Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Band: 9 (1964)
Heft: 86

Artikel: Die Keplerschen Gesetze der Planetenbewegungen [Fortsetzung]
Autor: Steinlin, Uli
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-900239

DIE KEPLERSCHEN GESETZE DER PLANETENBEWEGUNGEN

Von Uli STEINLIN, Basel

2. *Das erste Keplersche Gesetz.*

Kepler machte sich an die Bearbeitung des Beobachtungsmaterials von Tycho Brahe, um zunächst die Richtigkeit des alten, vom Altertum als Erbe übernommenen Axioms von der kreisförmigen und gleichförmigen Bewegung der Planeten zu untersuchen. Die Möglichkeit der Nachprüfung beruht auf einer genauen Kenntnis der Umlaufszeiten der einzelnen Planeten um die Sonne.

Die Zeit eines vollen Umlaufes des Planeten um die Sonne im Raume, die sog. siderische Umlaufszeit, kann durch Beobachtung von der Erde aus nicht direkt bestimmt werden; dagegen kann man leicht die synodische Umlaufszeit eines Planeten finden, das ist die Zeit zwischen zwei Augenblicken, in denen der Planet für einen irdischen Beobachter in derselben Stellung zur Sonne steht, z.B. die Zeit zwischen zwei Oppositionen oder zwei Konjunktionen. Die beiden Umlaufszeiten können sehr verschieden sein. Steht zu einem Zeitpunkt ein Planet in Opposition zur Sonne (d.h. Sonne, Erde im Punkt A und Planet im Punkt A' auf einer Geraden in Abbildung 1), dann wird ein Jahr später, nach einem vollen Umlauf der Erde um die Sonne, der Planet unterdessen in seinen Bahn weitergelaufen sein und die Erde muss, bis eine neue Opposition eintritt, noch etwas weiter, bis B, laufen, wo dann Sonne, Erde und Planet in B' wiederum auf einer Linie stehen. Die synodische Umlaufszeit ist also etwas grösser als ein Jahr. Die siderische Umlaufszeit des Planeten jedoch ist die Zeit, die er selber braucht, um einmal um die Sonne zu wandern und wieder Punkt A' zu erreichen. Man sieht, dass der Kreisabschnitt A'B' umso kleiner wird, je grösser die siderische Umlaufszeit des Planeten ist, und die synodische Umlaufszeit liegt für einen solchen Planeten umso näher bei einem Jahr.

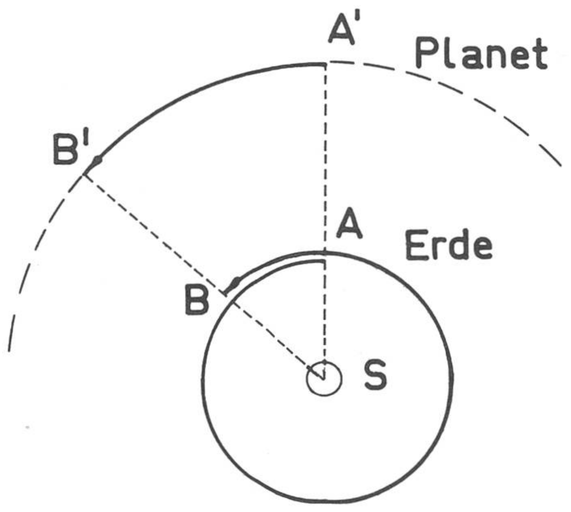

Abbildung 1: Siderische und synodische Umlaufszeit.

Wie sich ergeben wird, ist die synodische Umlaufszeit zwar nicht vollkommen konstant; da aber Kepler über Planetenbeobachtungen aus sehr entfernten Zeiten verfügte, konnte ihr Durchschnittswert genau bestimmt werden, und das gerade war es, was er brauchte. Bezeichnet:

A das siderische Jahr (siderische Umlaufszeit der Erde)
T die siderische Umlaufszeit des Planeten.
S die synodische » » »

so kann man für einen obern Planeten von dem Augenblick ausgehen, in dem er in Opposition zur Sonne steht (Stellung A' in Abbildung 1). Der Abschnitt der Bahn, den die Erde täglich zurücklegt, beträgt $360^\circ/A$; der Planet legt täglich den Bahnabschnitt $360^\circ/T$ zurück (wobei A und T in Tagen ausgedrückt werden). Die Erde gewinnt dabei, von der Sonne aus gesehen, täglich einen Vorsprung vom Betrage $(360^\circ/A - 360^\circ/T)$, und ein synodischer Umlauf ist vollendet, wenn dieser Vorsprung im Laufe der Zeit auf volle 360° angewachsen ist, d.h. wenn die Erde den Planeten gewissermassen einholt. Täglicher Vorsprung multipliziert mit der Anzahl Tage des synodischen Umlaufs muss also 360° ergeben:

$$S\,(360^\circ/A - 360^\circ/T) = 360^\circ$$

daraus erhalten wir $$1/T = 1/A - 1/S$$

und $$T = S \cdot A/(S - A)$$

So können wir, wenn wir S beobachten (und A, unser Erdenjahr, ja kennen), T berechnen. (Eine ähnliche Formel ergibt sich für die untern Planeten, näher zur Sonne, die ihrerseits der Erde vorauslaufen.)

Der Planet, den Kepler zuerst zur Untersuchung vorhnam, war Mars. Seine durchschnittliche synodische Umlaufszeit beträgt 2.135 Jahre. Wird dieser Wert für S in die obige Formel eingesetzt, dann erhält man für T = 1.881 Jahre. Ohne eine Voraussetzung über die Form der Marsbahn zu machen, wusste Kepler nun, dass der Planet sich an derselben Stelle des Raumes befunden haben musste, wenn zwischen zwei Beobachtungen 1.881 Jahre verflossen waren; da aber die Erde sich in diesen beiden Augenblicken an verschiedenen Punkten ihrer Bahn befand, würde der Schnittpunkt der beiden Visierlinien den Ort des Planeten im Raum bestimmen (Abbildung 2). Er ging, in Uebereinstimmung mit der kopernikanischen Hypothese, davon aus, dass die Erde um die Sonne in einem etwas exzentrischen Kreis läuft. In einem bestimmten Augenblick, als die Erde sich in dem Punkte A befand, hatte Tycho Brahe den Planeten in der Richtung a beobachtet; 1.88 Jahre später, als die Erde sich in B befand, hatte er ihn wieder beobachtet und gefunden, dass er in Richtung b stand. Der Schnittpunkt M gibt dann den Ort des Planeten im Raume an. Auf diese Weise erhielt Kepler eine ganze Reihe von Punkten der Marsbahn. Was hier durch geometrische Betrachtung angedeutet ist, wurde in Wirklichkeit durch eine Reihe umständlicher Berechnungen durchgeführt.

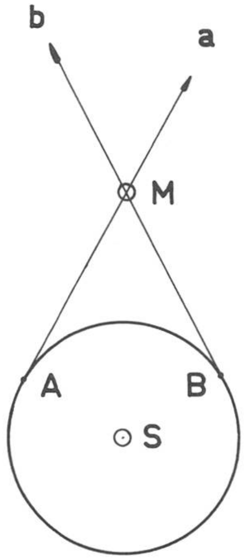

Abbildung 2: Bestimmung der Marsbahn nach Kepler.

Als Kepler nun die so bestimmten Punkte untersuchte, fand er, dass sie nicht auf einem Kreise lagen, und indem er die Entfernung von Punkt zu Punkt ausmass, fand er weiter, dass die Geschwindigkeit nicht überall dieselbe war. Damit war das alte Axiom der gleichförmigen Kreisbewegung also umgestossen. Die Frage war jetzt, was man an seine Stelle setzen sollte. Er versuchte es mit einer Ellipse und fand, dass diese auf jeden Fall mit den Beobachtungen in besserer Uebereinstimmung stand als der Kreis. Wenn aber die alte Hypothese für Mars nicht zutraf, so würde sie aller Wahrscheinlichkeit nach für die Erde ebensowenig zutreffen; er wiederholte deshalb die ganzen Berechnungen unter der Voraussetzung, dass die Bahn der Erde kein exzentrischer Kreis, sondern eine Ellipse von solcher Form und Lage ist, dass eine Uebereinstimmung mit den Beobachtungen der Sonne erzielt wurde. Nach dem befriedigenden Resultat dieser Untersuchung hielt er sich für berechtigt, folgende allgemeine Regel aufzustellen, die den Namen «Erstes Keplersches Gesetz» trägt:

Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Abbildung 3 stellt eine solche Planetenbahn dar: die Sonne befindet sich in S und der Planet bewegt sich in Richtung PBA. Es muss jedoch ein für allemal bemerkt werden, dass keine Planetenbahn bekannt ist, die so langgestreckt ist wie die Ellipse in der Abbildung. Wenn die Form ebenso wie bei den Meridianellipsen auf der Erde, also durch die Abplattung, ausgedrückt wird, dann ist diese bei der Marsbahn 1/ 230, bei der Erdbahn weniger als 1/ 7000.

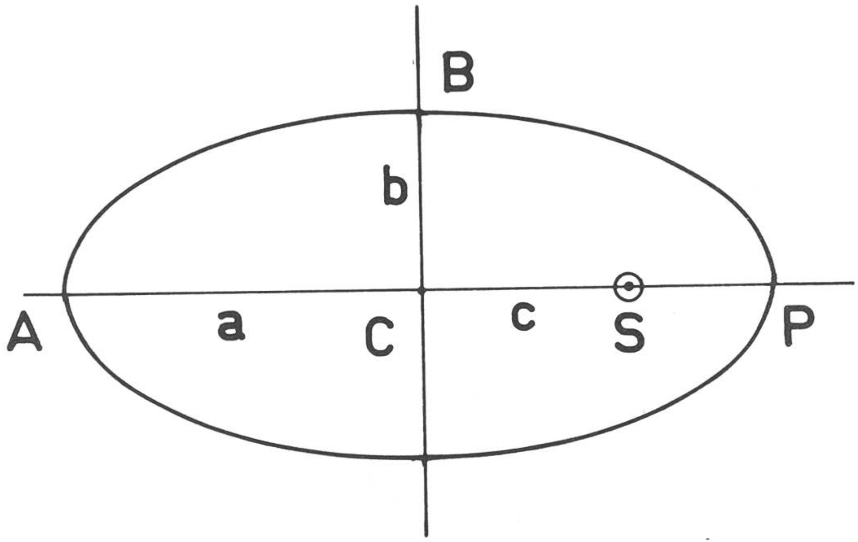

Abbildung 3: Bahnellipse eines Planeten.

Grösse und Gestalt der Ellipsen werden durch zwei Konstanten bestimmt. Diese können auf verschiedene Weise gewählt werden. In der Geometrie werden oft die beiden Halbachsen a = CA und b = CB benutzt. In der Astronomie wird die letztere durch die Exzentrizität e ersetzt, worunter das Verhältnis der Entfernung des Brennpunktes vom Zentrum (c = CS) und der halben grossen Achse a verstanden wird: $e = c/a$. Die Exzentrizität ist bei der Ellipse eine Zahl zwischen null (für eine Kreisbahn, wenn S mit C zusammenfällt) und eins (für den Grenzfall, dass die Ellipse so langgestreckt wird, dass sie zu einer Geraden «entartet» und S mit P zusammenfällt).

Der Punkt P, in dem der Planet der Sonne am nächsten steht, wird Perihel, der entgegengesetzte Punkt A Aphel genannt. Diese beiden Punkte nennt man mit einem gemeinsamen Namen die Apsiden und die Verbindungslinie zwischen ihnen die Apsidenlinie; diese bezeichnet also die Richtung der grossen Achse der Bahn. Die Distanz SP wird Periheldistanz, SA Apheldistanz genannt. Dabei ist SP = $a-c$ und SA = $a+c$; das Mittel der beiden ist also gleich der grossen Halbachse a; diese wird darum oft die mittlere Entfernung genannt.

(Fortsetzung folgt)