

# Analemma und Zeitgleichung : Beobachtungen, Ursachen und Wirkung : das verflixte Analemma

Autor(en): **Laager, Erich**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen  
Gesellschaft**

Band (Jahr): **70 (2012)**

Heft 371

PDF erstellt am: **16.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-897580>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Analemma und Zeitgleichung – Beobachtungen, Ursachen und Wirkungen

# Das verflixte Analemma

■ Von Erich Laager

*Die Anfrage eines Lesers veranlasst uns, einen immer wieder auftauchenden Themenkreis gründlich zu durchleuchten. Es wird auch gezeigt, wie weit man das Phänomen durch eigenes Beobachten erfassen kann und wo die Bemühungen um solches Tun versagen.*

Herr RENÉ MÜLLER-GUTJAHR aus Zuoz gelangte vor einigen Monaten mit umfangreichen Dokumenten an die Orion-Redaktion.

Aus seinen Zuschriften zitieren wir seine wichtigsten Anliegen und Fragen: *«Als Volksschullehrer und Naturkundler war es mir immer ein Anliegen, Zusammenhänge selber herauszufinden. Ich wollte auch die Schüler (vom Kindergarten bis zur Matur) durch Denkanstösse zum Selberherausfinden animieren, Vermutungen formulieren lassen, ihnen allenfalls mit Vorgaben weiterhelfen.*

*Als Primarlehrer in Basel liess ich 1985 meine Schüler die Schatten spitze der Korbballstange ein Jahr lang auf dem Schulhof markieren. So habe ich rein zufällig das Analemma entdeckt, von dem ich damals keine Ahnung hatte.*

*Ich habe seither mit grossem Aufwand – jedoch vergeblich – versucht, eine Erklärung für das Analemma zu finden, die dem Laien verständlich ist.*

*Der Grund der Nord-Süd-Sonnenbewegung im Jahreslauf ist mir klar, nicht jedoch die Ursache für die seitlichen Auslenkungen.*

*Ich suche nach Möglichkeiten, diesen zweiten Effekt durch geeignete Beobachtungen selber zu finden.*

*Erklärungen habe ich jede Menge erhalten, aber für mich keine, welche die Verbindung herstellt zwischen den objektiven astronomischen Kenntnissen und der subjektiven Sichtweise des naiven Beobachters.*

*Offenbar ist mein Anliegen kein Thema, das interessiert. Die Fachleute geben sich zufrieden mit dem Hinweis auf die Zeitgleichung und dass es nicht einfach sei, die Sache*

*zu verstehen. Wäre es dem ORION möglich, mir aus der Patsche zu helfen? Im besten Fall sogar mit einer entsprechenden Veröffentlichung für weitere Analemma-Interessierte.»*

Schliesslich gibt Herr MÜLLER in folgenden Sätzen seinem Unmut Ausdruck:

*«Überdies ist wahre und mittlere Sonnenzeit eine fragwürdige Ausdrucksweise. Für den Laien gibt es nur die Uhrzeit und keine wahre oder demzufolge auch falsche, un-wahre Uhrzeit und schon gar keine Sonnenzeit.»*

### Die Antwort «des ORION»

Das heikle Unterfangen sei angepackt!

Ich möchte versuchen, Klarheit zu schaffen und beginne dabei mit einer Entgegnung auf den letzten der obigen Abschnitte.

Für den Laien gibt es sehr wohl eine Sonnenzeit! Bevor man Uhren hatte – welcher Art auch immer – war die Sonne der einzige Zeitgeber. Seit jeher bestimmt die Sonne den Tag-Nacht-Rhythmus. Da lag es wohl auf der Hand, die Mitte des täglichen Sonnenbogens als Mitte des Tages – als Mittag – zu definieren.

Die Sonne erreicht diesen Punkt im Süden, hier steht sie am höchsten über dem Horizont (Kulmination). Schon Unterschüler lernen: «Am Mittag steht die Sonne im Süden.» Jedoch: Ein aufmerksamer Beobachter in Genf würde am 20. Juli feststellen, dass die Sonne erst um 13:42 Uhr kulminiert. – Und schon sind wir mitten in der Problematik

um Weltzeit, Zonenzeit, geographische Länge, Sommerzeit; und wir werden auch um den Begriff «Zeitgleichung» nicht herum kommen! Bleiben wir vorerst beim «Elementaren» und merken uns folgende Definition:

**Es ist 12 Uhr wahre Sonnenzeit, wenn die wahre (d.h. die wirkliche) Sonne kulminiert. Dieser Zeitpunkt ist der «wahre Mittag».**

(Ich erlaube mir, hier eine persönliche Erinnerung aus einem Sonnenuhrenkurs in Carona einzuflechten. Kursteilnehmer war auch ein wohlbeleibter, humorvoller Professor aus Österreich. Der bemerkte nach einer eher langen Vormittags-Theoriestunde: «Also für mich ist der wahre Mittag, wenn die Suppe auf dem Tisch steht!»)

Nun kulminiert die Sonne in Genf rund 10 Minuten später als in Zürich. Der wahre Mittag ist in Genf somit 10 Minuten später als in Zürich. Die wahre Sonnenzeit ist offenbar vom Ort abhängig; sie ist eine Ortszeit und heisst auch **wahre Ortszeit (WOZ)**.

Alte Sonnenuhren zeigen oft die wahre Ortszeit an. Dazu genügen ein Schattenstab und eine Schar gerader Linien (Abb. 2).

Verschiedene Zeiten für verschiedene Orte in einem Land – eine höchst unpraktische Sache! Da musste der Mensch mit seiner Technik eingreifen. Er schuf Uhren, deren Zeit für ein gewisses Gebiet verbindlich war: Turmuhren, Pendeluhren für Observatorien und für Salons, Schiffs-Chronometer für die Navigation, Taschenuhren, Armbanduhren, Quarzuhren, Atomuhren, funkgesteuerte Uhren.

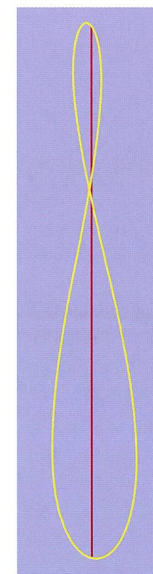


Abbildung 1: Das Analemma. Wird die Sonnenposition am Himmel jeden Tag zur gleichen Uhrzeit markiert, entsteht im Laufe des Jahres diese Achterschleife, das Analemma. Ohne die seitlichen Auslenkungen würde die Sonne auf der roten Linie im Laufe der Jahreszeiten auf und ab steigen. (Grafik: Max Stöckli nach Voyager 4.5, Carina Software.)



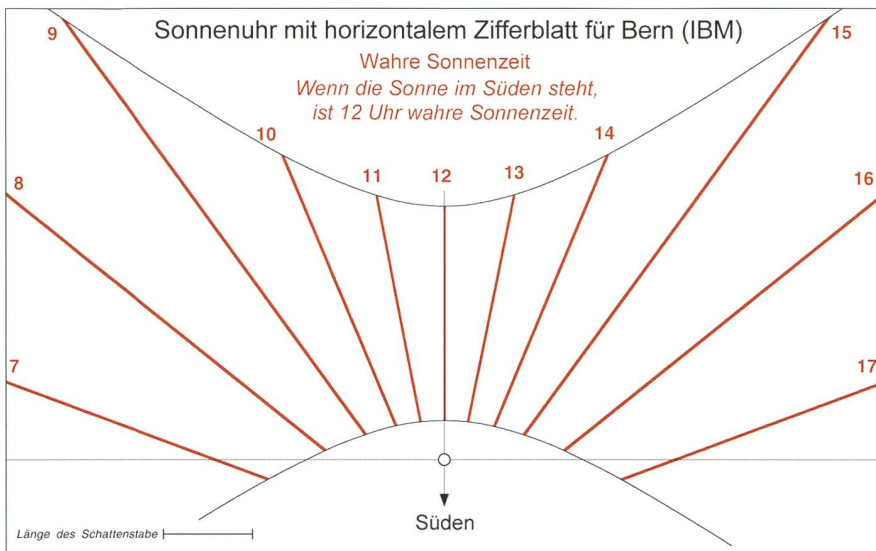


Abbildung 2: Der Schattenstab wird beim kleinen Ringlein senkrecht eingesteckt. Dessen Schatten-Ende zeigt die Zeit an. Diese Sonnenuhr nimmt die Kulmination der wahren Sonne als Referenz-Zeit 12 Uhr. Daher wird die Skala mit den geraden Stundenlinien sehr einfach. Allerdings stimmt ihre Zeitangabe nicht mit der Uhrzeit überein. Die schwarzen Kurven (Hyperbel) zeigen den Schattenverlauf am kürzesten und am längsten Tag. Diese Uhr kann an allen Orten mit gleicher geogr. Breite verwendet werden. (Grafik: Max Stöckli.)

Die Gang-Genauigkeit wurde ständig verbessert, und irgendwann wird man beim Vergleichen der Uhrzeit mit dem Sonnenstand bemerkt haben, dass nicht die Uhren ungenau laufen, sondern die Sonne.

## Experimente zum Sonnenlauf

Ich möchte zwei Versuche beschreiben, mit denen wir das Phänomen der «ungenauen Sonne» präziser erfassen können.

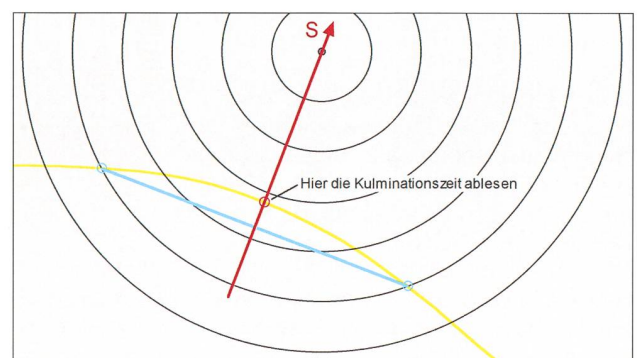
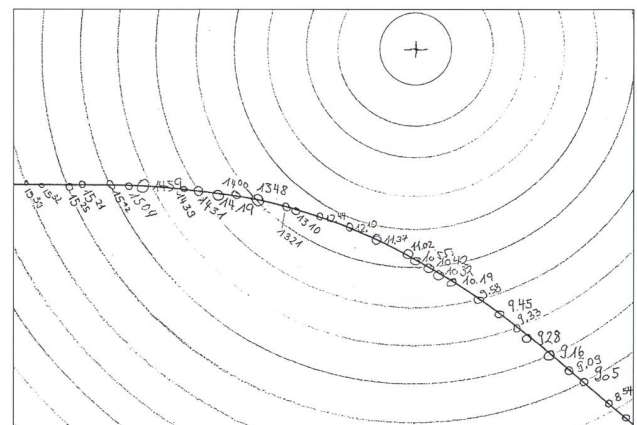
### ■ Versuch 1: Bestimmung der Kulminationszeit der Sonne am Beobachtungsort

Mit Hilfe eines senkrecht stehenden Schattenstabes kann dieser Zeitpunkt auf wenige Minuten (im Idealfall auf etwa 1 Minute genau) bestimmt werden. Auf einem waagrecht liegenden Brett ist eine Schar konzentrischer Kreise gezeichnet. In der Mitte der Kreise steht ein zugespitzter Nagel genau senkrecht. Dessen Länge wählen wir so, dass sein Schattenende in den mittleren Vormittags- und Nachmittagsstunden noch auf das Brett fällt. Möglichst oftmals im Laufe eines Tages markieren wir den Schatten der Nagelspitze mit einem Kreislein und schreiben die Uhrzeit (auf ganze Minuten genau) dazu. Die Verbindung aller Messpunkte ergibt eine Hyperbel, bei Tag und Nacht-Gleiche eine Gerade. Abb. 3 zeigt ein Beispiel, aufgezeichnet am 31. Oktober. Hier befinden sich Paare von

Messmarken auf demselben Kreis. Der Mittelwert dieser Zeiten ist die Kulminationszeit der Sonne. Grafische Auswertung (Abb. 4): Man bestimmt zwei Schnittpunkte der Hyperbel mit einem der Kreise, verbindet diese mit einer Strecke und errichtet auf diese die Mittelsenkrechte. Dieses Lot zeigt die Südrichtung und markiert in der Reihe der

Abbildung 3: Bestimmung der Sonnenkulminationszeit mit einem Schattenstab. Ausschnitt aus einer Original-Messreihe von einem 31. Oktober. Der Schatten der Stabspitze wandert auf einer Hyperbel. Im Sommerhalbjahr sind die Hyperbeln gegen das Kreiszentrum zu gebogen. (Bild: Erich Laager)

Abbildung 4: Grafische Bestimmung der Kulminationszeit der Sonne als zusätzliche Auswertung der Messreihe aus Abbildung 3. Weitere Erklärungen im Text. (Grafik: Erich Laager)



Messpunkte den wahren Mittag. Wiederholt man den Versuch an anderen Tagen, wird man feststellen, dass sich die Kulminationszeit ändert. Dazu wählt man mit Vorteil Daten, bei denen die Zeitgleichungskurve (Abb. 7) steil verläuft!

### ■ Versuch 2: Verspätung der Sonnenkulmination bereits nach einem Tag

Ich verwende das Solarscope, eine einfach-geniale Kiste zur Sonnenprojektion via Objektiv und Kugelspiegelchen (Abb. 5). Die projizierte Sonne hat einen Durchmesser von 115 mm. Sie wandert in rund 2 Minuten um ihren Durchmesser. Ich zeichne auf der weissen Projektionsfläche 12 senkrechte Linien ein und benenne diese mit A, B, C usw. Am 3. Oktober, ungefähr um die Zeit der Sonnenkulmination – die Sonne soll während der Messung einigermaßen waagrecht laufen – lasse ich das Sonnenbild durch diese Linienschar laufen und messe bei jedem Linien-Kontakt des vorausgehenden Sonnenrandes die Zeit, abgelesen an einer Funkuhr (Abb. 6). Nun darf das Solarscope nicht mehr bewegt werden! Ich wiederhole die Messungen am nächsten Tag und stelle fest, dass die Sonne 20 Sekunden später durchläuft; für alle Linien ergibt sich (mit Abweichungen von höchstens 1 Sekunde) dieselbe Differenz.

Man könnte nun diesen Versuch zu verschiedenen Zeiten im Jahr wiederholen und würde dabei feststellen, dass die Sonne am folgenden Tag manchmal verspätet,



manchmal verfrüht und gelegentlich auch «pünktlich» erscheint. Dieses ständige zu spät oder zu früh Kommen während einiger Wochen bewirkt die grossen Schwankungen in der Kulminationszeit während eines Jahres.

Übrigens: Wer hat nicht schon festgestellt, dass eine Sonnenuhr «falsch geht», also nicht die Uhrzeit (MEZ) anzeigt. Auch diese Beobachtung kann direkt zu unserem Thema führen!

## Mittlere Sonne und Zeitgleichung

Die Kulminationszeit der wahren Sonne eignet sich offensichtlich nicht zum «Richten» unserer gleichmässig ablaufenden Uhren. Trotzdem müssen wir die Sonne bei der Definition der Tageslänge berücksichtigen, damit sich die Erde nach 365,2563 Tagen wieder am selben Ort (in Bezug auf die Sterne) auf ihrer Jahresbahn befindet.

Zu diesem Zweck hat man die «mittlere Sonne» eingeführt. Dies ist eine gedachte, fiktive Sonne, welche stets zur genau gleichen Uhrzeit kulminiert. Sie bestimmt somit eine regelmässig ablaufende Zeit. Diese heisst **mittlere Ortszeit (MOZ)**. Anders erklärt: **Die Mittlere Ortszeit (oder Mittlere Sonnenzeit) ist die übers Jahr gemittelte Sonnenzeit.**

Wie man von der MOZ zu einer Zonenzeit wie der MEZ kommt, ist eine andere Frage. Auf diese soll hier nicht eingegangen werden.

Mit der MOZ als Referenz-Zeit lässt sich für irgend einen Tag experimentell bestimmen, um wie viele Minuten die Kulminationszeit der wahren Sonne von derjenigen der (berechneten) mittleren Sonne abweicht. Diese Differenz heisst **Zeitgleichung**.

Definition: **Zeitgleichung = Wahre Ortszeit – Mittlere Ortszeit** oder abgekürzt: **ZG = WOZ – MOZ**. Kommt die Sonne verfrüht, ist die Zeitgleichung positiv, kommt sie verspätet, ist die Zeitgleichung negativ.

Abb. 7 gibt einen Überblick zur Zeitgleichung im Verlauf eines Jahres. Gegenwärtig schwankt diese zwischen +16<sup>min</sup> 26<sup>s</sup> am 3. November und -14<sup>min</sup> 14<sup>s</sup> am 11. Februar. Die Zeitgleichung ist Null am 15. April, 13. Juni, 1. September und 25. Dezember, sie hat ein Nebenmaximum am 14. Mai (+3<sup>min</sup> 41<sup>s</sup>) und ein Nebenminimum am 25. Juli (-6<sup>min</sup> 32<sup>s</sup>).



Abbildung 5: Das Solarscope als Holzmodell. Das Original besteht aus stabilem Karton; die optischen Bauteile wurden diesem Bausatz entnommen. Das Aluminiumrohr enthält das Objektiv, welches das Sonnenbild auf einen kleinen Kugelspiegel wirft. Dieser befindet sich in einer Metallfassung (unten links im Bild), welche zum Fokussieren mit einem Schraubgewinde verstellt werden kann. Das Sonnenbild erscheint gross auf der Innenseite der Vorderwand.

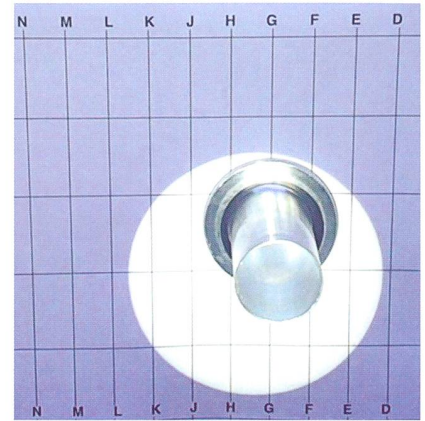


Abbildung 6: Verkehrtes Bild der projizierten Sonne im Solarscope. Die Sonne wandert zur Mittagszeit von rechts nach links. Im Herbst läuft sie am folgenden Tag weiter oben durch. Dies muss bei der Planung berücksichtigt werden. (Foto E. Laager)

## Das Analemma

Abb. 8 ist durch Schattenaufzeichnungen im Engadin (bei rund 10° östlicher Länge) während eines Jahres entstanden. Die 12-Uhr-Schleife («Normzeit» oder MEZ) läge auf der senkrechten Symmetrieachse des Bildes, wenn die Aufzeichnung bei 15° östl. Länge entstanden wären. Dieser Meridian ist für die Zonenzeit MEZ massgebend. Die Verschiebung um 5 Längengrade ins Engadin zum Ort Cinuoschel bewirkt eine Differenz von 20 Minuten, was in der Figur recht genau abgelesen werden kann.

Solche Achterschleife finden wir ebenfalls auf gewissen Sonnenuhren.

Die Figur kann auch durch sehr spezielle Langzeitfotos erzeugt werden, indem man die Sonne im Laufe eines Jahres mit fest stehender Ka-

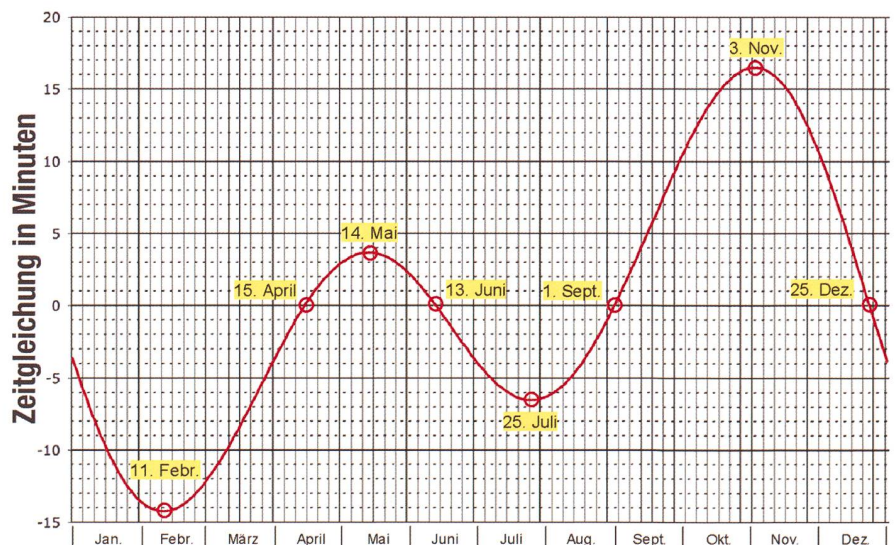


Abbildung 7: Die «klassische Kurve der Zeitgleichung». Ist die Zeitgleichung positiv, kulminiert die wahre Sonne vor der mittleren Sonne; die Sonnenuhr geht vor. Bei negativer Zeitgleichung geht die Sonnenuhr nach. Viermal im Jahr stimmen wahre und mittlere Sonne überein. (Archiv: E. Laager)



mera an verschiedenen Tagen, jedoch immer zur gleichen Zeit abbildet. (Mehrere schöne Beispiele dazu bei Wikipedia, Suchbegriff Analemma).

Das Analemma entsteht durch das Zusammenspiel zweier scheinbarer Bewegungen der Sonne im Laufe des Jahres:

- Das Aufsteigen der Sonne (zunehmende Deklination) vom kürzesten zum längsten Tag und das Absteigen (abnehmende Deklination) in der zweiten Jahreshälfte.
- Die oben beschriebene Ost-West-Pendelbewegung der verfrühten und verspäteten Sonne. Deren Ursachen werden im folgenden Abschnitt erläutert.

Wäre die Zeitgleichung immer Null – oder könnten wir die Mittlere Sonne abbilden – wäre das Analemma eine gerade Linie, am wahren Mittag senkrecht am Himmel, am Vormittag nach links geneigt, am Nachmittag nach rechts.

## Zwei Ursachen für die Zeitgleichungskurve

Wir benützen eine neue Grafik, in der die Deklinations-Änderungen der Sonne unberücksichtigt bleiben. Abgebildet ist die Grösse der Zeitgleichung im Jahreslauf – eine zwar hübsche, aber irgendwie eigenwillige Kurve (Abb. 7 und 9). Der grafisch dargestellte Verlauf (d.h. die Veränderung der Zeitgleichung) hat zwei Ursachen:

- Die elliptische Umlaufbahn der Erde
- Die Schrägstellung der Erdachse

Würde die Erde mit senkrecht stehender Achse die Sonne auf einer Kreisbahn umrunden (und gäbe es keine Störungen durch Gravitationskräfte des Mondes und anderer Planeten), wäre die Zeitgleichung immer Null, die wahre Sonnenzeit würde gleichmässig ablaufen, die Sonnenuhren wären einfacher zu zeichnen – und das Leben wäre mit fehlenden Jahreszeiten wesentlich eintöniger!

Im folgenden betrachten wir die beiden Einflüsse auf die Zeitgleichung säuberlich getrennt!

### ■ Ursache 1 (grüne Kurve in Abb. 9)

Alle Überlegungen hier gelten für eine Erde mit senkrecht stehender Achse. Man studiere die Abbildung 10 und lese die Legende dazu.

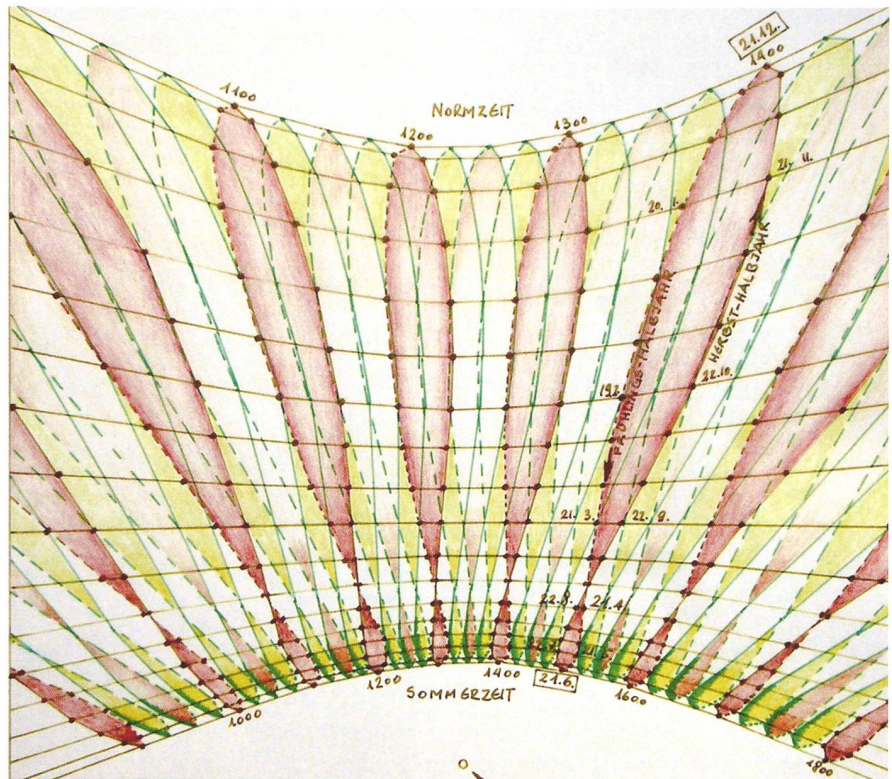


Abbildung 8: Eine Sammlung von Analemmas in Viertelstunden-Abständen, entstanden aus Schatten-Aufzeichnungen während eines Jahres. Auf eine 1 m grosse, waagrecht liegende Platte hat RENÉ MÜLLER das Schattenende eines 25 cm langen Stabes aufgezeichnet und zwar jeweils zur vollen Stunde und 15, 30 und 45 Minuten danach. Dies wurde immer nach etwa 10 Tagen bei günstigem Wetter wiederholt. Die Verbindung aller Punkte mit gleicher Uhrzeit ergibt eine Achterschleife.

Weitere Erklärungen:

Figur I: Hat sich die Erde in Bezug auf die Sterne einmal gedreht (bis zur Stellung B), schaut der Beobachter wieder in dieselbe Richtung wie bei A. Es ist ein Sterntag von 23 Stunden 56 Minuten 4.1 Sekunden Dauer verlossen. Damit man wieder in

Richtung Sonne (C) schaut, dauert es weitere 3 Minuten 55.9 Sekunden bis zum vollen Sonnentag von 24 Stunden Dauer. Figur II: Im Perihel hat die Erde die grösste Bahngeschwindigkeit und legt somit den längsten Tagesabschnitt auf ihrer Bahn zurück. Hier ist die «Nachlaufzeit»  $t = 4^{\text{min}}$

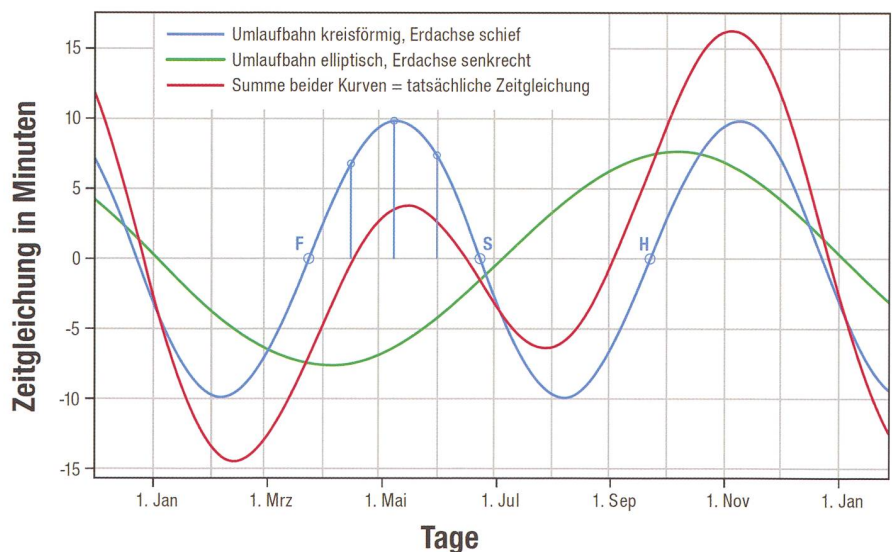


Abbildung 9: Diese Figur zeigt, wie die Zeitgleichungskurve (rot) entsteht: Sie ist die Summe der beiden anderen Kurven. Die grüne Kurve mit 1 Welle pro Jahr hat als Ursache die elliptische Bahn der Erde, die blaue Kurve mit 2 Wellen pro Jahr entsteht durch die Schrägstellung der Erdachse. Weitere Erklärungen im Text.



3.9°. Die Erde muss sich 8 Sekunden länger drehen um in die Stellung C zu gelangen, der Sonnentag dauert  $24^h 0^{\text{min}} 8^{\text{s}}$ , die Sonne kulminiert gegenüber dem Vortag verspätet.

Figur III: Im Aphel läuft die Erde am langsamsten, die täglichen Bahnabschnitte sind kurz. Hier ist  $t = 3^{\text{min}} 48.2^{\text{s}}$ . Die Erde braucht 7.7 Sekunden weniger lang um in die Stellung C zu gelangen, der Sonnentag dauert  $23^h 59^{\text{min}} 52.3^{\text{s}}$ , die Sonne kulminiert gegenüber dem Vortag verfrüht.

Die variable Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn bewirkt, dass der Winkel  $\alpha$  und die «Nachlaufzeit»  $t$  ständig ändern, und zwar proportional zueinander.

$t$  wirkt sich direkt aus auf die Länge des wahren Sonnentages (Zeit von einer Sonnenkulmination zur nächsten).

Beginnend am 4. Januar (Perihel) hat dies folgende Auswirkungen: Die Sonne kulminiert jeden Tag verspätet, diese Verspätungen addieren sich und erreichen am 4. April den grössten negativen Gesamtwert.

Die täglichen Bahnabschnitte werden ab Januar zunehmend kürzer, weil die Erde immer langsamer läuft bis zur kleinsten Geschwindigkeit im sonnenfernsten Punkt (Aphel), den sie am 6. Juli erreicht. Die nötigen «Nachlaufzeiten» werden somit immer kürzer, ab anfangs April sogar kleiner als  $3^{\text{min}} 56^{\text{s}}$ . Die Sonne kann ihre «eingefahrene Verspätung» einholen und anschliessend gehörig «Reserve anlegen», d.h. einen zunehmenden zeitlichen Vorprung erreichen. Diese Reserve erreicht am 4. Oktober das Maximum. Wegen der immer länger werdenden Tagesbahnen schmilzt der Vorsprung jetzt dahin bis er Anfangs Januar «aufgebraucht» ist.

Das Abnehmen und Zunehmen der Zeitgleichung innerhalb eines Jahres zeigt sich grafisch in einer Wellenbewegung (grüne Kurve in Abb. 9).

## ■ Ursache 2 (blaue Kurve in Abb. 9)

Alle Überlegungen hier gelten für eine Erde auf einer kreisförmigen Umlaufbahn. In Abb. 11 ist vom Jahreslauf der Sonne nur die Hälfte dargestellt, nämlich der Abschnitt zwischen dem Frühlingspunkt (Sonne am 20. März) und dem Herbstpunkt (23. September). Die Sonne läuft von rechts nach links durch die Sternbilder.

Auf dem Äquator (grüne Linie) und auf der Ekliptik (rote Linie) sind Positionen der Sonne eingezeichnet, welche diese nach jeweils gleich langen Zeitabschnitten erreicht.

Wenn wir vorerst annehmen, die Erdachse stehe senkrecht, dann fallen Ekliptik und Himmelsäquator zusammen. Eine Sonne, die auf dem Äquator läuft (die Mittlere Sonne), wäre also bestens geeignet als Taktgeber für unsere Uhrzeit.

Bei schräg stehender Erdachse läuft die

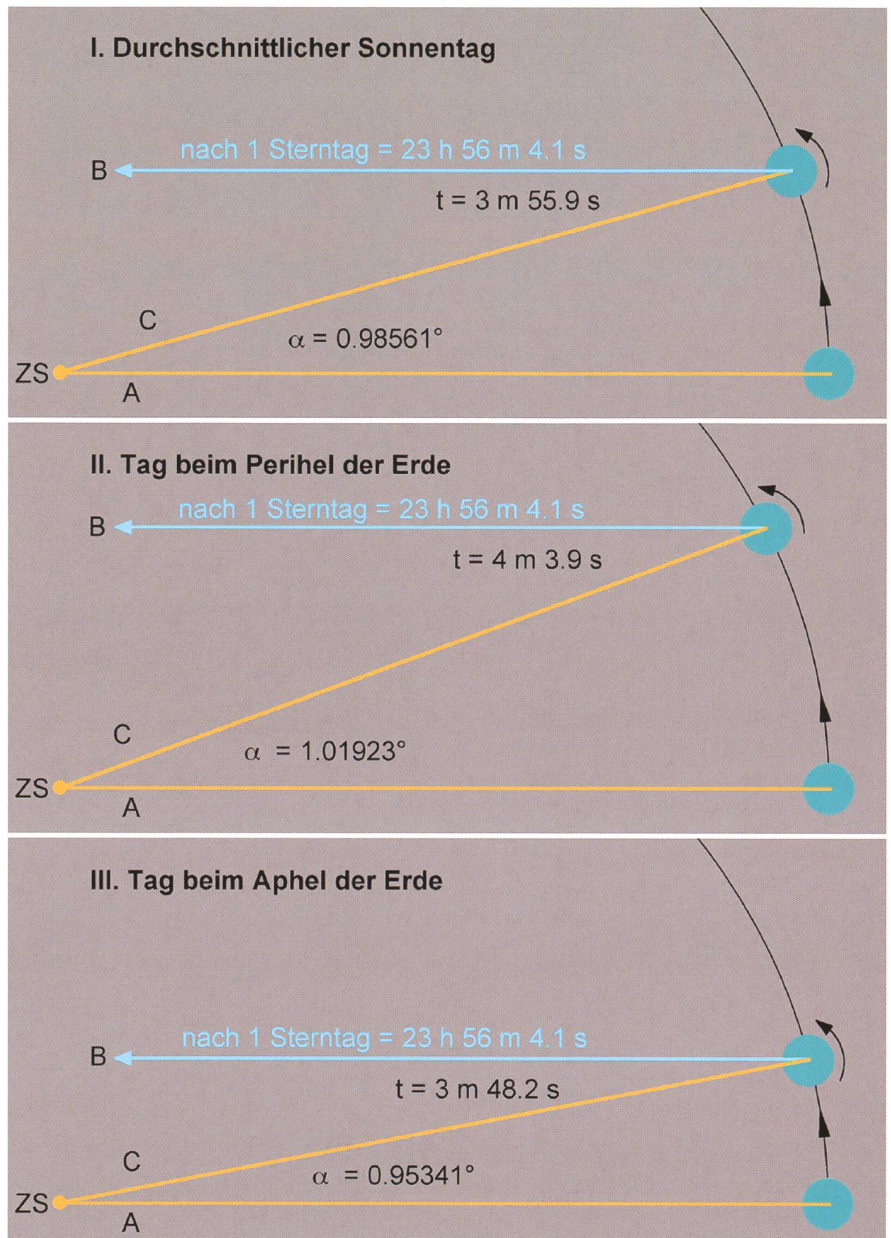


Abbildung 10: Annahme: Die Erdachse steht senkrecht zur Ekliptik, also senkrecht zur Zeichnungsebene. Diese schematischen Figuren zeigt den Blick von Norden auf die Bahn der Erde um die Sonne (ZS = Zentrum der Sonne). Die Erde wandert pro Tag um den Winkel  $\alpha$ . A: In dieser Richtung erblickt eine Beobachter die Sonne am Tagesanfang. B: Nach Ablauf eines Sterntages hat sich die Erde um  $360^\circ$  gedreht; der Beobachter blickt in dieselbe Richtung wie bei A. C: Blickrichtung zur Sonne nach einem Tag. Um diese Stellung zu erreichen, muss sich die Erde um den Winkel  $\alpha$  weiter drehen. Sie braucht dafür die «Nachlaufzeit»  $t$ . Weitere Erklärungen im Text. (Grafik: Erich Laager)

Sonne bekanntlich entlang der Ekliptik, ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit. Die Ekliptik ist ein Grosskreis am Himmelsgewölbe; auf diesem kann man in gleicher Art Zeitmarken eintragen wie vorher auf dem Äquator.

Himmelsobjekte, welche in dieser Karte senkrecht übereinander stehen – sie haben dieselbe Rektaszension – kulminieren gleichzeitig. (Analog: Orte mit derselben geogr. Länge haben dieselbe WOZ.)

Man sieht, dass die Sonnenpositionen auf der Ekliptik mit denen auf dem Äquator nur

dreimal genau übereinstimmen. Für das ganze Jahr ergeben sich 4 Übereinstimmungen (Tag und Nach-Gleichen, längster und kürzester Tag).

Der Vergleich der beiden Sonnenreihen zeigt: Zwischen Frühling (F) und Sommer (S) kulminiert die Wahre Sonne vor der Mittleren Sonne, die Zeitgleichung ist positiv. Zwischen Sommer (S) und Herbst (H) kulminiert die Sonne verspätet, die Zeitgleichung ist negativ. Die gleiche Situation wiederholt sich im Winterhalbjahr.

Für das ganze Jahr ergibt sich also zwei-



mal eine Zunahme mit anschliessender Abnahme der Kulminationszeit-Differenzen, Die Grafik dazu ist eine Linie mit 2 Wellen (blaue Kurve in Abb. 9).

RENÉ MÜLLER hatte den Wunsch, die soeben beschriebenen Ursachen durch eigene Beobachtungen erlebbar und einsichtig zu machen. Dies ist nicht möglich, weil beide Effekte gleichzeitig wirken und wir keine Möglichkeit haben, sie «experimentell zu trennen».

Unser Leser muss also seine Hoffnung endgültig begraben, je einmal einen Versuch oder eine Beobachtung dazu durchführen zu können.

### Mit einfacher Mathematik direkt zur grünen Kurve

RENÉ MÜLLER hat anlässlich eines Besuchs bei ihm nachgefragt, ob man die grüne Kurve in Abb. 9 (Einfluss der elliptischen Erdbahn) nicht direkt aus der Grösse des «Sektorenwinkels» gewinnen könne. Er meint damit den Winkel zwischen den unterschiedlichen Richtungen von der Erde zur Sonne nach einem Tag (Winkel  $\alpha$  in Abb. 10).

Kennt man die jeweiligen Positionen der Erde auf ihrer Bahn, ist das tatsächlich möglich.

Hans Roth, der Verfasser des «Sternenhimmels» hat mir freundlicherweise die Positionen der Erde für jeden Tag berechnet, und zwar für den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems Erde-Mond. Verwendet man den Erdmittelpunkt (wie in den Sonnen-Tabellen des Jahrbuchs) zeigen die Grafiken zu den Berechnungen unschöne, kurze Wellenlinien.

Grundlagen: Das siderische Jahr dauert 365,25636 Tage. In einem Tag legt die Erde durchschnittlich 0,98560912 Grad zurück. Die «Nachlaufzeit»  $t$  ist  $3^{\text{min}} 55.9^{\text{s}} = 235.900^{\text{s}}$ . Abbildung 10 zeigt die Grösse von  $t$  und  $\alpha$  für 3 bestimmte Tage.

Für alle Tage das Jahres machte ich in einer Excel-Tabelle folgende Berechnungen, wobei ich ausnutzte, dass sich  $\alpha$  und  $t$  proportionale zueinander verhalten.

- Spalte A: Datum
- Spalte B:  $\alpha$  = Differenz der Ekliptiklängen in Grad (nach Angaben von Hans Roth)
- Spalte C:  $t$  in Sekunden. Aus der Proportion  $0,98561 : \alpha = 235.9 : t$  finde ich  $t = \alpha \cdot 235.9 / 0.98561$
- Spalte D:  $d$  = Zeitdifferenz zum mittleren Sonnentag.  $d = 235.9$  Sekunden -  $t$
- Spalte E:  $s$  = Summe aller bisherigen Werte  $d$  in Sekunden, beginnend am 4. Januar
- Spalte F:  $x$  = modifizierte Tagesnummer im Jahr (beginnend mit 4. Januar = 1)
- Spalte G:  $y$  = Wert von  $s$  umgerechnet in Minuten dezimal

Werte (gerundet) für den 20. Januar als Beispiel:  $\alpha = 1.01793^\circ / t = 243.6$  Sekunden /  $d = -7.7$  Sekunden /  $s = -135.0$  Sekunden /  $x = 17 / y = -2.25$  Minuten. Die Berechnungen in Excel werden mit der vollen Zahlengenauigkeit durchgeführt.

Die Zahlen in Spalte G zeigen folgenden Verlauf:

Die Summe  $s$  wird ab 4. Januar zunehmend negativ, erreicht das negative Maximum am 4. April ( $-7^{\text{min}} 44^{\text{s}}$ ) wächst dann wieder, wird Null am 6. Juli und nimmt weiter zu bis zum positiven Maximum am 6. Oktober ( $+7^{\text{min}} 31^{\text{s}}$ ). Ab hier nimmt sie ab und erreicht am 3. Januar den Wert Null.

Stellt man diese Schwankungen mit den Zahlen aus Spalte F und G in einer x-y-Grafik dar, erhält man die grüne Kurve in Abb. 9.

### Ein Problem für den Verfasser

Beim Zeichnen der Abb. 11 stellt sich die Frage: Wie finde ich die Sonnenpositionen auf der Ekliptik? Ich habe «mit der Lösung begonnen»: In Abb. 9 kann ich aus der blauen Kurve die Zeitgleichung für 3 gesuchten Orte zwischen Frühling (F) und Sommer (S) herauslesen ( $+6,8^{\text{min}}$ ,  $+9,9^{\text{min}}$ ,  $+7,2^{\text{min}}$ ); die dazu gehörenden Linien sind blau eingezeichnet. Es gilt nun, die Sonne auf der Ekliptik so zu placieren, dass die Differenzen jeweils den Zahlen entsprechen. Für die Zeit von Sommer bis Herbst kann ich dieselben Zahlen negativ verwenden. Dies ergibt ein durchaus plausibles Bild!

### ■ Erich Laager

Schlüchtern 9  
CH-3150 Schwarzenburg

## Zum Nachdenken

a) In welcher Richtung läuft die Sonne auf dem Analemma in Abb. 1 und in welchen Monaten biegt sich die Kurve nach ausssen?

b) Die Messreihe in Abb. 3 entstand in Schwarzenburg ( $7^\circ 21'$  östl. Länge,  $46^\circ 50'$  nördl. Breite) an einem 31. Oktober. Welche Kulminationszeit lässt sich damit finden? Wie gut stimmt sie mit der tatsächlichen überein? (ela)

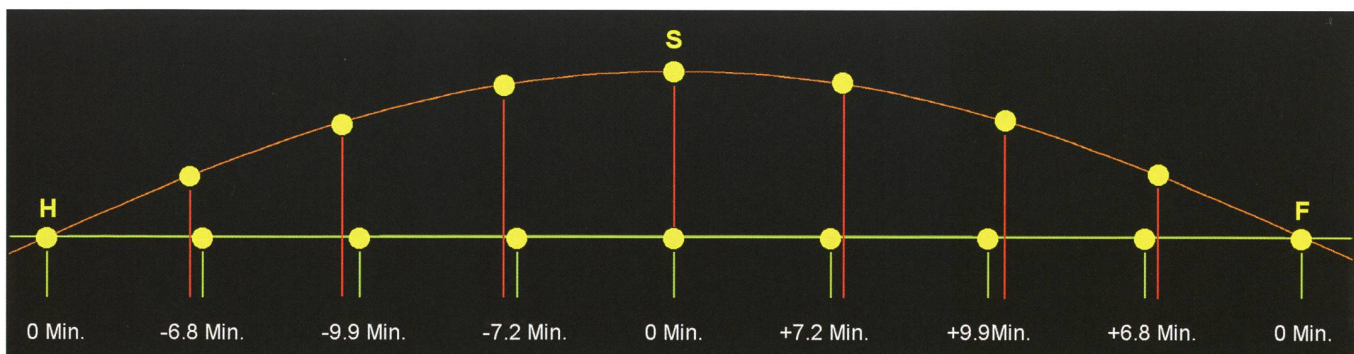


Abbildung 11: Annahme: Die Erdachse läuft auf einer ungestörten Kreisbahn um die Sonne. Die Karte zeigt die halbe Jahresbahn der Sonne von Frühling (F) bis Herbst (H). Es sind zwei Sonnenläufe dargestellt: Der tatsächliche Sonnenlauf auf der rot gezeichneten Ekliptik und der Lauf der «Mittleren Sonne» auf dem Äquator. Beide Bahnen sind in gleich lange Zeitabschnitte unterteilt. Die dazu gehörenden Sonnenpositionen stimmen nicht überein. Die Zeiten geben den jeweiligen Unterschied der Kulminationszeiten an. (Grafik: Erich Laager, nach Voyager 4.5, Carina Software)