunettes et télescopes; et la surface S_3 est alors le plan focal.

A chaque distribution de brillance $E_1^2(x_1)$ de l'objet, situé sur la voûte céleste, correspond une distribution $E_3^2(x_3)$ sur la surface S_3.

Nous ferons l'hypothèse suivante: l'opérateur fonctionnel qui fait correspondre la répartition $E_3^2(x_3)$ à la répartition $E_1^2(x_1)$ est linéaire et homogène. Cela est évidemment réalisé pour toutes les images formées par voie purement optique.

Pour un objet lumineux réduit à un point (étoile parfaite), d'intensité totale unité, la distribution de brillance $E_1^2(x_1)$ infiniment aiguë correspondante est ce qu'on appelle en analyse fonctionnelle la «fonction de Dirac». Nous appellerons *profil d'Airy* la distribution correspondante d'éclairement $E_3^2(x_3)$ sur S_3. Ce profil d'Airy est caractéristique de l'instrument (tache focale, figure de diffraction).

Nous ferons la seconde hypothèse suivante: un déplacement de la source ponctuelle sur la sphère céleste entraîne un déplacement égal du profil d'Airy sur S_3 sans aucune déformation de celui-ci. Cela suppose que l'astigmatisme, le coma, la distorsion, sont négligeables.

On démontrerait alors sans peine (voir [5]) qu'*à toute distribution de brillance $E_1^2(x_1)$ sinusoïdale correspond une distribution image $E_3^2(x_3)$ également sinusoïdale, de même période d'image, mais généralement ni de même amplitude, ni de même phase.* L'instrument conserve les sinusoïdes. Il se comporte donc exactement comme un filtre électrique linéaire. Le rapport G des amplitudes des sinusoïdes E_3^2 et E_1^2 correspondantes est identique au gain du filtre; il est fonction $G(\Omega)$ de la pulsation d'image Ω de la sinusoïde de E_1^2, exactement comme le gain du filtre électrique pour la pulsation d'un courant sinusoïdal.

En général, pour tenir compte des déphasages, le gain G devra être représenté par un nombre complexe. La fonction $G(\Omega)$ sera nommée *profil de bande passante* (courbe de réponse) de l'instrument à représentation imagée. On peut porter sur un graphique le module de $G(\Omega)$ (fig. 5).

On sait que la t. F. de la fonction de Dirac est plate, est une constante en fonction de Ω. A partir de cela, on démontrerait facilement l'important théorème suivant: *Le profil de bande passante $G = G(\Omega)$ d'un instrument à représentation imagée n'est autre que la transformée de Fourier du profil d'Airy de cet instrument.*

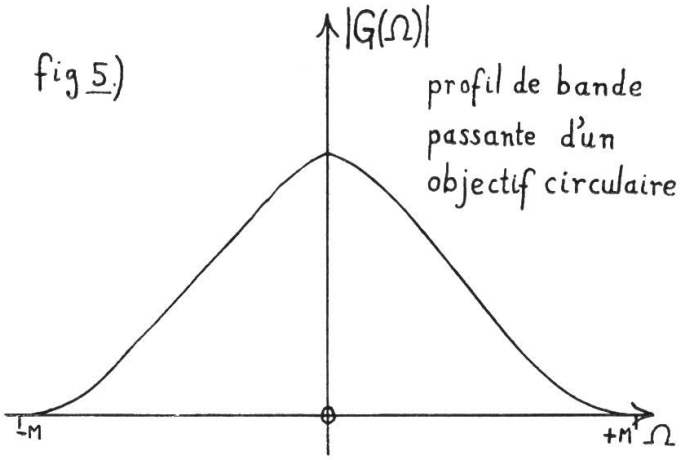

fig 5)

Si l'on se reporte au corollaire (11) de notre théorème fondamental, il est évident que, *dans le cas d'un instrument dont la prise primaire a un diamètre Δ, le gain G est rigoureusement égal à zéro pour toutes les pulsations d'image Ω supérieures en valeur absolue à la limite donnée par (11).* La bande passante d'un instrument a nécessairement une largeur limitée, parce que cet instrument a des dimensions nécessairemnet finies (fig. 5); l'imperfection correspondante de l'image est une véritable «distorsion harmonique».

Parlons finalement d'une sous-classe de la classe des instruments à représentation imagée. Un *instrument à objectif mince* est constitué par une pièce optique, perpendiculaire à la direction des astres observés, qui dévie ou absorbe la lumière (miroir de télescope, objectif de lunette, réseau, etc.) sans trop la déplacer latéralement (fig. 6). On étudie l'«image» formée sur un plan S_3, depuis dequel l'objectif est supposé être vu sous un angle faible.

Avec des hypothèses aussi particulières, il est possible de calculer directement les valeurs exactes des grandeurs qui figurent dans notre théorie générale, et de fournir ainsi une vérification supplémentaire de cette théorie. Traitement à une dimension.

Supposons que l'objet observé soit une source ponctuelle; calculons le profil d'Airy sur S_3.

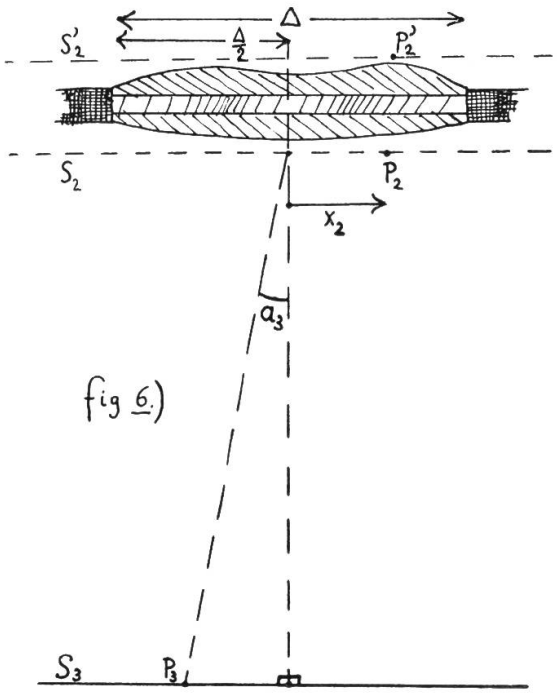

fig 6.)

Soit $T(x_2)$ le nombre complexe qui est le rapport entre le champ en un point P_2 d'un plan S_2 placé directement derrière l'objectif et le champ en le point P'_2, de même abcisse, d'un plan S_2' parallèle au premier et placé directement devant l'objectif (fig. 6). La fonction $T = T(x_2)$ caractérise complétement, par son module et son argument, les propriétés optiques (absorption et déphasage) de l'objectif mince.

En appliquant le principe de Huygens-Fresnel, on trouve alors pour le champ $C_3(a_3)$ sur S_3, si l'on prend, comme coordonnée x_3 de P_3 sur S_3, l'angle a_3 de la figure 6:

$$(13) \qquad C_3(a_3) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_2) \, . \, e^{2i\pi \frac{x_2 a_3}{\lambda}} \, . \, dx_2$$

A partir de (13), on trouve facilement, en appliquant le théorème bien connu de la «Faltung» (voir [6]) que l'expression

$$(14) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_2) \, . \, \overline{T(x_2 - \frac{\lambda}{2\pi} \Omega)} \, . \, dx_2,$$

considérée comme une fonction de la variable quelconque Ω, est la t. F. de $C_3^2(a_3)$. Donc *(14) est le profil de bande passante* $G = G(\Omega)$ *de l'instrument à objectif mince.*

Si l'objectif mince a une ouverture $\triangle$, on a:

$$T(x_2) = O \text{ pour } x_2 > \frac{\triangle}{2}$$

L'expression (14) montre alors que:

$$G(\Omega) = O \text{ pour } \Omega > 2\pi \frac{\triangle}{\lambda}$$

On retrouve donc bien le corollaire (11) de notre théorème fondamental. On pourrait même tirer de (14) l'énoncé du théorème fondamental lui-même, énoncé où figurent les couples extraits de la prise primaire de l'objectif mince.

8. La définition du pouvoir séparateur d'un instrument d'observation

Qu'entend-t-on par *pouvoir séparateur* d'un instrument d'observation? Il s'agit de la faculté, qu'a cet instrument, de nous faire connaître les «petits détails» de l'objet examiné. On n'a pas de définition précise tout à fait générale et satisfaisante de ce pouvoir séparateur.

Pour les instruments à représentation imagée, on le mesure dans la théorie classique (pour ne parler que d'elle) par l'inverse du rayon de la seule partie centrale du profil d'Airy, partie appelée souvent faux disque ou disque d'Airy. Il est certain cependant que les anneaux de diffraction, qui entourent ce disque, sont gênants s'ils sont intenses (cas de l'objectif annulaire); de plus, le rayon du disque d'Airy n'est pas même toujours simple à définir. Mais on aura toujours une représentation complète des qualités séparatrices de l'instrument par son profil d'Airy.

D'une manière analogue, on aura toujours, dans le traitement de la question par l'analyse de Fourier, une représentation complète des qualités séparatrices d'un instrument à représentation imagée par son profil de bande passante. Ce profil peut être directement calculé, dans le cas particulier d'un instrument à objectif mince, par l'expression (14). D'une manière plus ou moins satisfaisante, on pourra employer la largeur M de la bande passante comme mesure numérique du pouvoir séparateur de l'instrument. Cette largeur est toujours donnée directement par (11).

Les deux théories apparaissent donc comme isomorphes.

Dans le cas de l'observation des étoiles doubles, c'est évidemment le rayon du disque d'Airy qui a l'interprétation expérimentale la plus immédiate. Mais dans tous les autres cas (observations lunaires ou planétaires), la largeur M de bande passante, ou la période d'image limite $T = \frac{2\pi}{M}$ correspondante, a une interprétation aussi directe que le rayon du disque d'Airy. Le théorème de la borne supérieure (4) nous montre quel effet a, sur une image, la suppression des hautes pulsations d'image; il indique combien ces hautes pulsations d'image sont nécessaires à la représentation exacte des petits détails abrupts de l'objet. Cela ne signifie pas qu'un détail, même très petit s'il est intense, apparaissant dans une région unie, ne sera pas aperçu, décelé, mais cela signifie que ce détail ne pourra être distingué d'un autre, différent, aux contours doux, mais présentant les mêmes amplitudes de Fourier dans les basses fréquences.

Mais le principal avantage du traitement par l'analyse de Fourier est son extrême généralité. Faisant le minimum d'hypothèses sur la structure de l'instrument, le théorème fondamental s'applique même à des instruments qui ne donnent pas d'image (interféromètres, etc.). Il limite a priori, et de manière simple et rigoureuse, les renseignements fournis par tout instrument imaginable employé par n'importe quel observateur imaginable.

Remarquons finalement que la turbulence atmosphérique, dont il n'a pas été question ici, pose une autre limite importante pour le pouvoir séparateur des instruments astronomiques d'observation, dans tout observatoire terrestre.

BIBLIOGRAPHIE

[1] P. Drude: Précis d'Optique (trad. française de M. Boll), tome I, p. 235—256.
[2] P. Lévy: Processus stochastiques, p. 97—98 et 99.
[3] Analyse harmonique; Congrès CNRS de Nancy: P. Lévy, p. 113—114.
[4] Bruhat: Cours d'Optique, p. 234.
[5] N. Wiener: The Fourier Integral, p. 1 et 2.
[6] N. Wiener: The Fourier Integral, p. 70—71.