

**Zeitschrift:** Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft  
**Herausgeber:** Schweizerische Astronomische Gesellschaft  
**Band:** 72 (2014)  
**Heft:** 382

**Artikel:** Die gestörte Mondbahn : warum kreist der Mond nicht gleichmässig?  
**Autor:** Baer, Thomas  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-897425>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 26.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Die gestörte Mondbahn

# Warum kreist der Mond nicht gleichmässig?

■ Von Thomas Baer

Wer den Mond an einem sternklaren Abend einmal beobachtet, ist sich kaum bewusst, wie stark dessen Bewegung um die Erde gestört wird. Die Mondbahn steht in Bezug zur Erde nicht fix im Raum, sondern ändert ihre Lage unter der Gravitationswirkung der Sonne und der Planeten Jupiter und Venus stetig. Aber auch selbst die birnenförmige Gestalt der Erde «rüttelt» an unserem Nachbarn im All.

Die Mondbahn hat gemäss KEPLER die Form einer mehr oder weniger stabilen Ellipse, wäre sie nicht ständig diversen Graviationseinflüssen unterlegen. Ihre durchschnittliche numerische Exzentrizität beträgt 0,055, was rein rechnerisch zu einem Perigäumsabstand von 362'102 km und einer Apogäumsdistanz von 404'694 km führen würde. Aufgrund von diversen Bahnstörungen staucht, dehnt und kippt es den Mondorbit permanent und selbst die Lage der Mondbahn in Bezug auf die Ekliptik verschiebt sich. So mag der Anblick unseres Erdnachbarn sanft erscheinen, doch in Tat und Wahrheit zupft und zerrt es ihn von allen Seiten! Im nachfolgenden Beitrag widmen wir uns einmal diesen oskulierenden Bahnelementen, ausgehend von einer ungestörten Keplerellipse, und werden darüber staunen, wie komplex das System Erde-Mond im Grunde funktioniert.

## Räumliche Lage der Mondbahn

Schon im Altertum erkannte man die ungleichmässige Winkelgeschwindigkeit des Mondes, *Grosse Ungleichheit* genannt, welche bis zu  $\pm 6,3^\circ$  gegenüber der gerechneten mittleren Position des Mondes abweichen kann. Der Mond «stand» also nicht dort am Himmel, wo er eigentlich, rein rechnerisch, hätte sein müssen. JOHANNES KEPLER beschreibt in seinem zweiten Gesetz: «Ein von der Sonne zum Planeten gezogener „Fahrstrahl“ überstreicht in gleichen Zeiten gleich

grosse Flächen», sprich ein Himmelskörper, der einen massereichen Zentralkörper umkreist, wandert in gleicher Zeit unterschiedlich schnell. Der Mond verschiebt sich täglich mit einer Geschwindigkeit von 0,964 km/s bis 1,076 km/s unter den Sternen zwischen  $12^\circ$  und  $15^\circ$  ostwärts über den Himmel (nicht mit der täglichen Himmelsdrehung zu verwechseln!), je nachdem, ob er in Erdnähe (Perigäum) oder Erdferne (Apogäum) steht. Das Drehzentrum ist dabei nicht – wie oft vereinfacht dargestellt – der Erdmittelpunkt, sondern das Baryzentrum (vom griechischen *barys*, was so viel wie «schwer» bedeutet, abgelei-

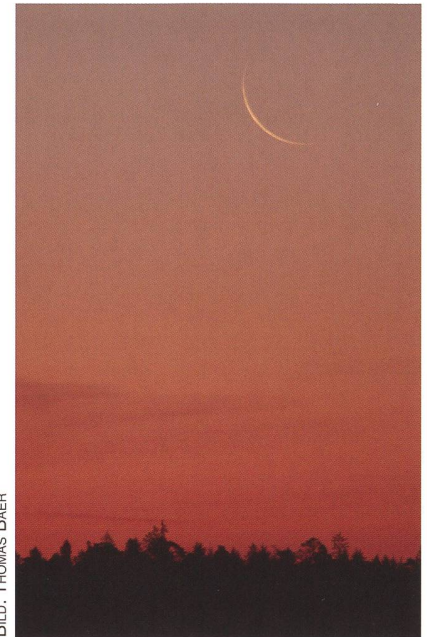
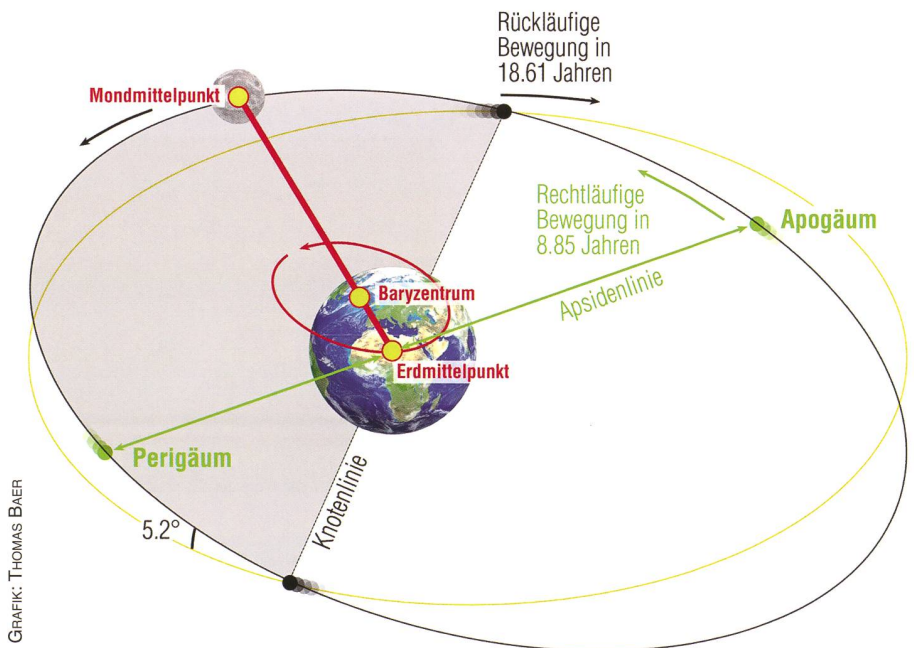


BILD: THOMAS BAER

Abbildung 1: Nicht nur die Erde zerrt am Mond.

tet), ein gemeinsamer Schwerpunkt des Systems, der ca. 1'700 km unter der Erdoberfläche liegt. Dies führt dazu, dass selbst unser Heimatplanet etwas tanzt und monatlich in einer durchschnittlichen Entfernung von 4'670 km um das Baryzentrum herum kreiselt. Erdmittelpunkt, Baryzentrum und Mondmittelpunkt liegen alle in ein und derselben Ebene, der Mondbahnebene, die aktuell eine Neigung von  $5,156^\circ$  gegen die Ekliptik (scheinbare jährliche Sonnenbahn) aufweist.



GRAFIK: THOMAS BAER

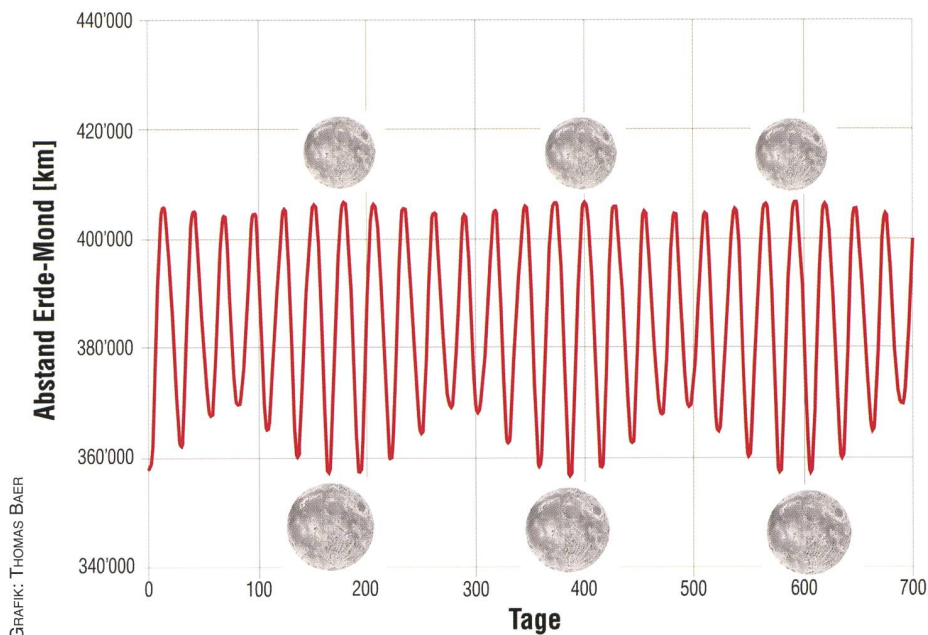
Abbildung 2: Wanderung der Mondknoten und der Apsidenlinie. (nicht massstäblich)



Auch diese Schräge ist ein Mittelwert, denn innerhalb eines halben Finsternisjahres von 173,31 Tagen variiert die Mondbahneigung um  $\pm 1,4979^\circ$ , weil die Sonne diese in die Ekliptikebene zu ziehen versucht. Einen erstmaligen Hinweis auf dieses Phänomen lieferte TYCHO BRAHE im Jahre 1599. Bildeten Erde und Mond ein komplett störungsfreies System, hätte der Mondorbit eine fixe räumliche Ausrichtung. Doch aufgrund unzähliger stärkerer und schwächerer Bahnstörungen, die wir in bestimmten Abschnitten der Mondbahn im Einzelnen genauer studieren wollen, vollführt die Knotenlinie der Mondbahn innert 18,61 Jahren eine komplette rückläufige Bewegung von  $360^\circ$  durch die Ekliptik und verlagert sich dadurch vor den Sternen ganz allmählich innerhalb eines gut  $10^\circ$  breiten Pfades. Die Bahnstörungen wirken sich weiter auch auf die Lage der Apsidenlinie (Verbindungslinie Perigäum-Apogäum) aus. Auch diese Achse dreht innerhalb der Mondbahn in 8,85 Jahren, allerdings rechtläufig, also in der Umlaufrichtung des Mondes.

### Extreme Peri- und Apogäen

Der astronomischen Literatur entnimmt man häufig die durchschnittliche Mondstanz von 384'400 km. Im Perigäum käme uns der Mond auf 362'102 km nahe, im Apogäum entfernte er sich auf 404'694 km. Dies wäre wieder der Idealfall, wenn wir von einem absolut ungestörten Erde-Mond-System ausgingen. Die Realität ist eine andere, der Hauptstörfaktor heisst Sonne. Die Exzentrizität der Mondbahn (Stärke der Ellipsenform) erreicht alle 206 Tage ein Maximum, dann nämlich, wenn die grosse Halbachse (Längsachse der Ellipse) auf die Sonne ausgerichtet ist. «Kreisähnlicher» wird sie, sobald die grosse Halbachse rechtwinklig zur Sonne steht. Doch selbst dieses Wabbeln der Mondbahnellipse ist keineswegs konstant, geschweige denn zyklisch, sondern ist einer übergeordneten Drift unterworfen, welche die extremalen Mondstanz zu fällig und unregelmässig über die Zeit verteilt (siehe Abb. 3). So kann allein das Perigäum zwischen 356'400 km und 370'300 km, das Apogäum zwischen 404'000 km und 406'700 km schwanken. Je extremer ein Perigäum oder Apogäum ausfällt, desto



GRAFIK: THOMAS BAER

Abbildung 3: Die Perigäums- und Apogäumsabstände unterliegen starken Schwankungen. Interessant ist auch zu beobachten, dass die Apogäen weniger stark variieren als die Perigäen.

seltener tritt der Fall ein. Über einen Zeitraum von 6'500 Jahren betrachtet, finden wir ein extremes Apogäum am 7. Januar 2266 (406'719,97 km). Das kleinste Perigäum im untersuchten Zeitraum wurde bereits am 13. November 1054 v. Chr. mit 356'352,93 km erreicht! Damit solche Extremwerte überhaupt möglich sind, müssen gleichzeitig noch drei andere Parameter erfüllt sein. Eine minimale Perigäumsdistanz ist nur dann möglich, wenn der Erdtrabant den erdnächsten Bahnpunkt als Vollmond durchläuft, die Erde sich in Sonnenferne befindet und der Mond ausserdem die grösste ekliptikale Abweichung  $\pm 5,2^\circ$  hat. Bei der ex-

tremsten Erdferne muss Neumond sein, die Erde in Sonnennähe stehen und der Mond ebenfalls maximalen Ekliptikabstand erreichen.

### Unterschiedliche Mondmonate

Durch die in Abb. 2 dargestellten Bewegungen von Apsidenlinie und Mondknoten ergeben sich ganz unterschiedliche Mondmonatslängen. Der siderische Umlauf (effektiver Erdumlauf) dauert  $27^d 7^h 43^{\text{min}} 11,6^{\text{s}}$ . Der Mond begegnet nach dieser Zeit wieder demselben Stern am Himmel. Da sich die Erde während dieser Zeit weiter um die Sonne bewegt hat, wird der synodische Mondmonat, nennen wir ihn «Mondphasen-

BILDER: THOMAS BAER / STERNWARTE BÜLACH



Abbildung 4: Zwei Vollmonde mit gleicher Optik und Belichtungszeit fotografiert. Die unterschiedlichen Grössen sind augenfällig (19. März 2011 und 19. Oktober 2013).



monat», als einziger um zweieinhalb Tage auf  $29^d 12^h 44^{\text{min}} 2,9^s$  gedehnt. Der drakonitische Monat ist mit  $27^d 5^h 5^{\text{min}} 35,9^s$  kürzer als der siderische, weil dem Erdtrabant infolge der Rückläufigkeit der Mondknoten diese ihm stets entgegenlaufen. Dafür wird der anomalistische Monat auf eine Länge von  $27^d 13^h 18^{\text{min}} 33,1^s$  gedehnt, da die Apsidenlinie langsam rechtläufig dreht und dem Mond davon wandert. Der tropische Monat ist 5.9 Sekunden kürzer als der siderische, weil sich der Frühlingspunkt infolge der Präzession langsam rückläufig verschiebt und mit ihm das ganze äquatoriale Koordinatensystem. Alle diese Werte sind ebenfalls gemittelt und unterliegen langfristigen Veränderungen säkularer Störungen.

### Ändernde Ellipsenform

Die Sonne verformt die Mondbahnellipse massgeblich, immer dann, wenn die grosse Halbachse (Apsidenlinie) auf diese ausgerichtet ist. Die Verformung erreicht alle 205,9 Tage ein Maximum, ein Intervall, das etwas länger ist als ein halbes Kalenderjahr, weil das Perigäum täglich prograd um  $0,11140^\circ$  in der Mondbahn wandert [2]. Die abwechselnd unterschiedlich hoch ausfallenden Amplituden haben mit der Perihel- und Aphelstellung der Erde zu tun.

Betrachten wir den Mittelwert der grossen Mondhalbachse ( $383'397,8$  km), so fallen in Abb. 6 zwei wesentliche, sich überlagernde Schwankungen auf, die von TYCHO BRAHE entdeckte *Variation* mit einer Periodendauer von 14,76 Tagen ( $\pm 3400,4$  km) und eine zweite mit 31,81 Tagen ( $\pm 635,6$  km) [3]. Bereits

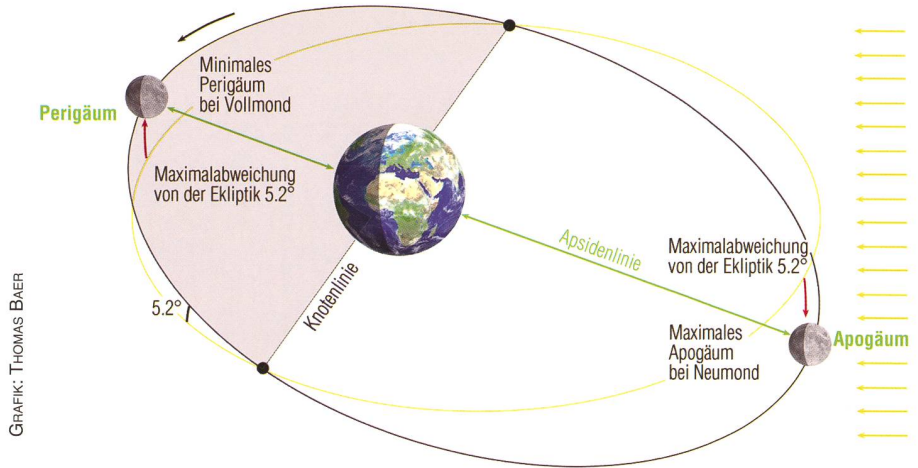


Abbildung 5: Extreme Peri- und Apogäen (nicht massstäblich).

CLAUDIUS PTOLEMÄUS erwähnte in seinem Hauptwerk, dem Almagest, die 31,8-tägige *Evektion*, die sich in einer Winkelverschiebung von  $\pm 1,27^\circ$  in ekliptikaler Länge äussert. Es ist

wenig erstaunlich, dass die grössten positiven Werte bei einer Elongation (auf die Sonne bezogen) von  $0^\circ$  und  $180^\circ$ , also in der Neu- oder Vollmondstellung, auftreten, die grös-

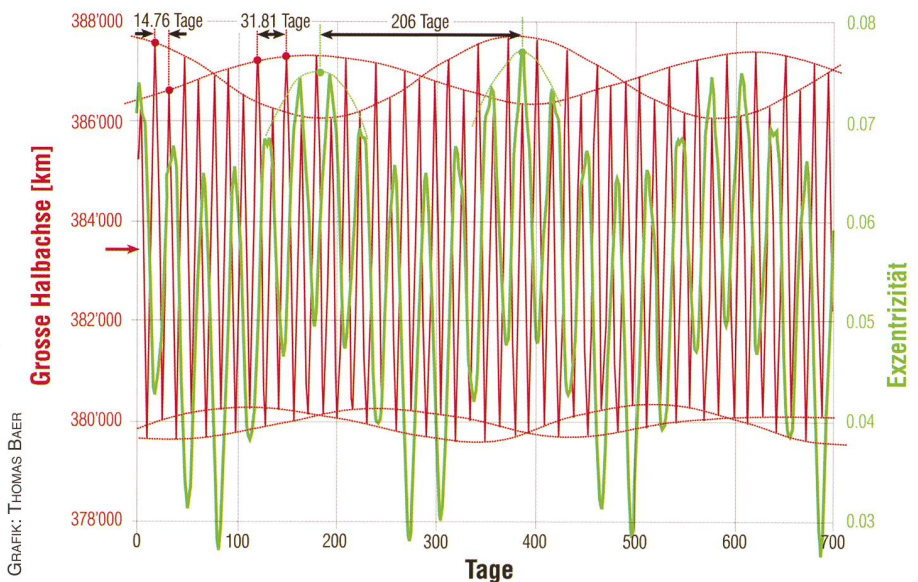


Abbildung 6: Schwankungen der grossen Halbachse (rot) um den Mittelwert (roter Pfeil links) und der Mondbahnexzentrizität (grün).



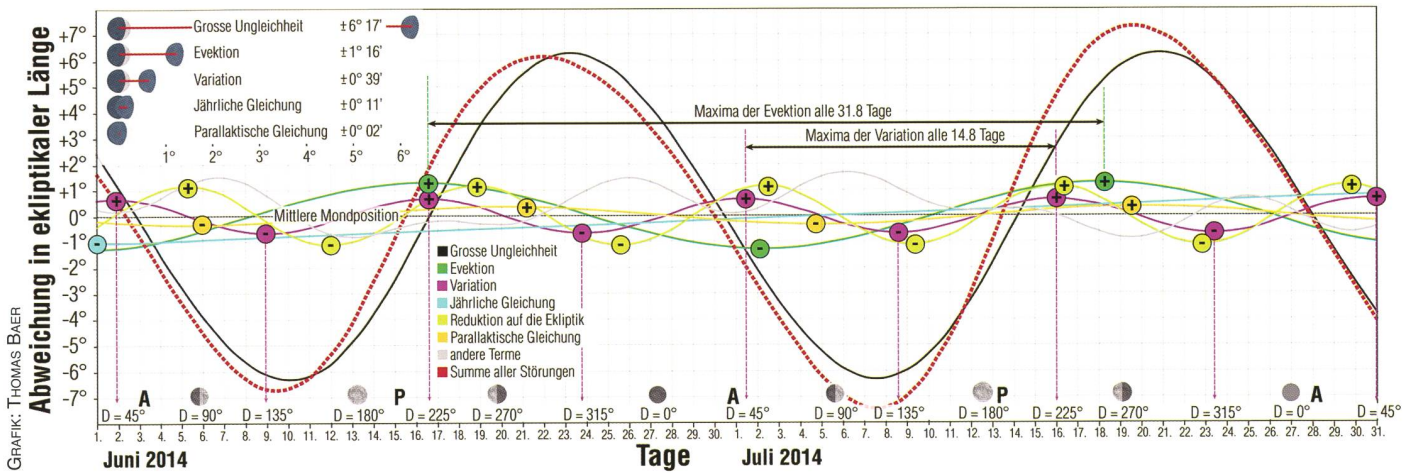


Abbildung 7: Alle Mondbahnstörungen und ihre Maxima in ekliptikaler Länge [in °] für die Monate Juni und Juli 2014 auf einen Blick.

ten negativen Werte dagegen in den Halbphasen (90° und 270°). Daher fallen die Ausschläge im unteren Bereich der Grafik etwas weniger markant aus. Die Stauchung und Dehnung der Mondbahnellipse wieder spiegelt sich naheliegenderweise auch in der numerischen Exzentrizität (in der Grafik grün), welche um den Mittelwert 0.055546 in denselben Periodenlängen  $\pm 0.014217$  (31,81 Tage) und  $\pm 0.008551$  (alle 205.9 Tage) pendelt.

werden beide Gestirne gleichermaßen von der Sonne angezogen. Erde und Mond nähern sich an, die Bahngeschwindigkeit des Trabanten nimmt zu. Die *Variation* mit der Dauer eines halben synodischen Monats lässt sich nicht durch das 2. Kepler-Gesetz bestimmen, sondern stellt ein Dreikörperproblem Sonne-Erde-Mond dar, welches erst mit dem NEWTONSCHEN Gravitationsgesetz gelöst werden konnte. Sie erreicht ihre Maxima in den Oktanten

der Mondbahn, also bei einem geozentrischen Längenabstand von der Sonne (Elongation) von  $D = 45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$  und verschwindet, bei  $D = 0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  oder  $270^\circ$ . Dies ist in Abb. 8 zu sehen. Im Unterschied zur *Ewektion*, wo sich uns der Mond annähert, respektive entfernt, eilt der Trabant bei der *Variation* seinem «fiktiven ungestörten Mond» (mittlerer Mond) voraus oder hinkt der Position hinterher (Abb. 8).

### Bezogen auf den mittleren Mond

Um die Mondbahnstörungen überhaupt «sichtbar» zu machen, beziehen wir uns auf eine mittlere Mondposition auf einer ungestörten Keplerellipse. In Abbildung 7 sind die Hauptstörungen für die Monate Juni und Juli 2014 ins Diagramm eingetragen. Die stärkste Oszillation macht die *Grosse Ungleichheit* von maximal  $\pm 6,2922^\circ$ , gefolgt von der *Ewektion* ( $\pm 1,274^\circ$ ) und der *Variation* ( $\pm 0,658^\circ$ ).

Während es sich bei der *Grossen Ungleichheit* um keine eigentliche Bahnstörung, sondern lediglich um eine Geschwindigkeitsvariabilität aufgrund des 2. Keplerschen Gesetzes handelt, haben *Ewektion* und *Variation* ihre Ursachen im Gravitationsystem Sonne-Erde-Mond. Widmen wir uns zuerst der *Ewektion*: In der Vollmondsituation ist die gravitative Wirkung der Sonne auf die Erde stärker als zum Neumondzeitpunkt. Dafür ist die Anziehung des Mondes im letzteren Fall stärker. Die Sonne-Mond-Entfernung wird in beiden Fällen gedehnt, die Geschwindigkeit des Mondes erreicht auf seiner Bahn ein Minimum (3. Kepler-Gesetz). In den Halbphasen hingegen

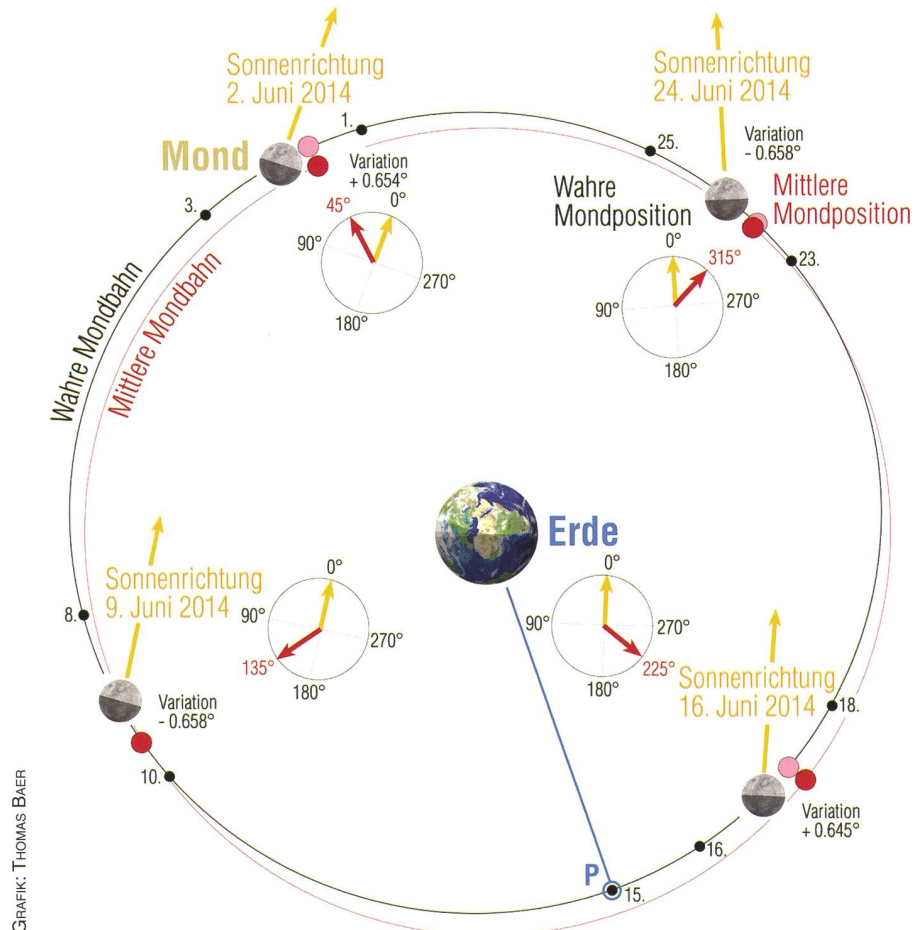


Abbildung 8: Die Variation erreicht ihre Maxima in den Oktanten der Mondbahn.



## Die kleineren Bahnstörungen

Die von KEPLER und BRAHE unabhängig gefundene *Jährliche Gleichung* hat mit der Exzentrizität der Erdbahn zu tun. Im Perihel (3. oder 4. Januar) läuft der Mond infolge der gravitativen Wirkung der Sonne etwas langsamer um die Erde als im Aphel (zwischen 3. und 6. Juli). Ihre Periode ist mit der Dauer des *anomalistischen Jahres* ( $365^{\text{d}} 6^{\text{h}} 13^{\text{min}} 52,539^{\text{s}}$ ) identisch. Im Herbst läuft der Mond seiner mittleren Position etwas voraus, im Frühjahr bleibt er etwas zurück. Die maximale Abweichung beträgt dabei  $\pm 0,1864^\circ$  oder umgerechnet ein Drittel des scheinbaren Monddurchmessers.

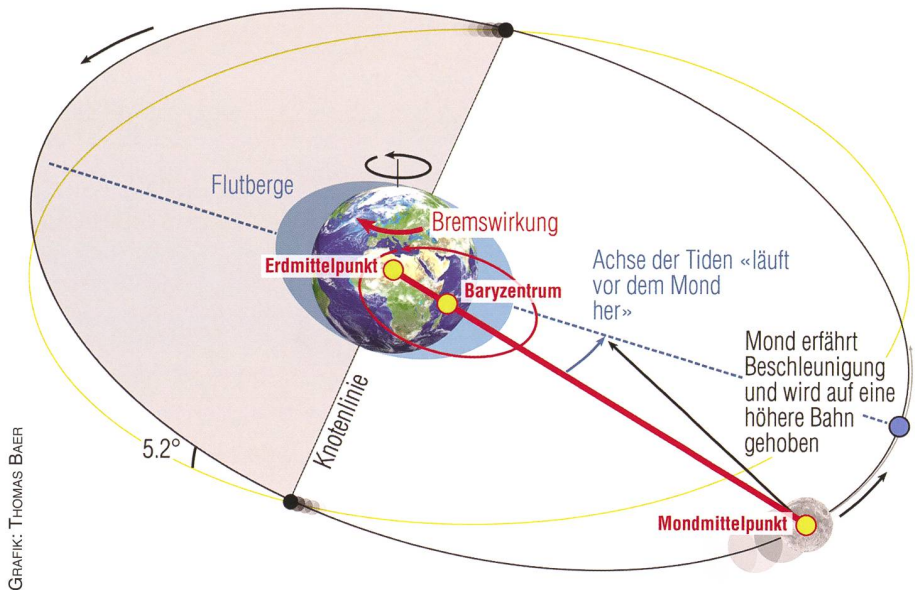
Die *Parallaktische Gleichung* ist mit einer maximalen Auslenkung von lediglich  $\pm 0,0356^\circ$  und der Länge eines synodischen Monats schon fast vernachlässigbar klein. Ihre Ursache ist mit derjenigen der *Jährlichen Gleichung* analog. Ein Neumond wird von der Sonne stärker von der Erde weggezerrt und verlangsamt als der diametral eintretende Vollmond. Die allmählich aufsummierende Abweichung, wieder auf einen mittleren Mond bezogen, erreicht in den Halbphasen die grössten Werte, wie in Abb. 7 ebenfalls ersichtlich wird.

Die in Abb. 7 eingezeichnete gelbe Kurve «Reduktion auf die Ekliptik» ist keine Bahnstörung, sondern eine Reihenentwicklung, die der Umrechnung der Mondbahnkoordinate ins ekliptikale System dient.

### Haben die Planeten einen Einfluss?

Die Vermutung liegt nahe, dass wenn schon die Sonne am Mond zerrt, dies auch die Planeten tun, zumindest die massereichen, wie ein Jupiter oder Saturn oder die direkten Erdnachbarn Venus und Mars. Auch wenn diese Einflüsse äusserst gering sind, rufen auch sie Störungen der Mondbahn hervor, die durch die relative Nähe des Mondes zur Erde zu messbaren Ortsveränderungen führen. Es sei nur daran erinnert, dass durch Störungen der Planeten im Jahre 1781 Uranus, 1846 Neptun und 1930 Pluto gefunden wurden.

Aber auch die Erde selbst, welche als Geoid eine inhomogene Masseverteilung aufweist, stört die Mondbahn. Neben den zyklisch wiederkehrenden Effekten sorgt die *gravitative Akzeleration*, bedingt durch



GRAFIK: THOMAS BAER

Abbildung 9: Durch die Abbremsung der Erdrotation und die Übertragung von Drehimpuls und Rotationsenergie auf den Mond entfernt sich dieser jährlich um knapp 4 cm. (nicht massstäblich)

die derzeit abnehmende Exzentrizität der Erdbahn, für eine etwas schnellere Mondbewegung. Die derzeitige Beschleunigung beträgt gerade mal  $6''$  pro Jahrhundert im Quadrat. Was auf den ersten Blick verschwindend gering aussieht –  $6''$  sind  $\frac{1}{10}$  des mittleren Monddurchmessers oder etwa so viel wie der scheinbare Merkurdurchmesser zur Zeit seiner Elongation – summiert sich über die Jahrhunderte hinweg auf.

Diesem Effekt wirkt die Gezeitenreibung, eine weitere säkulare Störung (*gezeitenbedingte Akzeleration*), entgegen. Die Gezeitenberge werden infolge der Erdrotation trägheitsbedingt aus der Erd-Mond-Achse heraus seitlich versetzt und üben ein Drehmoment auf den Mond aus. Durch diesen zugeführten Drehimpuls und die Energie wird der Mond allmählich auf eine höhere Bahn gehoben; der Erdnachbar entfernt sich jährlich um 3,8 cm von unserem Heimatplaneten!

Ein grösserer Bahnradius bedeutet eine Verlangsamung der Mondgeschwindigkeit, wiederum in scheinbar verschwindendem Ausmass von  $-26''$  pro Jahrhundert im Quadrat. Solche säkularen Störungen müssen vor allem bei Finsternisberechnungen über die Jahrhunderte hinweg miteinkalkuliert werden. Würden sie nicht berücksichtigt, hätte dies bei Sonnenfinsternissen beachtliche Verschiebungen der Finsternispfade zur Folge!

### Moderne Berechnungsmethoden der Mondbahnstörungen

Heute wird die komplizierte Mondbewegung nach einer Reihenentwicklung der Bahnelemente gerechnet. Unter JEAN und MICHELLE CHAPRON-TOUZÉ wurden am Bureau des Longitudes in Paris von den 1970er bis in die 1990er-Jahre die *Éphéméride Lunaire Parisienne (ELP)* entwickelt. Das Sonnensystem und auch die Mondbahn wurden numerisch integriert und dann die Bewegungen der Himmelskörper analog einer FOURIER-Analyse in Form trigonometrischer Reihen dargestellt. Damit kann man die Positionen im erfassten Zeitbereich berechnen, ohne selbst eine numerische Integration durchführen zu müssen. Auch wenn die *Pariser Mondephe-meriden* mehr als 20'000 periodische Glieder enthalten, sind diese noch immer zu wenig genau, um die Mondpositionen auf den Zentimeter genau vorherzusagen. Die Langzeitephemeriden der Planeten sollten die Mondtheorie noch verbessern. Analytisches Vorgehen nach dem Prinzip der Heuristik war dabei erforderlich.

Die Mondtheorie der CHAPRONTS hat gegenüber der numerischen Integration zwei wesentliche Vorzüge: Sie liefert schnellere Berechnungen und kann für einen unbegrenzten Zeitraum angewandt werden, während sich die Werte einer numerischen Integration auf lange Zeit in der Vergangenheit oder in der fer-





BILDER: PATRICIO CALDERARI

## Dieses unförmige Ding ist unser Mond

Spektakulär tauchte am 17. März 2014 der abnehmende Dreiviertelmond aus dem Meer auf. PATRICIO CALDERARI SCHOSS diese fantastische Bildsequenz auf Teneriffa. Durch die Erdatmosphäre wird die Mondscheibe verzerrt.



Abbildung 10: Die Standardwerke der Mondbahnberechnung von MEEUS (links) und den CHAPRONTS (rechts).

nen Zukunft aufgrund der beschriebenen säkularen Störungen (v. a. durch die Gezeitenbeschleunigung) verschlechtern.

Die Nachfrage nach CHAPRONTS Mondtheorie und dem 1991 erschienenen Buch «Lunar tables and programs from 4000 B.C. to A.D. 8000» war bei Historikern und Amateurastronomen riesig.

Der belgische Mathematiker und Astronom JEAN MEEUS veröffentlichte 1962 selber damals noch von Hand mit Logarithmentafeln gerechnete (!) Ephemeridentabellen («Tables of Moon and Sun»). Er hat die *Pariser Mond-ephemeriden* vereinfacht und in sei-

nen 2005 in zweiter und korrigierter Auflage publizierten, «Astronomical Algorithms» einbezogen.

Zum Glück kümmert es den Mond selbst wenig, wie er sich auf seiner Bahn um die Erde bewegt und wen ihn alles aus seinem Orbit reißen will. Er folgt einfach den Gesetzen der Physik und hofft, nicht eines Tages so auszusehen, wie auf den Bildern oben!

■ **Thomas Baer**  
Bankstrasse 22  
CH-8424 Embrach

## Quellen

- [1] J. MEEUS: Mathematical Astronomy Morsels. Willmann-Bell, Richmond 1997, ISBN 0-943396-51-4, Kapitel 2
- [2] J. MEEUS: Mathematical Astronomy Morsels. Willmann-Bell, Richmond 1997, ISBN 0-943396-51-4, Kapitel 1
- [3] IMCCE: Le manuel des éclipses. EDP Sciences, Les Ulis 2005, ISBN 2-86883-810-3, S. 34
- [4] H. U. Keller: Das Himmelsjahr 1992, S. 82-87, Franckh-Kosmos Verlags-GmbH & Co., Stuttgart
- [5] <http://www.jgiesen.de/moonmotion/index.html>

